01

О плотности электромагнитной энергии и ее скорости в среде с дисперсией, обусловленной проводимостью

© М.В. Давидович

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия
e-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 23 сентября 2009 г.)

Рассмотрен простейший закон дисперсии, определяемый диссипацией, связанной с проводимостью, и определены плотность электромагнитной энергии в плоской монохроматической волне и скорость (фазовая, групповая), а также скорость переноса энергии и импульса. Показано, что плотность энергии на низких частотах в этом случае имеет вид электростатической плотности с заменой диэлектрической проницаемости на ее реальную часть, а скорость энергии в плоской монохроматической волне равна фазовой скорости. Групповая скорость может превышать скорость света.

Как известно, для плоской монохроматической волны с комплесной зависимостью $\exp\big(j(\omega t-\beta(\omega)z)-\alpha(\omega)z\big)$, движущейся вдоль z в диспергирующей среде, можно ввести две скорости, определяющие перенос присущих ей физических субстанций или ее характеристик: скорость движения энергии v_e и скорость движения электромагнитного импульса поля v_i [1–4]. Кроме того, для закона дисперсии $\beta(\omega)$ можно ввести еще две величины, определяющие движение математических (кинематических) характеристик волны: фазовую $v_p(\omega)=\omega/\beta(\omega)$ и групповую $v_g(\omega)=\big(\partial\beta(\omega)/\partial\omega\big)^{-1}$ скорость. Первая характеризует скорость движения фазы, а вторая — скорость движения фазовых возмущений или интерференционной картины (биений) двух бесконечно близких по частоте волн одинаковой амплитуды. При этом положительное значение производной соответствует положительной дисперсии, или прямой волне, а отрицательное — отрицательной дисперсии, или обратной волне.

Коэффициент $n'(\omega)=c/v_p(\omega)$ определяет замедление и преломление волны на границе раздела, а коэффициент $n''(\omega)$ — потери. При этом нормальной дисперсии соответствуют значения $\partial n'(\omega)/\partial\omega>0$ и $\partial v_p(\omega)/\partial\omega<0$, а аномальной — соответственно $\partial n'(\omega)/\partial\omega<0$ и $\partial v_p(\omega)/\partial\omega>0$ [5]. Последние две скорости в общем случае не соответствуют движениям физических субстанций и являются лишь удобными математическими понятиями при описании волн [6–20], хотя часто $v_g(\omega)$ отождествляют с $v_e(\omega)$, что для диссипативных сред неверно [8–10,15–19].

Поскольку все реальные среды в той или иной мере имеют диссипацию, $v_g(\omega)=v_e(\omega)$ выполняется лишь для ряда идеальных модельных случаев, например, в идеальной бесстолкновительной плазме. Случай дисперсии в идеально проводящих волноводах, включая и периодические волноводы, совсем иной: там при гармонической волне нет частотной спектральной группы волн, а закон дисперсии возникает из-за наличия пространственной спектральной группы парциальных волн, движущихся под углом θ к оси волновода с фазовой скоростью, равной скорости света.

Указанная группа в общем случае зависит от двух углов, один из которых определяет скорость переноса энергии вдоль оси, а другой может иметь непрерывный спектр [18]. При этом $v_p=c/\cos(\theta)$, $v_g=c\cos(\theta)$ и $v_pv_g=c^2$. Данный случай тривиален, соответствует электродинамическим структурам, а не средам, и здесь не рассматривается. В ряде работ, например в [20], утверждается, что всегда $v_g=v_e\le c$, хотя это не так [15–19].

Строго говоря, в задаче о распространении импульса (частотного волнового пакета) можно ввести бесконечное число величин, имеющих размерность скорости. Например, можно ввести скорости $v_n=\big(\omega^{n-1}\partial^n\beta(\omega)/\partial\omega^n\big)^{-1}$. Для математического описания вводятся и соответствующие комплексные скорости, в которых величина β заменена комплексной постоянной распространения $\gamma(\omega)=\beta(\omega)-j\alpha(\omega)$ [12,17], и комплексный показатель преломления (коэффициент замедления) $n(\omega)=n'(\omega)-jn''(\omega)$ [14]. Комплексная скорость v_p для сигнала может иметь (и имеет) математический смысл, в отличие от комплексной скорости v_g, которую можно ввести лишь для комплексных сигналов. В работе [21] введен 4-вектор групповой скорости, что имеет смысл в случае самосопряженного гамильтониана. В литературе для консервативных (недиссипативных) систем известна теорема Леонтовича–Лайтхилла [1–3,6,22–24], согласно которой при квадратичной и эрмитовой функции Гамильтона имеет место $v_g=v_e$. В нашем случае и вообще для диссипативных сред условия этой теоремы не выполняются.

