

07

## О степенном характере зависимости скорости пластической деформации от давления при нагружении кристаллов интенсивными ударными волнами

© Г.А. Малыгин<sup>1</sup>, С.Л. Огарков<sup>2</sup>, А.В. Андрияш<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

E-mail: malygin.ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 28 августа 2012 г.

В окончательной редакции 26 сентября 2012 г.)

При деформации металлических кристаллов ударными волнами большой интенсивности установлено, что скорость пластической деформации  $\dot{\epsilon}$  и давление в волне  $P$  связаны эмпирическим соотношением  $\dot{\epsilon} \sim P^4$  (закон Свигла–Грэди). Выполненный дислокационно-кинетический анализ механизма возникновения этого соотношения показал, что его степенной характер обусловлен степенной зависимостью от давления плотности генерируемых на фронте волны геометрически необходимых дислокаций  $\rho \sim P^3$ . В сочетании со скоростью вязкого движения дислокаций, линейно изменяющейся с давлением ( $u \sim P$ ), это приводит, согласно формуле Орована для скорости пластической деформации  $\dot{\epsilon} = b\rho u$  (где  $b$  — вектор Бюргерса), к наблюдаемому в эксперименте соотношению  $\dot{\epsilon} \sim P^4$  для широкого круга материалов с различным типом кристаллической решетки. В рамках единого дислокационно-кинетического подхода теоретически продемонстрировано, что зависимость давления (напряжения течения) от скорости пластической деформации в широком диапазоне ее изменения  $10^{-4} - 10^{10} \text{ s}^{-1}$  отражает три последовательно развивающихся процесса: термоактивированного движения дислокаций, их вязкого торможения и генерации геометрически необходимых дислокаций на фронте ударной волны.

### 1. Введение

При деформировании металлических кристаллов с ГЦК-решеткой ударными волнами большой интенсивности найдено, что скорость пластической деформации  $\dot{\epsilon}$  и давление (напряжение) в волне  $P$  связаны эмпирическим соотношением  $\dot{\epsilon} = K_p P^4$ , получившим название закона Свигла–Грэди (СГ) [1–5], где  $K_p$  — некоторый коэффициент. Такой вид зависимости скорости деформации от давления наблюдается в диапазоне высоких скоростей деформации  $10^5 - 10^{10} \text{ s}^{-1}$  и давлений 1–40 ГПа [5]. При квазистатических скоростях деформации  $10^{-4} - 10^3 \text{ s}^{-1}$  предел текучести и напряжение течения подчиняются известному закону  $\sigma \sim (k_B T / \Omega) \ln \dot{\epsilon}$  [6], свидетельствующему о термоактивированном характере перемещения дислокаций в этом скоростном диапазоне (здесь  $\Omega \approx 10^3 b^3$  — активационный объем,  $b$  — вектор Бюргерса,  $T$  — температура,  $k_B$  — постоянная Больцмана).

В литературе существуют разные предположения относительно зависимости  $\dot{\epsilon}(\sigma)$  в диапазоне динамических скоростей деформации. Так, в [7–9] предполагается, что в случае ОЦК-кристаллов сильная зависимость напряжения течения от скорости деформации в этом диапазоне вызвана снижением величины активационного объема в выражении  $\sigma \sim (k_B T / \Omega) \ln \dot{\epsilon}$  до минимального значения  $\Omega \approx b^3$ . Что касается механизма появления собственно соотношения СГ, то, согласно [2], его возникновение может быть связано с нелинейным характером зависи-

мости скорости диссипации энергии удара от давления. Авторы работы [10] при численном моделировании на основе дислокационно-кинетических соотношений процесса образования ударной волны пришли к выводу, что появление степенного закона СГ обусловлено механизмом гетерогенного зарождения дислокаций при распространении ударной волны по кристаллу. Недостатком компьютерного моделирования является, однако, то, что с его помощью нельзя установить явный вид зависимости  $\dot{\epsilon}(P)$  в форме аналитического соотношения.

Целью настоящей работы является теоретический анализ механизма возникновения соотношения СГ на основе дислокационно-кинетического подхода с учетом особенностей пластической деформации кристаллов при прохождении по ним ударных волн большой интенсивности, а также получение соответствующих количественных соотношений в явном виде.

