

01;03

## Газодинамические эффекты периодического подвода энергии в расширяющемся канале

© В.П. Замураев, А.П. Калинина

Новосибирский государственный университет,  
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия e-mail: zamuraev@itam.nsc.ru

(Поступило в Редакцию 23 апреля 2009 г.)

Рассмотрено влияние на сверхзвуковое течение в расширяющемся канале пространственно-временных характеристик пульсирующего источника энергии. Установлено, что применение низкочастотных источников энергии для создания тяги может дать существенно более высокие значения удельной силы, чем непрерывный подвод энергии. Показано, что влияние длительности импульсов периодически подводимой энергии на удельную силу имеет немонотонный характер. При малой длительности импульсов получено существенно более высокое значение удельной силы по сравнению со стационарным подводом энергии. Обнаружено заметное влияние неоднородности распределения подводимой энергии по длине канала.

### Введение

Задача изучения сверхзвукового течения в канале переменного сечения с импульсно-периодическим подводом энергии связана с проблемой создания газодинамических силовых установок, в частности лазерных ракетных двигателей (см., например, [1,2]). Мнение, что с точки зрения эффективности стационарный подвод энергии является оптимальным по сравнению с импульсно-периодическим ее подводом, неверно. Возможность более эффективного использования импульсно-периодического подвода энергии по сравнению со стационарным отмечалось при исследовании внешних сверхзвуковых течений. Так, в [3] было рассмотрено сверхзвуковое обтекание полусферы ( $M_\infty = 3$ ) с пульсирующим источником энергии перед ней и обнаружено существование минимума сопротивления полусферы при изменении частоты следования импульсов подводимой энергии. На основании этого сделан вывод: режим пульсирующего энергоподвода может быть эффективней стационарного. Глубина найденного в [3] минимума оказалась небольшой. В экспериментах [4] минимум не обнаружен.

Аналогичный эффект получен в [5] при исследовании обтекания крылового профиля NASA-0012 на транзвуковом режиме ( $M_\infty = 0.85$ ) с импульсно-периодическим подводом энергии в узкой зоне вблизи поверхности профиля. В одном из вариантов при непрерывном постоянном подводе энергии стационарное решение так и не установилось. Среднее значение коэффициента волнового сопротивления профиля было на 20% больше коэффициента сопротивления в периодическом решении, полученном для тех же удельного энергоподвода и положения источника энергии.

Первые результаты для канала переменного сечения, представленные в [6], показали, что удельная сила, действующая на стенки канала со стороны сверхзвукового потока, может существенно зависеть от длительности импульса. При этом в случае импульсов малой длитель-

ности получено существенно более высокое значение удельной силы по сравнению со стационарным подводом энергии.

В настоящей работе показано существование значительного влияния на удельную силу не только длительности импульсов энергии, но и частоты их следования, а также пространственной неоднородности.

### Постановка задачи

Моделируется нестационарное течение в плоском канале переменного сечения с распределенным подводом энергии. Решаются уравнения Эйлера в „каналовом“ приближении для газа с постоянным показателем адиабаты  $\gamma$ . Данное приближение позволяет получить значения интегральных характеристик течения, близкие к оптимальным, поскольку на выходе из канала течение равномерное. Для плоского случая эти уравнения имеют вид [7]:

$$\partial \mathbf{U} / \partial t + \partial \mathbf{F} / \partial x = \mathbf{Q},$$

$$\mathbf{U} = (\rho u, \rho u v, e y), \quad \mathbf{F} = (\rho u v, (p + \rho u^2) y, u(p + e) y),$$

$$\mathbf{Q} = (0, p dy/dx, q y).$$

Полуширина канала задается уравнением  $y = y(x)$ . Координата  $x$  направлена вдоль канала и отнесена к его полуширине  $d$  на входе; время  $t$  отнесено к  $d/a_0$ , скорость газа  $u$  и скорость звука  $a$  — к  $a_0$ , плотность  $\rho$  — к  $\rho_0$ ; давление  $p$  и полная энергия единицы объема газа  $e$  обезразмерены с помощью величины  $\rho_0 a_0^2$ ;  $q$  — мощность, подводимая к единице объема газа, отнесена к величине  $\rho_0 a_0^3/d$ ;  $p_0$  и  $a_0$  — размерные давление и скорость звука в потоке на входе в канал, величина  $\rho_0$  определяется из условия  $p_0 = \rho_0 a_0^2$ .