Традиционно параметр v_g вводится путем разложения в спектральном интеграле фазовой постоянной $\beta(\omega)$ в ряд Тейлора в окрестности некоторой частоты (например, несущей) с оставлением членов нулевого и первого порядков (первое приближение теории дисперсии) [11–13]. Иногда используют и обратное разложение $\omega(\beta)$ [10]. Учет членов высших порядков как раз и приводит к появлению указанных выше скоростей, при этом вторая производная $\partial^2\beta/\partial\omega^2$ в правом приближении характеризует скорость расплывания импульса как целого [12,17]. В диссипативных средах можно ввести аналогичные комплексные скорости, зависящие также от постоянной затухания $\alpha(\omega)$. Указанные разложения являются асимптотическими [13,25], т.е. не обязательно сходящимися. Далее не рассматривается распространение импульсов (цугов или волновых пакетов), ограничимся простейшим одномерным случаем плоской монохроматической волны. В такой волне нет частотной группы волн, поэтому и нет основания для введения групповой скорости (хотя формально для закона дисперсии $\beta(\omega)$ ее ввести можно, что и сделано нами).

Часто необходимо рассматривать проводящие среды при достаточно низких частотах, когда дисперсией, не связанной с проводимостью, можно пренебречь. К ним, например, относятся полупроводники и металлы в радио- и СВЧ-диапазонах, морская вода в радиодиапазоне, ионосферная плазма (например, слой Хевисайда) при сверхнизких частотах. Указанный закон, когда дисперсия определяется только проводимостью σ, не зависящей от частоты (т.е. проводимостью на постоянном токе), имеет вид [10]

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon'\mu}{2}\left[1+\sqrt{1+\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2\varepsilon'^2\omega^2}}\right]} = \frac{\omega n'(\omega)}{c}, \quad (1)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon'\mu}{2}\left[-1+\sqrt{1+\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2\varepsilon'^2\omega^2}}\right]} = \frac{\omega n''(\omega)}{c}, \quad (2)$$

где обозначены константы проницаемостей ε', $\mu \geq 1$. Это справедливо в некоторой области частот $0 < \omega \ll \omega_{\min}$, где $\omega_{\min}$ — некая минимальная частота из набора собственных резонансных частот вещества, частоты нарушения нормального скин-эффекта (если таковой имеется), а также плазменной частоты носителей заряда ω_p. Например, для воды $\omega_{\min} \sim \omega_c = 1/\tau$ лежит в районе 100 GHz, ω_c — частота столкновений, а τ определяет время релаксации в формуле Дебая. Для металлов значение $\omega_{\min}$ может лежать в пределах от инфракрасного до ультрафиолетового диапазонов [26,27]. Дисперсии (1), (2) соответствует диэлектрическая проницаемость с полюсом на нулевой частоте [14]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon' - j\sigma/(\varepsilon_0\omega), \quad (3)$$

и магнитная проницаемость $\mu = \mathrm{const}$, что далее и используется нами.

Уже непосредственное применение формулы (3) демонстрирует, что групповая скорость может превышать величину $c/\tilde{n}$, где $\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon'\mu}$ — коэффициент замедления или рефракции (показатель преломления) в среде в отсутствие проводимости. Более того, групповая скорость может превышать и скорость света в вакууме c. Пусть $\mu = 1$. Обозначив $\tilde{\omega} = \sigma/(\varepsilon_0\varepsilon)$, имеем

$$\frac{d}{d\omega}\beta(\omega) = \frac{\beta(\omega)}{\omega} \times \left\{1 - \frac{(\tilde{\omega}/\omega)^2}{2\left(1+\sqrt{1+(\tilde{\omega}/\omega)^2}\right)\sqrt{1+(\tilde{\omega}/\omega)^2}}\right\}_{\omega=\tilde{\omega}} = \frac{0.8535}{v_p(\tilde{\omega})} = \frac{\tilde{n}/c}{1.0663}. \quad (4)$$

Указанное превышение наступает при $\tilde{n} < 1.0663$, что может выполняться, например, в слабо ионизированном воздухе при условиях $\omega_c \gg \omega_p$ и $\omega_c \gg \tilde{\omega}$.