### 2. Особенности пластической деформации кристаллов ударными волнами

Специфика ударного нагружения состоит в том, что образец (кристалл) подвергается неоднородному по длине механическому воздействию, а именно воздействию волны упругого сжатия кристалла. В результате на границе сжатой и не подвергнутой еще сжатию частей

кристалла возникает несовместимость деформации  $\varepsilon_G$ , провоцирующая возникновение геометрически необходимых (ГН) дислокаций в результате образования новых или активации существующих до удара дислокационных источников. Впервые это обстоятельство отмечено в [11,12] и получило количественную оценку в работе [13]. Согласно [13], плотность ГН-дислокаций  $\rho_G$  при одноосном сжатии кристалла ударной волной зависит от величины относительного изменения его удельного объема  $V/V_0 = \exp(-\varepsilon_G)$  следующим образом:

$$\rho_G = \rho_G^0 \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_0} \right)^{1/3} \right]^3, \quad \rho_G^0 = \frac{0.4(1-\nu)\pi^2}{\sqrt{2}b^2}, \quad (1)$$

где  $V$  и  $V_0$  — удельные объемы сжатой и не подвергнутой сжатию частей кристалла соответственно,  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Согласно диаграмме Рэнкина–Гюгонио,  $P(V)$  — величина давления в волне — определяется уравнением [13]

$$P = P_0 \frac{1 - V/V_0}{[1 - S(1 - V/V_0)]^2}, \quad (2)$$

где  $P_0 = C_0^2/V_0 \approx E$ ;  $C_0$  и  $E$  — соответственно продольная скорость звука и модуль Юнга в отсутствие сжатия кристалла,  $S$  — эмпирический параметр, равный в случае меди 1.49. Обращая уравнение (2), находим зависимость относительного изменения удельного объема от давления

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{1}{S} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{2S} \frac{P_0}{P} \right) - \left[ \left( 1 + \frac{1}{2S} \frac{P_0}{P} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \right\}. \quad (3)$$

После подстановки (3) в (1) получаем зависимость плотности дислокаций  $\rho_G$  от давления  $P$ . На рис. 1 она показана в двойных логарифмических координатах (кривая 1) применительно к данным для кристаллов меди:  $b = 0.26$  nm,  $P_0 \approx E_{[001]} = 128$  GPa,  $\nu = 0.34$ . При  $P \ll P_0$  из (2) и (3) следует, что  $V/V_0 \approx 1 - P/P_0$ . Подставляя эту оценку в соотношение (1), находим зависимость плотности ГН-дислокаций от давления и деформации  $\varepsilon_G$  при относительно малых их значениях

$$\frac{\rho_G}{\rho_G^0} \approx \frac{1}{3^3} \left( \frac{P}{P_0} \right)^3 \approx \left( \frac{\varepsilon_G}{3} \right)^3. \quad (4)$$

На рис. 1 зависимость (4) показана пунктиром.<sup>1</sup> Закон  $\rho_G \sim P^3$  выполняется приблизительно до давления  $P \approx 0.1P_0$  или, поскольку  $P_0 \approx E$ , до давлений  $P < E/10$ . На рис. 1 показаны также экспериментальные данные, касающиеся зависимости плотности дислокаций от давления в ударной волне при ее распространении в направлении оси [001] в кристаллах Cu и Ni [14]. Видно, что экспериментальные точки лежат несколько ниже кривой 1. Эксперименту лучше соответствует кривая 2, при расчете которой вместо численного коэффициента 0.4 в (1) использовалось в 4 раза меньше его значение 0.1.

<sup>1</sup> Степенной характер зависимости  $\rho_G \sim P^3$  остался незамеченным авторами [13].

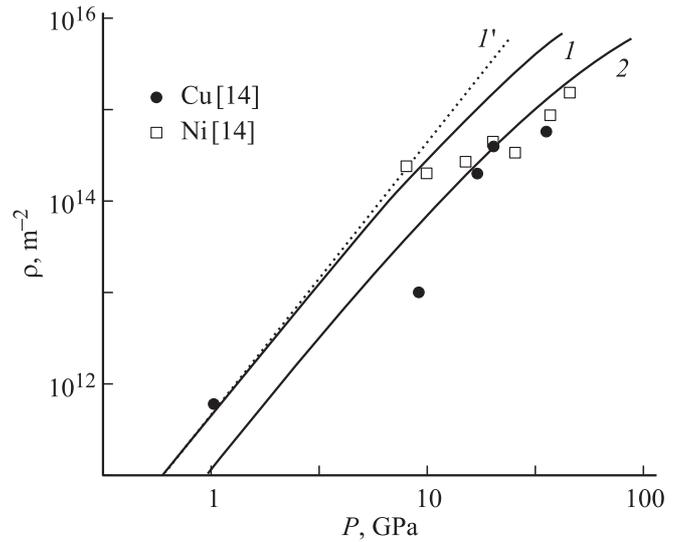


Рис. 1. Зависимость плотности дислокаций в кристаллах Cu [14] и Ni [14] от давления в ударной волне. 1 и 2 — расчет согласно уравнениям (1) и (3), 1' — согласно уравнению (4).

