

01;03

Сверхзвуковые течения с малыми возмущениями при наличии внешних воздействий на поток.

Ч. 1. „Тонкое тело вращения“

© Н.А. Герасимов, В.С. Сухомлинов

Научно-исследовательский институт физики Санкт-Петербургского государственного университета,
198903 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: sukhomlinov@pobox.ru

(Поступило в Редакцию 16 апреля 2009 г.)

В рамках линейного приближения рассмотрен случай осесимметричного сверхзвукового обтекания тонкого тела вращения при воздействии внешнего энергоподвода и внешней силы, локализованных вблизи тела. Построена аналитическая теория для расчета пространственных полей параметров потока для этого случая при произвольной зависимости внешних воздействий от продольной координаты. Приведены формулы для коэффициента давления на поверхности тонкого тела вращения. Расчеты по аналитической теории находятся в хорошем согласии с численными данными, полученными при решении уравнений гидродинамики в приближении Эйлера.

Введение

Задача описания структуры газодинамических течений при малых возмущениях представляет значительный интерес, поскольку реальные летательные аппараты, как правило, удовлетворяют известному критерию тонких тел. Проблемы сверхзвукового обтекания тонкого тела вращения детально исследовались многими авторами [1–4]. Однако большинство исследований проводилось в рамках предположения об изэнтропичности газодинамических течений и в отсутствие внешних воздействий на поток.

В настоящее время разрабатываются новые, нетрадиционные способы оптимизации аэродинамического обтекания. Одним из них является внешнее воздействие на поток. Так, в работах [5–7] исследовалось влияние плазменных образований на характер газодинамических течений, а в работах [8–12] авторы изучали изменение структуры сверхзвуковых газовых потоков при наличии МГД-воздействия, работы [11,12] посвящены численным расчетам обтекания зон энерговыделения. Большинство работ, однако, носило характер численных расчетов для частных параметров обтекания. Их основным результатом было подтверждение влияния внешних воздействий на поток и его качественное описание в рамках рассмотренных задач.

Работы, в которых при аналитическом расчете структуры газодинамических течений учитывались внешние воздействия на поток, были посвящены в основном вопросам изучения обтекания „носика“ тела [13,14] или обтекания зон энерговыделения в области вверх по потоку от обтекаемого тела. Полученные частные результаты затрудняют разработку общих подходов к решению оптимизационных задач.

Таким образом, задача построения аналитической теории для описания сверхзвукового обтекания с внешними воздействиями по-прежнему является весьма актуаль-

ной. Этому вопросу, применительно к тонкому телу вращения, и посвящена настоящая работа.

1. Построение аналитической теории

В данном разделе будем следовать известной методологии разработки теории обтекания тонкого тела вращения для случая изэнтропического течения, описанной в работах [15–17].

1.1. Постановка задачи и вывод основных уравнений

Рассмотрим стационарное осесимметричное сверхзвуковое обтекание тонкого тела вращения. Введем цилиндрическую систему координат z, r, φ , ось Z которой совпадает с осью тела (рис. 1). Пусть уравнение поверхности тела описывается некоторой известной функцией координаты z :

$$r = R(z) \text{ при } 0 < z < L; \quad r = 0 \text{ при } z \leq 0; \quad z \geq L. \quad (1)$$

Условие тонкости тела запишется, очевидно, следующим образом:

$$R_m \equiv \max_{0 < z < L} R(z); \quad R_m \ll L, \quad (2)$$

где L — длина тела, которое расположено от 0 до L . Предположим, что на единицу объема обтекающего тело потока действует внешняя сила $\mathbf{F}(r, z)$. Пусть также в потоке газа за счет внешнего энергоподвода выделяется объемная плотность мощности $Q(r, z)$. Не ограничивая общности, предположим, что выполняется соотношение:

$$Q(r, z), |\mathbf{F}(r, z)| \xrightarrow{r, |z| \rightarrow \infty} 0.$$

Будем считать, что газ является идеальным сжимаемым. Как известно, при решении поставленной задачи

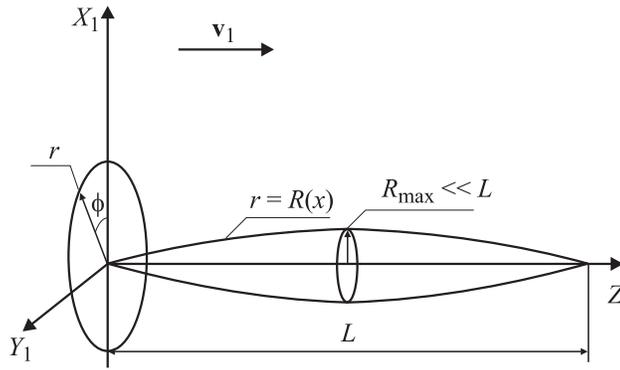


Рис. 1. Постановка задачи.