Введение в рассмотрение дисперсии диэлектрической проницаемости в ряде случаев позволяет сделать это превышение еще более существенным [18]. Сошлемся на две работы [15,16], которые одними из первых отмечают факт превышения групповой скоростью скорости света в области аномальной дисперсии (см. также [17]), и в то же время показывают, что сигнал при этом распространяется со скоростью $v < c$. Таким образом, в проводящей среде параметр v_g никак не может характеризовать скорость движения энергии. Наоборот, фазовая скорость в такой среде, обладающей аномальной положительной дисперсией, всегда меньше скорости света: $v_p(\omega) = c/n'(\omega) < c$.

Целью настоящей работы является доказательство для рассмотренного случая соотношений $v_e = v_p$ и $v_i = v_p$. Заметим, что в работе [18] соотношение $v_e = v_p$ для сред с аномальной положительной дисперсией, диэлектрическая проницаемость которых описывается формулой Дебая (т.е. для полярных диэлектриков с жесткими диполями), доказано двумя независимыми методами. Будем считать процесс распространения волны квазиравновесным, т.е. происходящим без разогрева при постоянной температуре.

Пусть плоская линейно поляризованная монохроматическая волна с компонентой электрического поля E_x распространяется в проводящей среде. Указанная волна создает плотность тока $J_x = \sigma E_x$, которая приводит к диссипации энергии волны. Эта диссипация имеет экспоненциальное распределение вдоль оси z вида $\exp\left(-2\alpha(\omega)z\right)$ и создает неоднородный вдоль z нагрев бесконечного пространства. Неоднородный нагрев, в свою очередь, генерирует тепловое излучение в направлениях $\pm z$, имеющее все возможные спектральные компоненты. Таким образом, процесс изначально неравновесный. Его можно приближенно считать равновесным и одночастотным, если амплитуда волны на рассматриваемом участке мала (бесконечно мала) или теплоемкость среды бесконечно велика.

В бесконечных диссипативных средах незатухающая гармоническая волна может распространяться только за счет энергии сторонних источников, которые компенсируют потери энергии волны на диссипированное тепло Q [14]. Предполагается, что такие источники находятся вне зоны рассмотрения волны (обычно на бесконечности). Для плоской волны энергия источника должна быть бесконечой даже в отсутствие затухания, что характеризует волну как удобную математическую абстракцию (решение однородных уравнений Максвелла). Формально математически плоская волна возбуждается в обе стороны листом стороннего тока с плотностью $\mathbf{J}_{\text{inc}}(x, y, z, t) = \mathbf{x}_0 I(t)\delta(z)$ [28]. Если источники находятся на бесконечности, плоская волна есть предел сферической волны.

Диэлектрическая проницаемость (3) получается путем непосредственной подстановки зависимости для полей и тока проводимости в уравнения Максвелла. Можно привести и другой вывод этой величины — необходимо подсчитать среднюю за период поляризацию единицы объема и воспользоваться соотношением

$$D_x(\omega, t, z) = \varepsilon_0\varepsilon(\omega)E_x(\omega, t, z) = \varepsilon_0 E_x(\omega, t, z) + P_x(\omega, t, z). \tag{5}$$

Здесь $E_x(\omega, t, z) = E_z(\omega, 0, 0)\exp\big(j\omega t - j\gamma(\omega)z\big)$.