Другая особенность пластической деформации кристаллов интенсивной ударной волной — высокая скорость движения дислокаций в волне  $10^2$ – $10^3$  m/s, контролируемая их взаимодействием с фононами [15] и ограниченная возможными псевдорелятивистскими эффектами [16–21]. Согласно [18,19,21], скорость дислокаций в ударной волне  $u$  определяется уравнением

$$\frac{m_0}{[1 - (u/u_s)^2]^{3/2}} \frac{du}{dt} + \frac{Bu}{[1 - (u/u_s)^2]^n} = b\tau. \quad (5a)$$

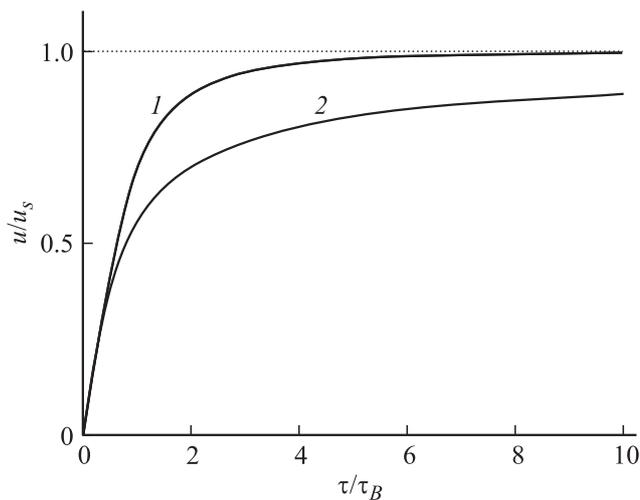
Здесь  $m_0$  — масса покоя единицы длины дислокации,  $u_s$  — скорость сдвиговых волн в кристалле,  $t$  — время,  $B$  — коэффициент вязкого торможения дислокаций,  $\tau$  — напряжение сдвига, действующее на дислокацию,  $n = 0$  [19],  $1/2$  [18,20] и  $3/2$  [21]. В безразмерных переменных

$$u_* = u/u_s, \quad t_* = t/t_0, \quad \tau_* = \tau/\tau_B, \quad (5b)$$

где  $t_0 = m_0/B$ ,  $\tau_B = Bu_s/b$ , уравнение (5a) принимает вид

$$\frac{du_*}{dt_*} + u_*(1 - u_*^2)^{3/2-n} = \tau_*[1 - u_*^2]^{3/2}. \quad (5c)$$

В отсутствие релятивистских эффектов решение уравнения (5c)  $u/u_s = (\tau/\tau_B)(1 - \exp(-t/t_0))$  описывает достижение за время  $t \approx t_0$  стационарной скорости дислокаций. Оценки показывают, что в случае меди и других ГЦК-металлов  $t_0 \approx 1$ – $100$  ps,  $\tau_B \approx 10$ – $100$  МПа при  $B = 10^{-6}$ – $10^{-4}$  Pa · s. Из этих оценок следует, что при длительности ударного импульса  $t > 1$  ns скорость дислокаций быстро принимает стационарное значение, и в (5c) можно не учитывать инерционную составляющую напряжения:  $du_*/dt_* = 0$ . Ограничение скорости дислокаций может быть связано в этом случае с вязкой



**Рис. 2.** Зависимость скорости вязкого торможения дислокаций  $u$  от напряжения сдвига  $\tau$  в координатах  $u/u_s - \tau/\tau_B$  с учетом релятивистского ограничения скорости дислокаций скоростью распространения сдвиговых волн  $u_s$ . 1 и 2 — расчет согласно уравнению (5с) при  $du_*/dt_* = 0$  и  $n = 1/2$  и  $3/2$  соответственно.

составляющей напряжения торможения дислокаций. На рис. 2 приведены численные решения уравнения (5с) при  $n = 1/2$  (кривая 1,  $u_* = \tau_*/(1 + \tau_*^2)^{1/2}$ ) и  $n = 3/2$  (кривая 2) с учетом этого обстоятельства. Из них видно, что релятивистское ограничение скорости вязкого торможения дислокаций наступает при напряжениях сдвига  $\tau \approx 10\tau_B \approx 0.1-1$  ГПа, т.е. при давлениях  $P \approx 1-10$  ГПа.