такое предположение оправданно [16]. Тогда система уравнений движения газа запишется в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\rho, \mathbf{v}) &= 0, \\ \operatorname{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) - [\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{v}] &= -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \frac{\mathbf{F}}{\rho}, \quad (3) \\ \operatorname{div} \left\{ \left(\frac{v^2}{2} + e \right) \rho \mathbf{v} + P \mathbf{v} \right\} &= Q + (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}), \end{aligned}$$

где ρ , P , \mathbf{v} , e — плотность, давление, массовая скорость и внутренняя энергия единицы массы газа соответственно. Используя первые два из уравнений (3), нетрудно привести третье уравнение этой системы к виду:

$$\gamma \frac{P}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{v} - \frac{1}{2} (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} v^2) = \frac{(\gamma - 1)Q}{\rho} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{F})}{\rho}, \quad (4)$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$; c_p и c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и объеме соответственно. При $Q, |\mathbf{F}| \equiv 0$ уравнение (4) совпадает с известным результатом, приведенным в [16]. При отсутствии внешних воздействий на поток выполняется [16]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{v} = 0, \quad (5)$$

поэтому существует скалярная функция $\Phi(r, z)$, такая, что:

$$\mathbf{v} = \operatorname{grad} \Phi. \quad (6)$$

Именно это обстоятельство позволяет получить аналитическое решение задачи в случае изэнтропического обтекания. В рассматриваемом случае при произвольных функциях $\mathbf{F}(r, z)$ и $Q(r, z)$ соотношение (5) не имеет места.

Для дальнейшего построения теории предположим, что тонкое тело вращения, а также сила $\mathbf{F}(r, z)$ и плотность тешности $Q(r, z)$ слабо возмущают течение, так что, если

$$\mathbf{v} = \mathbf{i}_z \cdot (v_1 + v_z) + \mathbf{i}_r v_r; \quad v_1 = \lim_{z \rightarrow -\infty} |\mathbf{v}|, \quad (7)$$

$$\text{то} \quad \frac{v_z}{v_1}, \quad \frac{v_r}{v_1} \ll 1. \quad (8)$$

Рассмотрим линейное приближение, когда в уравнении (4) в левой части можно оставить лишь члены первого порядка по величинам $\frac{v_z}{v_1}$, $\frac{v_r}{v_1}$. Это справедливо, если $M^2 - 1 \sim 1$ и $M \ll \frac{L}{R_m}$ [16]. Тогда можно показать, что если выполняется соотношение:

$$\frac{\max |\mathbf{F}| L}{\rho v_1^2} = O(\omega), \quad (9)$$

где $\omega = \max\left(\frac{v_z}{v_1}, \frac{v_r}{v_1}\right) \ll 1$, то

$$|\operatorname{rot} \mathbf{v}| = o(\omega^2). \quad (10)$$

Здесь символы $O(y)$, $o(y)$ означают величины того же порядка малости и более высокого порядка малости, чем величина y соответственно при $y \rightarrow 0$. Смысл соотношения (9) очевиден: суммарная работа внешних сил должна быть много меньше кинетической энергии набегающего потока. Отметим, что при выводе этого соотношения на величину $Q(x)$ никаких ограничений в явном виде не накладываемся.

Таким образом, в линейном приближении верна формула (5), а следовательно, и (6). В нашем случае введем потенциал возмущения скорости по формуле:

$$\mathbf{v} = \operatorname{grad} \Phi + \mathbf{v}_1. \quad (11)$$

Подставив (6) в уравнение (4) и учитывая, что

$$\gamma \frac{P_0}{\rho_0} = c^2,$$

где параметры с индексом „0“ относятся к невозмущенному потоку, а c — скорость звука, и проводя линеаризацию по параметру ω , получим уравнение обтекания при наличии внешнего силового и энергетического воздействий на поток в линейном приближении в цилиндрических координатах:

$$B_0^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\gamma M F(r, z)}{\rho_0 c} - \frac{(\gamma - 1)Q(r, z)}{\rho_0 c^2}, \quad (12)$$