Обозначим $E_0 = E_x(\omega, 0, 0)$. Соотношение (5) необходимо усреднить по периоду колебаний. В нашем случае $\langle P_x(\omega, t, z)\rangle = \big(\chi_1 + \chi_2(\omega)\big)\langle E_x(\omega, t, z)\rangle$, где скобки Дирака означают указанное усреднение. Для введенных восприимчивостей можно написать $k_1 = \varepsilon' - 1$, $k_2(\omega) = -j\sigma/(\varepsilon_0\omega)$. Действительно, поляризация единицы объема в рассматриваемой среде создается поляризацией собственно вещества среды и движением свободных зарядов, рассеивающихся на атомах или молекулах вещества и друг на друге. Первая поляризация происходит без запаздывания (мгновенно) в силу нашего предположения, что характерные частоты вещества весьма высоки. Движение зарядов описывается уравнением $\dot{x}(t) = \sigma(Ne)^{-1}E_x(\omega, t, z)$ и происходит так, что их потенциальная энергия равна нулю, а средняя кинетическая энергия имеет вид $\langle U_K\rangle = m\sigma^2E_0^2/(4Ne^2)\exp\big(-\alpha(\omega)z\big)$, где $\sigma = Ne^2/(m\omega_c)$, N — число заряженных частиц в единице объема. Этот результат также можно получить из диэлектрической восприимчивости плазмы

$$k_p(\omega) = -\frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\omega_c)} \tag{6}$$

в предположении, что $\omega \ll \omega_p$ и $\omega \ll \omega_c$, т.е. что плазменная частота и частота столкновений весьма велики, при этом $\sigma = \varepsilon_0\omega_p^2/\omega_c$ — проводимость при нулевой (бесконечно низкой) частоте. Иначе говоря, проводящую среду можно рассматривать как плазму при очень низких частотах. Усредненная плотность электрической части электромагнитной энергии и диэлектрическая проницаемость газа осцилляторов с собственной частотой ω_0 получены в [17] и имеют вид

$$\langle U_E(t, z)\rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left\{1 + \frac{\omega_p^2(\omega^2 + \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega_c^2\omega^2}\right\} \times \exp\big(-2\alpha(\omega)z\big), \tag{7}$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega^2 - \omega_0^2 + j\omega\omega_c)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega_c^2\omega^2}. \tag{8}$$

Для непроводящей среды без дисперсии следует положить $\omega \ll \omega_0$ (или $\omega = 0$), что дает

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \omega_{p1}^2/\omega_0^2 = 1 + k_1 = \varepsilon' = \text{const}. \tag{9}$$

$$\langle U_E(t), z\rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\,(1 + \omega_{p1}^2/\omega_0^2)\exp\big(-2\alpha(\omega)z\big) = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E_0^2}{4}\exp\big(-2\alpha(\omega)z\big). \tag{10}$$

Здесь индексом „1“ отмечена плазменная частота, связанная с концентрацией диполей вещества. В такой среде энергия на частотах ниже $\omega_{\min}$ распространяется с фазовой скоростью. Для проводящей среды с плазмой носителей следует добавить члены из формул (7), (8), в которых $\omega_0 = 0$ (свободные заряды). В этом случае $\omega_{p2} \gg \omega$, поэтому

$$\langle U_E(t, z)\rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\big(1 + \omega_{p1}^2/\omega_0^2 + \omega_{p2}^2/\omega_c^2\big)\exp(-2\alpha z), \tag{11}$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \omega_{p1}^2/\omega_0^2 - j\omega_{p2}^2/(\omega_c\omega) = 1 + k_1 + k_2. \tag{12}$$

Для любого волнового процесса скорость переноса некой субстанции определяется, согласно концепции Н.А. Умова [29], ее плотностью и вектором плотности ее потока в единицу времени. В нашем случае для энергии этот вектор Пойтинга $S(\mathbf{r}, t) = \mathbf{z}_0 S(\mathbf{r}, t)$, при этом

$$\mathbf{v}_e(\mathbf{r}, t) = \mathbf{z}_0 v_e(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \mathbf{S}(\mathbf{r}, t)/U(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)/U(\mathbf{r}, t), \tag{13}$$

что следует из закона сохранения энергии при общих предположениях. В (13) и далее использованы реальные физические поля. В случае гармонических полей в однородной среде, усредняя (13) по времени с учетом (7) и учитывая магнитную энергию, получим

$$v_e(\omega) = c\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\varepsilon'\mu}}\,\frac{\sqrt{1+\delta}}{1+\xi+\delta} < v_p(\omega), \tag{14}$$

где $\delta = \sqrt{1+\xi^2}$, $\xi = \sigma/(\varepsilon_0\varepsilon'\omega)$. Если выполнены условия $\omega \ll \omega_c$ и $\sigma \gg \varepsilon_0\varepsilon'\omega_c$, то вторым слагаемым в знаменателе (14) можно пренебречь:

$$v_e(\omega) \approx c\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\varepsilon'\mu}\sqrt{1+\delta}} = v_p(\omega). \tag{15}$$