### 3. Соотношение Свигла—Грэди

С двумя рассмотренными выше особенностями пластической деформации кристаллов ударными волнами связана третья ее особенность, а именно необычная (степенная) зависимость скорости деформации  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_G = \dot{V}/V$  от давления (напряжения), описываемая эмпирическим соотношением [1,2]

$$\dot{\epsilon} = K_P P^4. \tag{6}$$

В отсутствие упругой составляющей полной скорости деформации  $\dot{\epsilon}$  последняя целиком определяется скоростью пластической деформации  $\dot{\epsilon}_{pl}$ . Согласно соотношению Орована<sup>2</sup>  $\dot{\epsilon}_{pl} = mb\rho u$ , скорость пластической деформации зависит от плотности дислокаций  $\rho$ , скорости перемещения дислокаций  $u$  и ориентационного фактора  $m$  ( $m = 0.41$  при ориентации оси кристалла [001] вдоль направления удара). В ударной волне при  $P < 0.1P_0$  плотность дислокаций  $\rho = \rho_G \sim P^3$  определяется соотношением (4), а скорость дислокаций  $u(\tau)$  —

<sup>2</sup> Относительно применимости формулы Орована в условиях ударного нагружения см. Приложение.

девиатором напряжений  $\sigma_{xy} = \sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ ,

$$\tau = m\sigma_{xy} = m \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} P. \tag{7}$$

Принимая далее во внимание релятивистское ограничение скорости дислокаций (рис. 2, кривая 2)

$$u = \frac{\tau}{\sqrt{\tau_B^2 + \tau^2}} u_s, \tag{8a}$$

где  $\tau_B = Bu_s/b$ , получим, что при  $\tau \ll \tau_B$  скорость дислокаций линейно зависит от давления  $P$

$$u = m \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \left(\frac{b}{B}\right) P. \tag{8b}$$

Подставляя (4) и (8b) в формулу Орована, имеем следующее выражение для зависимости скорости пластической деформации от давления в волне при относительно малых его значениях:

$$\dot{\epsilon} = K_P \left(\frac{P}{P_0}\right)^4 = K_P \left(\frac{P}{E}\right)^4 \sim P^4, \tag{9a}$$

где

$$K_P = \frac{0.4m^2(1 - 2\nu)\pi^2}{2^3/23^3} \left(\frac{E}{B}\right) \approx 2.6 \cdot 10^{-3} \left(\frac{E}{B}\right). \tag{9b}$$

Найденная зависимость скорости деформации от давления (9а) качественно соответствует эмпирическому закону Свигла—Грэди (6).

Таким образом, степенная зависимость скорости деформации от давления в условиях интенсивного ударного нагружения кристалла в основном определяется зависимостью плотности ГН-дислокаций от давления  $\rho_G \sim P^3$  и в меньшей степени скоростью вязкого торможения дислокаций  $u \sim P$ .

### 4. Обсуждение результатов

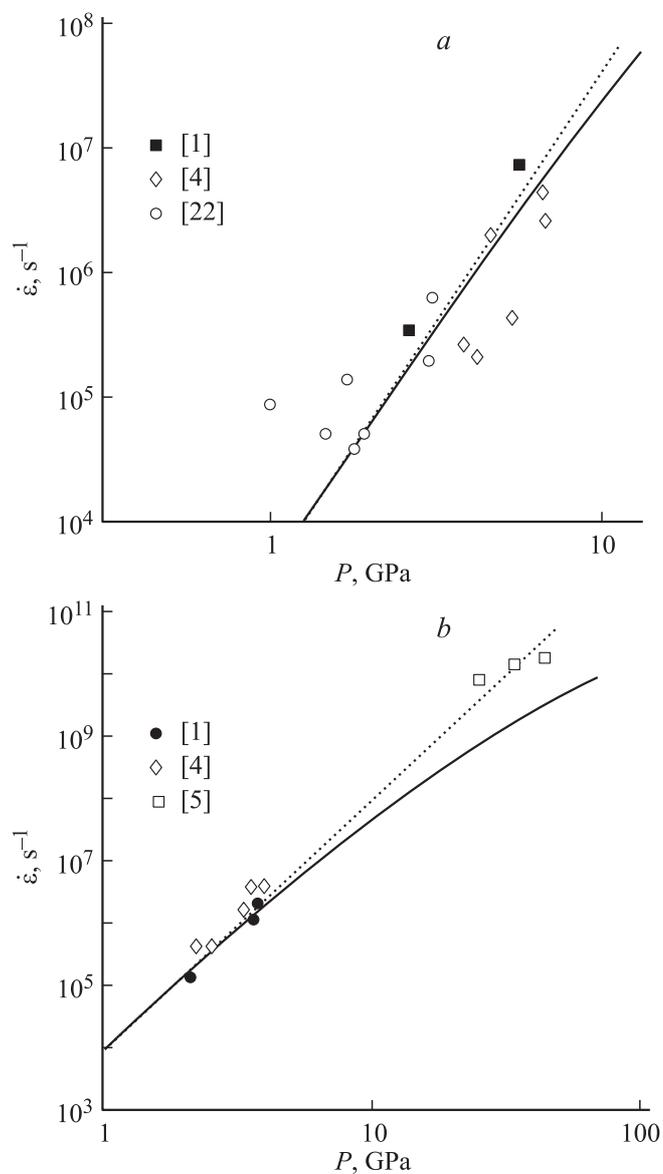
На рис. 3,а и б представлены экспериментальные данные, касающиеся зависимости скорости пластической деформации от давления в ударной волне для кристаллов меди [1,4,22] и алюминия [1,4,5]. Сплошные кривые на этих рисунках соответствуют теоретическим зависимостям скорости деформации от давления  $P$  согласно формуле Орована  $\dot{\epsilon}_{pl} = mb\rho_G u$ , где плотность ГН-дислокаций определяется уравнением (1), а скорость дислокаций — уравнениями (7) и (8а). Пунктирные линии на рис. 3,а и б построены согласно соотношению СГ. В табл. 1 приведены значения коэффициентов  $K_P$  и напряжений  $\tau_B$  в Cu и Al, а также значения модуля сдвига  $\mu$  и других параметров, использованных при расчете кривых на этих рисунках.