Для принятой модели газа

$$p = (\gamma - 1)(e - 0.5\rho(u^2 + v^2)), \quad a^2 = T = \gamma p / \rho.$$

Подвод энергии осуществляется в расширяющейся части канала в заданном интервале координат  $[x_1, x_2]$ .

Величина подводимой мощности  $q$  (средней за период при периодическом ее подводе) определяется из сравнения с мощностью, выделяющейся при полном сгорании водорода в прямоточном воздушно-реактивном двигателе. Это дает интегральное уравнение для нахождения  $q$

$$\int_0^{\Delta t} dt \int_{x_1}^{x_2} qy dx = \gamma M_0 Q \Delta t,$$

где  $\Delta t$  — период,  $M_0$  — число Маха потока на входе в канал. Величина  $Q = Hu/a_0^2$  ( $Hu$  — калорийность водорода) зависит от числа Маха полета  $M_\infty$  (так же, как и  $M_0$ ). Эти величины задаются. В основных расчетах для  $q$  используется ступенчатая зависимость от времени, т. е.

$$q(x, t) = q_0(x)\sigma(t),$$

где

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & n\Delta t \leq t \leq n\Delta t + \tau, \\ 0, & n\Delta t + \tau < t < (n+1)\Delta t, \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Произведение  $q_0(x)y$  предполагалось постоянным. В результате для  $q_0(x)$  получается выражение

$$q_0(x) = \gamma \cdot M_0 \cdot Q / (x_2 - x_1) / y \cdot \Delta t / \tau.$$

Случай  $\tau = \Delta t$  соответствует непрерывному подводу энергии. Другой предельный случай  $\tau \rightarrow 0$  соответствует зависимости

$$\sigma(t) = \sum_n \delta(t - n\Delta t),$$

где  $\delta(t)$  — импульсная функция Дирака.

Наряду с этим расчеты были проведены также для непрерывного подвода энергии по синусоидальному закону

$$\sigma(t) = 1 + \sin(2\pi/\Delta t).$$

Проводились также расчеты для „линейного“ распределения энергопровода в зоне  $x_1 \leq x \leq x_2$  с задаваемым коэффициентом  $b$  (при  $b = 0$   $q_0(x)y = \text{const}$ , при  $b = -1$  значение  $q_0(x)y$  убывало до нуля при  $x = x_2$ ).

Для решения задачи на входе в канал задаются параметры невозмущенного потока, на выходе при сверхзвуковых скоростях применяется линейная экстраполяция [7]. В качестве начальных условий используется стационарное течение газа при отсутствии подвода энергии. С начала подвода энергии до получения периодического решения решалась нестационарная задача. Момент достижения периодического решения определялся из сравнения последовательных значений средней удельной силы. Осреднение ее проводилось по двум периодам. Уровень относительной погрешности не превышал  $10^{-8}$ .

Для численного решения задачи был выбран метод Маккормака с искусственной вязкостью четвертого порядка малости.

В ходе решения задачи вычислялась средняя за один или два периода удельная сила  $f$  (отношение силы, действующей на стенки канала, к расходу воздуха).