При указанных приближениях единицей под корнем также можно пренебречь, и тогда

$$v_e(\omega) = v_p(\omega) = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon'\mu}}\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon'\omega}{\sigma}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0\mu\sigma}} = v_g(\omega)/2. \tag{16}$$

Для $\mu = 1$ в законе (16) при небольших замедлениях возможно превышение групповой скоростью света в пустоте. Именно из условия $v_g > c$ имеем условие $\sigma < 8\omega\varepsilon_0$. Используя условие получения формулы (16), имеем $\omega\varepsilon_0\varepsilon \ll \sigma < 8\omega\varepsilon_0$. Для сред с $\varepsilon \sim 1$ можно считать это неравенство выполненным при приближении σ к $8\omega\varepsilon_0$ снизу. Однако при частоте порядка $\sigma/(8\varepsilon_0)$ пренебречь полностью током смещения по сравнению с током проводимости уже нельзя, поэтому следует рассматривать строгое соотношение (1).

Результат (15) можно получить другим способом — путем перехода от квазистационарного процесса к стационарному [18]. Пусть в момент $t = 0$ возник создающий поле источник поверхностного тока с зависимостью от времени

$$\mathbf{J}(t, x, y, z) = \mathbf{x}_0 J_x \delta(z)\big[1 - \exp(-\delta t)\big]\sin(\omega t).$$

При $t < 0$ поле отсутствовало. В области $|z| > 0$ он создает плоскую волну. Тогда плотность работы (энергии) W, затрачиваемой источником на создание поля, имеет вид [18]

$$W(t, \mathbf{r}) = \int\limits_0^t \left\{\mathbf{E}(t', \mathbf{r})\frac{\partial}{\partial t'}\mathbf{D}(t', \mathbf{r}) + \mathbf{H}(t', \mathbf{r})\frac{\partial}{\partial t'}\mathbf{B}(t', \mathbf{r})\right\}dt'$$

$$= \frac{\varepsilon_0\mathbf{E}^2(t, \mathbf{r}) + \mu_0\mathbf{H}^2(r, \mathbf{r})}{2}$$

$$+ \int\limits_0^t \Big\{\varepsilon_0\hat{k}(0, \mathbf{r})\mathbf{E}^2(t', \mathbf{r}) + \mu_0\hat{\chi}(0, \mathbf{r})\mathbf{H}^2(t', \mathbf{r})$$

$$+ \int\limits_0^{t'} \big[\varepsilon_0\mathbf{E}(t', \mathbf{r})\partial_t\hat{k}(t' - t'', \mathbf{r})\mathbf{E}(t'', \mathbf{r})$$

$$+ \mu_0\mathbf{H}(t', \mathbf{r})\partial_t\hat{\chi}(t' - t'', \mathbf{r})\mathbf{H}(t'', \mathbf{r})\big]dt''\Big\}dt'. \qquad (17)$$

Здесь введены ядра интегральных операторов диэлектрической и магнитной восприимчивости $\hat{k}(t, \mathbf{r})$ и $\hat{\chi}(t, \mathbf{r})$. В силу однородности зависимости от $\mathbf{r}$ опускаем, а поля имеют экспоненциальную зависимость от z. Заметим, что в (17) в качестве нижнего предела можно взять $-\infty$. Для рассматриваемого закона дисперсии $\hat{\chi}(t) = (\mu - 1)\delta(t)$, а оператор диэлектрической восприимчивости имеет вид

$$\hat{k}(t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

$$= (\varepsilon' - 1)\delta(t) + \chi(t)\sigma/\varepsilon_0,$$

где $\chi(t)$ — функция Хевисайда.