Согласно имеющимся в литературе экспериментальным и теоретическим оценкам, величина коэффициентов вязкого торможения дислокаций  $B$  варьируется в пределах от  $10^{-6}$  до  $10^{-4}$  Па · с [15]. На рис. 4 кривые 1–4

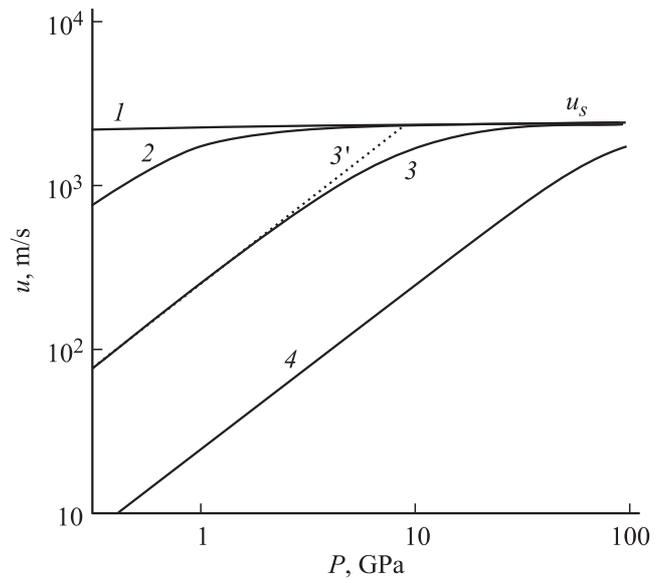
**Таблица 1.** Значения коэффициентов  $K_P$  и напряжений  $\tau_B$  в кристаллах Cu и Al, а также параметров, использованных при их расчете

Кристалл	$K_P \cdot 10^{-12}, \text{s}^{-1}$	$\tau_B, \text{GPa}$	$B \cdot 10^4 \text{Pa} \cdot \text{s}$	$u_s \cdot 10^{-3}, \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$E, \text{GPa}$	$\mu, \text{GPa}$	$b, \text{nm}$
Cu	1.07	1.1	3.0	2.3	128	48	0.26
Al	0.22	0.9	9.0	3.2	70	27	0.28

иллюстрируют результаты расчета для кристаллов Cu зависимости скорости дислокаций от давления согласно соотношениям (7) и (8а) при варьировании величины коэффициента  $B$  интервале  $10^{-6} - 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ . Видно, что



**Рис. 3.** Зависимость скорости пластической деформации  $\dot{\epsilon}$  от давления в ударной волне  $P$  в кристаллах Cu [1,4,22] (а) и Al [1,4,5] (b). Сплошные кривые — расчет согласно формуле Орована  $\dot{\epsilon} = mb\rho_G(P)u(P)$  с учетом соотношений (1), (7) и (8а), пунктирные — согласно уравнению (9а).



**Рис. 4.** Расчет зависимости скорости вязкого торможения дислокаций в Cu от давления в ударной волне  $P$  согласно соотношениям (7) и (8а) при величине коэффициента вязкого торможения дислокаций  $B \text{Pa} \cdot \text{s}$ : 1 —  $10^{-6}$ , 2 —  $10^{-5}$ , 3 —  $10^{-4}$ , 4 —  $10^{-3}$ ; 3' — расчет согласно линейной зависимости скорости дислокаций  $u$  от напряжения  $\tau$ .

рост величины этого коэффициента приводит к росту характерного напряжения вязкого торможения дислокаций  $\tau_B$  и сдвигу кривых  $u(P)$  в область более высоких давлений наступления релятивистского ограничения скорости дислокаций. В результате область линейной зависимости скорости дислокаций от давления расширяется (на рис. 4 она обозначена пунктиром).