## Анализ результатов расчета

Расчеты проведены для параметров, соответствующих условиям перед камерой сгорания прямоточного двигателя для чисел Маха полета  $M_\infty = 12$  и 16 на высоте 10 km при десятикратном сжатии струи в воздухозаборнике:  $M_0 = 4$  и 4.5 соответственно, давление  $p = 1$ , плотность газа  $\rho = \gamma = 1.33$  (параметры на входе в канал). Канал имеет общую длину, равную двум. На участке длиной 0.8 его сечение постоянное (полуширина равна единице). Далее канал равномерно расширяется до  $y = 2$ . Параметры источника энергии:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 1.02$ ,  $Q = 5.76$  и 3.19 (соответственно различным значениям  $M_0$ ), период подвода энергии варьировался в пределах  $\Delta t = 0.001-0.1$ , длительность импульсов  $\tau$  изменялась от 0 до  $\Delta t$ . Получены удельная сила, действующая на стенки канала, и распределение параметров течения по длине канала для непрерывного и импульсно-периодического подвода энергии.

На рис. 1 показана зависимость удельной силы  $f$  от числа Маха при различных значениях периода подвода энергии (энергия подводилась мгновенно, т. е.  $\tau = 0$ ) и для сравнения при непрерывном ее подводе. Наблюдаются значительно более высокие значения  $f$  при низких частотах. Это объясняется тем, что импульсно-периодический подвод энергии подобен череде микровзрывов, при которых в силу нелинейного характера взаимодействия возникающих ударных волн как между собой, так и со стенками канала, достигается более высокий уровень давления в расширяющейся части канала.

Вместе с тем рассматриваемый подвод энергии приводит к неравномерности нагрузки на стенки канала. Это проиллюстрирует рис. 2, на котором показано распределение нагрузки на стенки (полная сила  $F$ ) в течение времени (в пределах нескольких периодов) для  $M_0 = 4$  (кривые 1 и 2 для  $\Delta t = 0.001$  и 0.01 соответственно, прямая 3 — для непрерывного энергоподвода). Возможно возникновение даже отрицательных значений силы

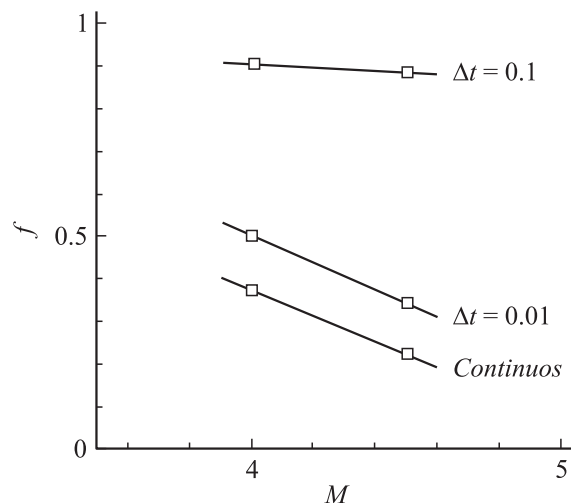
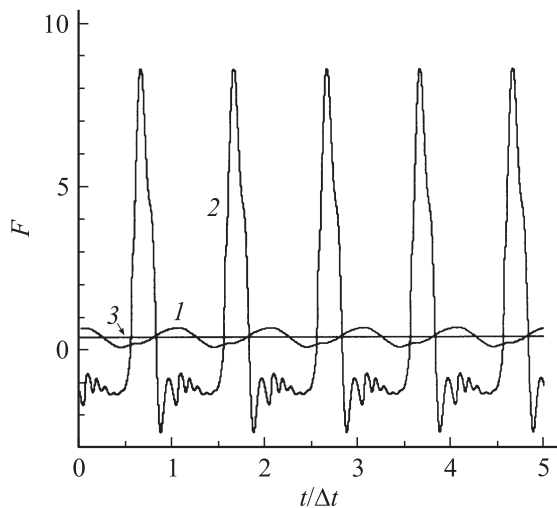
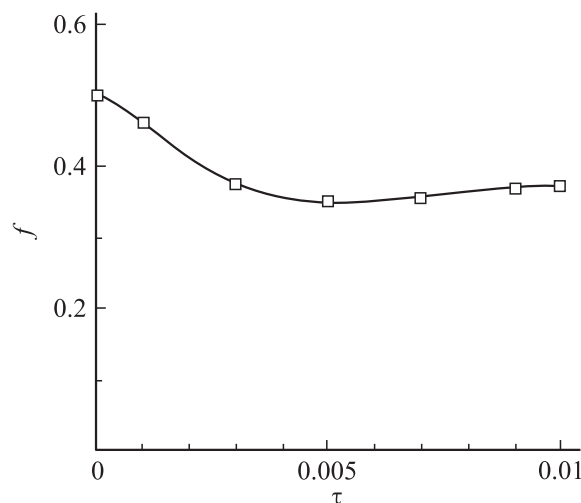


Рис. 1. Зависимость удельной силы  $f$  от числа Маха при различных значениях периода.