Для определения плотности энергии поля из (17) необходимо вычесть диссипированную энергию Q (теплоту) [17,18]. Определяя эти величины при больших значениях времени $t \gg 1/\delta$ и $t \gg 1/\omega$, получим указанные параметры для квазимонохроматического процесса. Усреднив по периоду колебаний $2\pi/\omega$ и перейдя к пределу $t \to \infty$, найдем энергию монохроматического процесса. Подставив в интегралы типа (17) выражения всех входящих в них величин через спектральные интегралы, выделив дельта-функции и проинтегрировав с ними по времени, а затем вычислив спектральный интеграл методом теории вычетов, придем к формуле (7). Заметим, что результат $\langle U_E\rangle = \varepsilon_0\varepsilon'|\mathbf{E}|^2/4$ для проводящей среды $(\omega_0 = 0)$ на малых частотах сразу следует из теоремы Умова–Пойтинга в комплексной форме [9,10]. Этот же результат следует из явного представления полей [10]:

$$E_x = E_0\cos(\omega t - \beta z)\exp(-\alpha z),$$

$$H_y = H_0\cos(\omega t - \beta z - \varphi)\exp(-\alpha z). \qquad (18)$$

Здесь $\varphi = \mathrm{arctgn}(\alpha/\beta)$ — фазовый сдвиг, определяемый формулой (6.32) из [10], а отношения амплитуд в (18) дают действительный импеданс $Z = E_0/H_0 = \omega\mu_0\mu\big/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. При этом

$$Z = Z_0\sqrt{\mu\Big/\sqrt{\varepsilon'^2 + \sigma^2/(\omega^2\varepsilon_0^2)}},$$

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ (формула и (6.31) из [10]). Отсюда имеем

$$v_e = \frac{\langle S\rangle}{\langle U\rangle} = 2\,\frac{E_0^2\cos(\varphi)/Z}{\varepsilon_0\varepsilon' E_0^2 + \mu_0\mu E_0^2/Z^2}$$

$$= \frac{2}{\omega\mu_0\mu}\frac{\beta}{\varepsilon_0\varepsilon' + \varepsilon_0\varepsilon'\sqrt{1 + \xi^2}}$$

$$= \frac{2}{\omega^2}\frac{\beta\omega}{\varepsilon_0\varepsilon'\mu_0\mu(1 + \delta)} = \frac{\omega}{\beta} = v_p.$$

Примененный подход позволяет рассмотреть вопрос и о скорости переноса импульса поля. В частности, можно показать, что при определении плотности импульса в виде $\tilde{\mathbf{g}}^M(t, z) = \mathbf{S}(t, z)/v_p^2 = \mathbf{z}_0 E_x H_y/v_p^2$ скорость переноса импульса в проводящей среде совпадает с фазовой скоростью, т. е. равна скорости энергии, при этом полный импульс сохраняется. В случае отсутствия проводимости (т. е. и дисперсии) указанная плотность совпадает с определением по Минковскому, при этом $v_p = v_e = v_i = c/\tilde{n}$.

Заключение

Получено представление плотности энергии в плоской монохроматической волне для дисперсии, определяемой только током проводимости. Показано, что в этом случае энергия переносится с фазовой скоростью, которая меньше скорости света c в вакууме, тогда как групповая скорость может превышать скорость света. Результат для скорости переноса энергии получен несколькими способами, в частности, использован закон дисперсии для газа осцилляторов. Выводы обобщаются и при наличии нескольких резонансных частот осцилляторов, а также для наличия внутреннего поля. Существенным здесь является подсчет поляризуемости с использованием уравнения движения частиц, которое имеет первый порядок. В этом случае потенциальная энергия не накапливается, а собственные колебания вещества отсутствуют.

Приведенные результаты могут быть обобщены для проводящих полярных диэлектриков, например, для воды, содержащей ионы проводимости. В идеально дистиллированной воде замедление изменяется от 9 до 1 (без учета влияния резонансов в инфракрасной и ультрафиолетовой части спектров), а скорость энергии совпадает с фазовой скоростью. В содержащей ионы проводящей воде в области сверхнизких частот коэффициенты замедления и потерь стремятся к бесконечности. В морской воде ($\sigma = 4\,\mathrm{S/m}$) на частоте примерно 900 MHz ток смещения равен току проводимости, а на существенно более низких частотах она ведет себя подобно металлу. Знание скорости движения энергии и соответственно импульсов важно для передачи сообщений, например, при связи с подводными лодками, которая осуществляется на сверхнизких частотах, при этом сигнал передается со скоростью, примерно равной фазовой, а групповая скорость в два раза больше. Замедление при этом на частоте 1 kHz равно $6 \cdot 10^3$.