Приведенные в табл. 1 значения  $B$  в кристаллах меди и алюминия выходят за верхнюю границу имеющихся в литературе оценок этого коэффициента:  $B = 10^{-4} \text{Pa} \cdot \text{s}$ . Эти значения можно в 4 раза снизить, если в уравнении (1) для плотности дислокаций вместо численного коэффициента 0.4 использовать меньшее его значение 0.1 (см. раздел 2, рис. 1, кривая 2). В целом, приведенные на рис. 3,а и б экспериментальные данные и результаты расчетов показывают, что закон СГ выполняется в достаточно широком диапазоне давлений. На это указывает также то, что в настоящее время нет экспериментальных свидетельств существования релятивистских ограничений для скорости дислокаций при ударе. Это, возможно, связано с тем, что сжа-

**Таблица 2.** Значения коэффициентов  $K_P$  и модулей Юнга  $E$  в ГПУ- и ОЦК-металлах

Параметр	Mg [25]	Be [1]	$\alpha$ -Fe [4]	Mo [4]	Ta [26]
$K_P \cdot 10^{-12}, s^{-1}$	0.73	2.17	2.56	1.92	0.29
$E, GPa$	46	300	210	340	190

тие кристалла ударной волной увеличивает скорость сдвиговых волн  $u_s$  и коэффициент вязкого торможения дислокаций  $B$ , отодвигая тем самым возникновение релятивистских эффектов в область все более высоких давлений.

В литературе обычно вместо зависимости скорости пластической деформации от давления приводится зависимость давления (напряжения) от скорости деформации. На рис. 5 данные для кристаллов Cu (рис. 3, а) представлены в этом традиционном виде. Помимо динамической ветви зависимости  $\dot{\epsilon}(P)$  (пунктир) показана также термоактивационная ветвь  $\sigma(\dot{\epsilon}) \sim (k_B T / \Omega) \ln \dot{\epsilon}$  для меди [23] (крестики). Видно, что переход с одной ветви на другую происходит в довольно узком интервале скоростей деформации  $10^4 - 10^5 s^{-1}$ . Можно предполагать, что в рассматриваемом интервале скорость деформации контролируется преимущественно скоростью вязкого торможения дислокаций  $\dot{\epsilon} \sim \sigma$ .

Чтобы проверить это предположение, примем во внимание, что при варьировании напряжений (давления) в широком диапазоне зависимость скорости дислокаций  $u = l_\rho / (t_a + t_B)$  от напряжения определяется двумя характерными временами. Первое — время термоактивированного преодоления дислокациями барьеров с коротким радиусом действия  $t_a = (l_\rho / u_s) \exp(H/kT)$  с расстоянием между ними  $l_\rho$ . Второе — время безактивационного преодоления барьеров, контролируемое скоростью вязкого торможения дислокаций  $t_B = l_\rho / u_B$ , где  $u_B = b\tau / B$ . Подставляя эти времена в приведенное выше

выражение для скорости дислокаций  $u$ , получаем для нее и скорости пластической деформации зависимости от напряжения в широком диапазоне его изменения

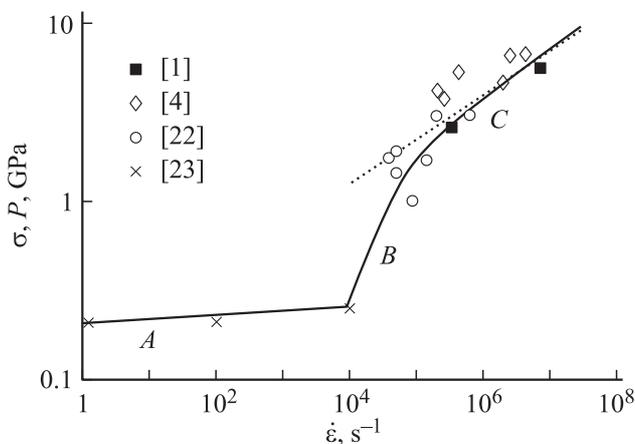
$$u(\tau) = \frac{u_s}{\exp\left(\frac{H(\tau)}{kT}\right) + \frac{t_B}{\tau}},$$