**Рис. 2.** Изменение силы  $F$  с течением времени в пределах нескольких периодов.



**Рис. 3.** Зависимость удельной силы  $f$  от длительности импульсов  $\tau$  при периодическом подводе энергии.

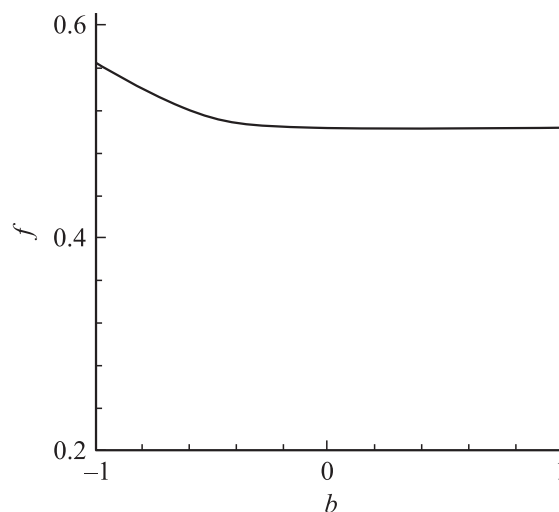
при импульсно-периодическом подводе энергии. Задача использования импульсно-периодического подвода энергии должна решаться с учетом прочностных свойств технического устройства.

Удельная сила  $f$  зависит не только от частоты энергоподвода, но и от длительности и формы импульсов энергии. На рис. 3 показана зависимость удельной силы от длительности  $\tau$  импульсов подводимой энергии для периода  $\Delta t = 0.01$  при  $M_0 = 4$  (результаты на последующих рисунках приведены для этих параметров). Импульсно-периодический подвод энергии при  $\tau \rightarrow 0$  дает более высокое значение удельной силы по сравнению с непрерывным постоянным энергоподводом (в данном случае — примерно на 35% более высокое). Это подтверждает, что импульсно-периодический подвод энергии может быть эффективнее непрерывного. Существует небольшой минимум удельной силы в зави-

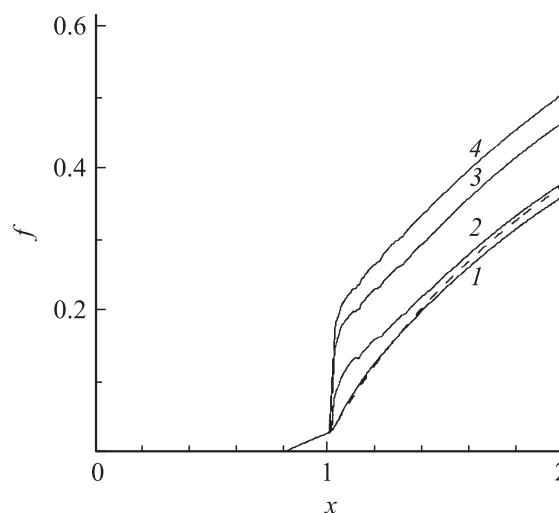
симости от величины  $\tau$ . Синусоидальный подвод энергии дает результат, близкий к ступенчатому с  $\tau = 0.5$ .

Существенным фактором являются распределение подводимой энергии по длине канала и, видимо, положение зоны энергоподвода. На рис. 4 приведены результаты расчета удельной силы в зависимости от параметра  $b$ . Подвод энергии в более узкой зоне позволяет получить заметно более высокое значение удельной силы.