где $F \equiv |\mathbf{F}|$ (будем рассматривать только силы, параллельные скорости как наиболее важный с практической точки зрения случай), $M = \frac{v_1}{c}$, $B_0^2 = M^2 - 1 > 0$. Компоненты возмущения скорости связаны, согласно (11), с потенциалом следующими соотношениями:

$$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r}; \quad v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (12a)$$

Здесь и далее нижний индекс обозначает соответствующую компоненту вектора. Для корректности уравнения (12) все члены в нем должны быть одного порядка. Это приводит к необходимости выполнения равенства (9) и следующего соотношения:

$$\frac{QL}{P_0 c} = O(\omega). \quad (13)$$

1.2. Решение основного уравнения

Будем считать функцию

$$\Phi_0(z, r) = \frac{\gamma MF(r, z)}{\rho_0 c} - \frac{(\gamma - 1)Q(r, z)}{\rho_0 c^2}$$

отличной от нуля в слое постоянной толщины $\delta_p L$ около тела. Введем безразмерные координаты $\bar{r} = \frac{r}{L}$; $x = \frac{z}{L}$. Тогда уравнение (12) переписывается в виде

$$B_0^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{r}^2} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{r}} = \bar{\Phi}_0(\bar{r}, x);$$

$$\bar{\Phi}_0(\bar{r}, x) = \Phi_0(\bar{r}, x)L^2, \quad (14)$$

$$\bar{\Phi}_0(\bar{r}, x) \equiv 0 \text{ при } R(x) + \delta_p < \bar{r}; \quad R(x) = \frac{r_s(xL)}{L},$$

где $r = r_s(z)$ — уравнение поверхности тела вращения.

Будем полагать также, что $\frac{R_m}{L} \gg \delta_p \gg \frac{\delta_0}{L}$, где δ_0 — толщина пограничного слоя. Разобьем область существования решения на две области: внешнюю — $\bar{r} > R(x) + \delta_p$ и внутреннюю — $R(x) < \bar{r} < R(x) + \delta_p$.

Решение уравнения (14) во внешней области, где уравнение однородно, имеет вид [16]:

$$\Phi_+(x, \bar{r}) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{x-B_0\bar{r}} \frac{q_+(\eta)d\eta}{\sqrt{(x-\eta)^2 - B_0^2\bar{r}^2}}$$

при $x - B_0\bar{r} > 0$, (15)

$$\Phi_+(x, \bar{r}) = 0 \quad \text{при} \quad x - B_0\bar{r} < 0,$$

где $B_0 = \sqrt{M^2 - 1}$; $q_+(x)$ — некоторая произвольная функция.

Решение уравнения во внутренней области (слой толщиной δ_p), где функция $\bar{\Phi}_0(\bar{r}, x)$ отличная от нуля, есть сумма общего решения однородного и частного решения неоднородного уравнения

$$\Phi_-(x, \bar{r}) = \phi_0(x, \bar{r}) + \phi_1(x, \bar{r}), \quad (16)$$

где

$$\phi_0(x, \bar{r}) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{x-B_0\bar{r}} \frac{q_-(\eta)d\eta}{\sqrt{(x-\eta)^2 - B_0^2\bar{r}^2}}$$

при $x - B_0\bar{r} > 0$; $\phi_0(x, \bar{r})$ при $x - B_0\bar{r} < 0$, а $q_-(x)$ — некоторая пока произвольная функция. Для нахождения решения $\phi_1(x, \bar{r})$ воспользуемся известной аналогией между уравнением (13) и волновым уравнением (16). Задача о распространении волн при наличии объемных источников математически тождественна уравнению (14) при замене $x \leftrightarrow t$, $B_0 \leftrightarrow \frac{1}{a}$, где t — время, a — скорость распространения волн.