По поводу электромагнитного импульса и скорости его переноса в электродинамике сплошных сред заметим, что вопрос о форме плотности импульса (по Абрагаму или по Минковскоми) и соответственно о тензоре энергии-импульса до сих пор не решен и остается дискуссионным более ста лет. Литература по этому вопросу весьма обширна и разнородна (см., например, [30–39] и обзор литературы в [39]). Представляется обоснованным, что импульс системы поле–вещество может и должен быть определен из решения соответствующей задачи возбуждения с учетом решения уравнений движения частиц вещества, т.е. с учетом предыстории такого процесса. В ряде частных случаев (для определенных законов дисперсии) при переходе от квазимонохроматического процесса возбуждения к монохроматическому усредненная плотность указанного импульса может быть получена в явном виде. В частности, при отсутствии дисперсии, т.е. при материальных уравнениях вида $\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H}$, можно показать, что указанная плотность имеет форму $\mathbf{g}^M = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$.

Список литературы

[1] *Зирберглейт А.С., Копилевич Ю.И.* // ЖТФ. 1960. Т. 50. Вып. 2. С. 241–251.
[2] *Зирберглейт А.С., Копилевич Ю.И.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 3. С. 449–460.
[3] *Гуреев А.В.* // ЖТФ. 1990. Т. 61. Вып. 1. С. 23–28.
[4] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Электродинамика. М.: Мир, 1966. Т. 6. 260 с.
[5] *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002. 438 с.
[6] *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. 438 с.
[7] *Бхатнагар П.* Нелинейные волны в одномерных дисперсных средах. М.: Мир, 1983. 136 с.
[8] *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматлит, 1960. 550 с.
[9] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
[10] *Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971. 654 с.
[11] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
[12] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. Вып. 2. С. 339–367.
[13] *Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е.* Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
[14] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
[15] *Stratton J.A.* Electromagnetic theory / NY-London, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1941.
[16] *Schulz-DuBois E.O.* // Proc. IEEE. 1969. Vol. 57. N 10. P. 1748–1757.
[17] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А.* Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высш. шк., 1985. 504 с.
[18] *Давидович М.В.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 22. С. 53–63.
[19] *Давидович М.В.* // УФН. 2009. Т. 179. Вып. 4. С. 443–446.
[20] *Островский Л.А., Потапов А.И.* Введение в теорию модулированных волн. М.: Физматлит, 2003. 400 с.
[21] *Полевой В.Г., Рытов С.М.* // УФН. 1978. Т. 125. Вып. 3. С. 540–565.
[22] *Рытов С.М.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17 (10). С. 930.
[23] *Lighthill M.J.* // J. Inst. Math. Appl. 1965. Vol. 1. P. 1–28.
[24] *Biot V.A.* // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. P. 1129–1137.
[25] *Ольвер Ф.* Введение в асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука, 1973. 376 с.
[26] *Котельников И.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9. С. 91–96.
[27] *Ordal M.A., Long L.L., Bell R.J.* et al. // Appl. Optics. 1983. Vol. 22. N 7. P. 1099–1120.
[28] *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
[29] *Umov N.F. Beweg-Gleich.* Energie in contin. Kopern. Zeitschrif d. Math. und Phys. Bd. 19. Slomilch, 1874.
[30] *Гинзбург В.Л.* // УФН. 1973. Т. 110. Вып. 2. С. 309–319.
[31] *Скобельцин Д.В.* // УФН. 1973. Т. 110. Вып. 2. С. 253–292.
[32] *Гинзбург В.Л., Угаров В.А.* // УФН. 1976. Т. 118. Вып. 1. С. 175–188.
[33] *Brevic J.* // Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsc. 1970. Vol. 37. N 11. P. 13.
[34] *De Groot S., Suttorp L.* // Physica. 1968. Vol. 38. P. 84.
[35] *Де Гроот С.Р., Сатторп Л.Г.* Электродинамика. М.: Наука, 1982. 530 с.
[36] *Скобельцын Д.В.* // УФН. 1977. Т. 122. С. 295.
[37] *Гинзбург В.Л.* // УФН. 1977. Т. 122. С. 325.
[38] *Leonhardt U.* Momentum in an uncertain light // Nature. 2006. Vol. 444. P. 823–824.
[39] *Pfeifer R.N., Nieminen T.A., Heckenberg N.R. and Rubinsztein-Dunlop H.* // Rev. Mod. Phys. 2007. Vol. 79. P. 197.