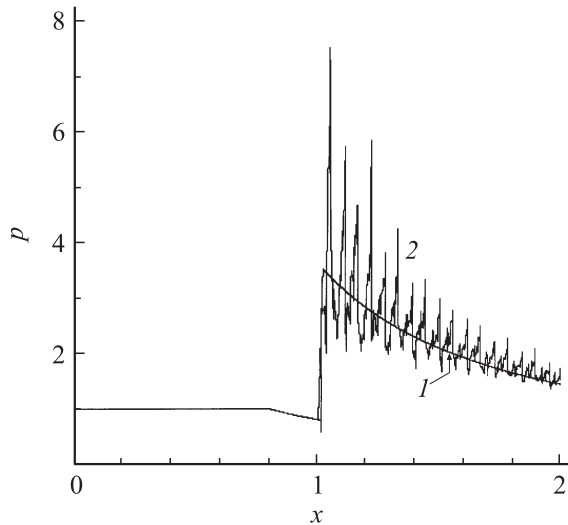
На рис. 5 показано, как нарастает значение удельной силы по длине расширяющейся части канала. До зоны подвода энергии происходит адиабатический рост удельной силы. В зоне давления резко возрастает. Более значительный уровень давления ведет к более высокому темпу роста удельной силы. При этом в импульсно-периодическом режиме подвода энергии уровень давления оказывается выше, чем при непрерывном ее подводе.



**Рис. 4.** Зависимость удельной силы  $f$  от фактора неоднородности  $b$  подвода энергии по длине канала.



**Рис. 5.** Формирование удельной силы по длине канала для  $\tau = k\Delta t$ : штриховая линия — непрерывный постоянный подвод энергии ( $k = 1$ ); 1 —  $k = 0.5$ , 2 —  $k = 0.3$ , 3 —  $k = 0.1$ , 4 —  $\tau \rightarrow 0$ .



**Рис. 6.** Распределение давления по длине канала: 1 — непрерывный подвод энергии; 2 — импульсно-периодический подвод энергии ( $\tau \rightarrow 0$ ).

Давление в зоне подвода энергии высокое, и оно слабо падает.

На рис. 6 представлены распределения давления по длине канала для непрерывного подвода энергии (гладкая кривая 1) и для импульсно-периодического ее подвода при  $\tau \rightarrow 0$  в момент времени, соответствующий максимуму силы  $F$  при  $\Delta t = 0.01$  (кривая 2). Во втором случае наблюдаются ударные волны, распространяющиеся по расширяющейся части канала. В целом уровень давления на стенки канала при импульсно-периодическом подводе энергии ( $\tau \rightarrow 0$ ) выше, чем при непрерывном подводе. Это приводит к тому, что средняя удельная сила  $f$ , действующая на стенки канала, выше при импульсно-периодическом подводе энергии, что демонстрирует рис. 3.

## Заключение

Таким образом, применение низкочастотных источников энергии для создания тяги может дать существенно более высокие значения удельной силы, чем непрерывный подвод энергии. При малой длительности импульсов периодически подводимой энергии значения удельной силы, действующей на стенки канала существенно выше, чем в случае непрерывного постоянного энергоподвода.

## Список литературы

- [1] *Мирабо Л., Райзер Ю.П., Суржиков С.Т.* // ТВТ. 1995. Т. 33. № 1. С. 13–23.
- [2] *Аполлонов В.В., Тищенко В.Н.* // Квант. электрон. 2004. Т. 34. № 12. С. 1143–1146.
- [3] *Гувернюк С.В., Самойлов А.Б.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 9. С. 1–8.

- [4] *Третьяков П.К., Гаранин А.Ф., Грачев Г.Н.* и др. // Докл. РАН. 1996. Т. 351. № 3. С. 339–340.
- [5] *Аульченко С.М., Замураев В.П., Калинина А.П.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 1. С. 6–11.
- [6] *Замураев В.П., Калинина А.П.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 7. С. 8–14.
- [7] *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.