$$\dot{\epsilon}(\tau) = mb\rho(\tau)u(\tau). \tag{10}$$

Здесь  $H = H_0 - \Omega(\tau - \tau_\mu)$ ,  $H_0$ ,  $\Omega = b^2 l_\rho$  и  $\tau_\mu = \alpha \mu b \rho^{1/2}$  — энергия активации, величина потенциального барьера, активационный объем и деформационное упрочнение кристалла соответственно,  $\alpha = 0.5$  — коэффициент взаимодействия дислокаций,  $l_\rho = 1/\rho^{1/2}$  — расстояние между дислокациями леса с плотностью  $\rho(\tau) = \rho_0 + \rho_G(\tau)$ , где  $\rho_0$  и  $\rho_G$  — исходная (до удара) и генерируемая в ударной волне плотности дислокаций соответственно. При написании уравнений (10) предполагалось, что в чистом ГЦК-кристалле единственными потенциальными барьерами для движущихся дислокаций являются дислокации леса в некопланарных плоскостях скольжения. В кристаллах меди, согласно [24], для образования ступеньки на движущейся дислокации при пересечении ею дислокаций леса требуется энергия  $H_0 = 1.4 eV \approx 2.2 \cdot 10^{-19} J$ .

На рис. 5 сплошная кривая демонстрирует результаты расчета зависимости (в неявной форме) напряжения течения (давления  $P$ ) от скорости пластической деформации в кристаллах Cu согласно уравнениям (10) при начальной плотности дислокаций  $\rho_0 = 3 \cdot 10^{12} m^{-2}$ . Видно, что эта зависимость имеет три характерных участка: участок А термоактивированного движения дислокаций через лес дислокаций с плотностью  $\rho_0$ ,  $\sigma \sim (kT/\Omega) \ln \dot{\epsilon}$ , участок В надбарьерного движения дислокаций через этот лес со скоростью вязкого торможения дислокаций,  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  (см. также [8]), и участок С генерации ГН-дислокаций ударной волной, описываемый соотношением СГ  $P \sim \dot{\epsilon}^{1/4}$  (пунктир). Следует заметить, что впервые все три ветви зависимости скорости пластической деформации от напряжения рассчитаны в рамках единого микроскопического подхода на основе дислокационно-кинетических соотношений (10) и представлены в виде одной кривой (рис. 5).

В работе мы ограничились анализом данных, относящихся к выполнению соотношения СГ в чистых ГЦК-кристаллах. Для металлов с ГПУ-решеткой закон СГ также выполняется (Be [1], Mg [25]). Что касается металлов с ОЦК-решеткой, то указанное соотношение зафиксировано в  $\alpha$ -Fe [1,4], Mo [4] и Ta [26]. В табл. 2



**Рис. 5.** Зависимость напряжений течения  $\sigma$  [23] и давления в ударной волне  $P$  [1,4,22] в кристаллах Cu от скорости деформации  $\dot{\epsilon}$ . Сплошная кривая получена по уравнениям (10), пунктирная прямая — по соотношению СГ (уравнение (9а)).

приведены оценки коэффициентов  $K_P$  в ГПУ- и ОЦК-металлах согласно данным этих работ. Они имеют тот же порядок величины, что и значения этих коэффициентов в ГЦК-металлах (табл. 1). В табл. 2 указаны также значения модулей Юнга, использованные при расчете коэффициентов  $K_P$  в ГПУ- и ОЦК-металлах.

В [27] экспериментально установлено, что время откольного разрушения (spallation)  $t_f$  в большой группе металлических материалов изменяется с давлением в соответствии с соотношением  $t_f \sim P^{-4}$ . Откол связан с внутренним пластическим разрывом материала, следовательно, время откольного разрушения контролируется скоростью пластической деформации  $\dot{\epsilon} \sim P^4$  и величиной критической деформации разрыва  $\epsilon_f$ , не зависящей от скорости деформации. В результате в согласии с данными [27] находим, что  $t_f = \epsilon_f / \dot{\epsilon} = (\epsilon_f / K_P)(E/P)^4 \sim P^{-4}$ .

## 5. Заключение

Таким образом, результаты настоящей работы показывают, что соотношение СГ в виде степенной зависимости скорости деформации от давления (напряжения) имеет серьезное физическое (микроскопическое) основание. Этим основанием является механизм генерации на фронте ударной волны геометрически необходимых дислокаций с плотностью  $\rho_G \sim P^3$ . В сочетании с линейной зависимостью скорости вязкого торможения дислокаций от давления это дает экспериментально наблюдаемую степенную зависимость скорости деформации от давления  $\dot{\epsilon} \sim P^4$ . Оценки коэффициентов  $K_P$ , приведенные в табл. 1 и 2, свидетельствуют об универсальном характере этой зависимости для большой группы кристаллических материалов.

## Приложение

В литературе встречается мнение, что в условиях ударного нагружения для скорости пластической деформации следует использовать соотношение  $\dot{\epsilon} = b\dot{\rho}\lambda$ , а не формулу Орована  $\dot{\epsilon} = b\rho u$ . Здесь  $\dot{\rho}$  — скорость генерации дислокаций,  $\lambda$  — длина свободного пробега дислокаций. На самом деле эти соотношения эквивалентны друг другу, что можно продемонстрировать на примере одной расширяющейся дислокационной петли радиуса  $R$ . Дислокационный ансамбль в кристалле состоит из множества таких петель разного радиуса.

При радиусе  $R$  и длине петли  $L = 2\pi R$  она занимает объем кристалла  $V = \pi R^2 2b$ . Следовательно, связанная с петлей плотность дислокаций определяется выражением  $\rho = L/V = 1/bR$ , и поэтому  $\rho R = b^{-1} = \text{const}$ . Дифференцируя это соотношение по времени, находим, что  $\dot{\rho}R + \rho\dot{R} = 0$ . Поскольку в рассматриваемом случае  $R = \lambda$ , а  $\dot{R} = u$ , из последнего соотношения следует, что  $\dot{\rho} = -(u/\lambda)\rho$ . Подставляя  $\dot{\rho}$  в выражение  $\dot{\epsilon} = b|\dot{\rho}|\lambda$ , получаем формулу Орована  $\dot{\epsilon} = b\rho u$ .

## Список литературы

- [1] J.W. Swegle, D.E. Grady. *J. Appl. Phys.* **58**, 692 (1985).
- [2] D.E. Grady. *J. Appl. Phys.* **107**, 013 506 (2010).
- [3] G.I. Kanel, S.V. Razorenov, K. Baumung, J. Singer. *J. Appl. Phys.* **90**, 136 (2001).
- [4] Г.И. Канель, И.Е. Фортов, С.В. Разоренов. *УФН* **177**, 809 (2007).
- [5] J.C. Crowhurst, M.R. Armstrong, K.B. Knight, J.M. Zaugg, E.M. Behymer. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 144 302 (2011).
- [6] P.S. Follansbee, U.F. Kocks. *Acta Mater.* **36**, 81 (1988).
- [7] R.W. Armstrong, W. Arnold, F.J. Zerilly. *Met. Mater. Trans. A* **38**, 2605 (2007).
- [8] R.W. Armstrong, W. Arnold, F.J. Zerilly. *J. Appl. Phys.* **105**, 023 511 (2009).
- [9] R.W. Armstrong, F.J. Zerilly. *J. Phys. D* **43**, 49 002 (2010).
- [10] R.A. Austin, D.L. McDowell. *Int. J. Plasticity* **32/33**, 134 (2012).
- [11] C.S. Smith. *Trans. AIME* **212**, 574 (1958).
- [12] M.A. Meyers. *Scripta Met.* **12**, 21 (1978).
- [13] M.A. Meyers, F. Gregory, B.K. Kad, M.S. Schneider, D.H. Kalantar, B.A. Remington, G. Ravichandran, T. Boehly, J.S. Wark. *Acta Mater.* **51**, 1211 (2003).
- [14] L.E. Murr. *Scripta Met.* **12**, 201 (1978).
- [15] В.И. Альшиц, В.Л. Инденбом. *УФН* **115**, 3 (1975).
- [16] А.М. Косевич. *УФН* **84**, 579 (1964).
- [17] А.И. Мусиенко, Л.И. Маневич. *УФН* **174**, 861 (2004).
- [18] M.F. Horstemeyer, M.I. Baskes, S.J. Plimton. *Acta Mater.* **49**, 4363 (2001).
- [19] В.С. Красников, Ф.Ю. Куксин, А.Е. Майер, А.В. Янилкин. *ФТТ* **52**, 1295 (2010).
- [20] V.S. Krasnikov, A.E. Mayer, A.P. Yalovets. *Int. J. Plast.* **27**, 1294 (2011).
- [21] А.Е. Майер, А.Е. Дудоров. *Вестн. ЧелГУ. Физика* **39(254)**, 12, 48 (2011).
- [22] W. Tong, S. Huang. *J. Mech. Phys. Solids* **40**, 1251 (1992).
- [23] P.S. Follansbee, U.F. Kocks, G. Regazzoni. *J. Phys. Coll.* **46**, 25 (1985).
- [24] Р. Бернер, Г. Кронмюллер. *Пластическая деформация монокристаллов*. Мир, М. (1969). 272 с.
- [25] Г.В. Гаркушин, Г.И. Канель, С.В. Разоренов. *ФТТ* **54**, 1012 (2012).
- [26] С.В. Разоренов, Г.И. Канель, Г.В. Гаркушин, О.Н. Игнатова. *ФТТ* **54**, 742 (2012).
- [27] А.Я. Учайев, Р.И. Илькаев, В.Т. Пунин, С.А. Новиков, Л.А. Платонов, Н.И. Сельченкова. *Вопр. атомной науки и техники. Материаловедение и новые материалы* **1(62)**, 246 (2004).