Предположим, что функция $\bar{\Phi}_0(\bar{r}, x)$ не зависит от радиальной координаты. В силу предположения о малости толщины слоя воздействия по сравнению с поперечными размерами тела это предположение оправданно и не

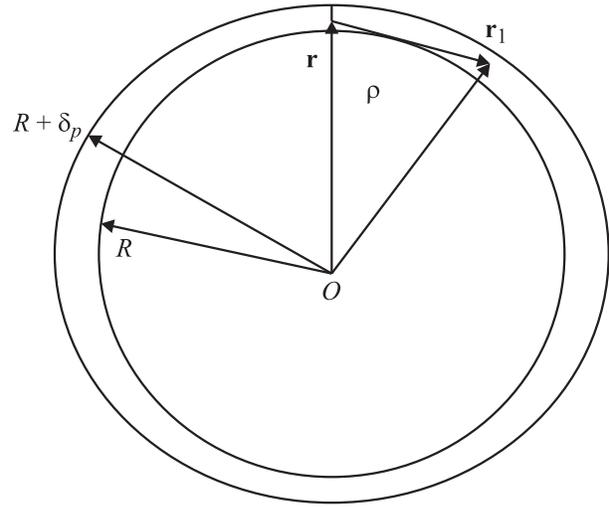


Рис. 2. Область интегрирования функции влияния источников при переходе к задаче для волнового уравнения.

ограничивает общности рассмотрения. Тогда задача сводится к нахождению решения неоднородного волнового уравнения с объемным источником волн, зависящим только от времени, в кольце, радиус которого также зависит от времени: $R(t) < \bar{r} < R(t) + \delta_p$.

Используя функцию влияния источников для волнового уравнения [18] и то, что в нашем случае выполняется неравенство: $t \gg \frac{\rho(\bar{r}, r_1, \varphi)}{a}$ (или в наших переменных $x \gg B_0\rho$), где

$$\rho = \sqrt{\bar{r}^2 + r_1^2 - 2\bar{r}r_1 \cos \varphi}$$

(рис. 2), для области в виде кольца имеем:

$$\phi_1(t, \bar{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{R(t)}^{R(t)+\delta_p} r_1 dr_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{t-\frac{\rho}{a}} \frac{\bar{\Phi}_0(\eta)d\eta}{\sqrt{(t-\eta)^2 - \frac{\rho^2}{a^2}}}.$$

Переходя к переменным x, \bar{r} , получаем:

$$\phi_1(x, \bar{r}) = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{R(x)+\delta_p} r_1 dr_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{x-B_0\rho} \frac{\bar{\Phi}_0(\eta)d\eta}{\sqrt{(x-\eta)^2 - B_0^2\rho^2}}. \quad (17)$$

Рассмотрим интеграл по переменной η . Поскольку $\rho \ll 1$, то можно воспользоваться разложением по степеням ρ . Главный член разложения вычислен в [15], вычисление следующего члена дает:

$$-\int_0^{x-B_0\rho} \frac{\bar{\Phi}_0(\eta)d\eta}{\sqrt{(x-\eta)^2 - B_0^2\rho^2}} = \bar{\Phi}_0(x) \ln \rho + B_0 \bar{\Phi}'_0(x) \rho + O(\rho^2 \ln \rho). \quad (18)$$

Используя это соотношение, с учетом малости значения δ_p по сравнению с поперечными размерами тела

можно получить:

$$\phi_1(x) = -\frac{2\delta_p R(x)}{\pi} \left\{ \bar{\Phi}_0(x) \left[A_1 + \frac{\pi}{2} \ln \sqrt{2} R(x) \right] + A_3 B_0 \bar{\Phi}'_0(x) R(x) \right\}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} = -\frac{2\delta_p R(x)}{\pi} \left\{ \bar{\Phi}_0(x) \frac{A_2}{R(x)} + A_4 B_0 \bar{\Phi}'_0(x) \right\},$$

где

$$A_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1 - \cos) d\varphi; \quad A_2 = \frac{\pi}{2};$$

$$A_3 = \sqrt{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos} \varphi d\varphi; \quad A_4 = A_3.$$

Таким образом, получено частное решение неоднородного уравнения (14) во внутренней области, где правая часть этого уравнения отлична от нуля. Для нахождения неизвестной функции $q_-(x)$, определяющей общее решение однородного уравнения (14), воспользуемся условием „непротекания“ на поверхности тела [15]. Тогда, считая второй член во второй формуле (19) малым и используя разложение (18), получим:

$$q_-(x) = S'(x) + 2\pi F_1(x) - B_0 S''(x) R(x), \quad (20)$$

где $S(x) = \pi R^2(x)$;

$$F_1(x) = \frac{2}{\pi} \delta_p R(x) \left\{ A_1 \bar{\Phi}_0(x) [1 - B_0 R(x)] + B_0 \bar{\Phi}'_0(x) [1 - A_2 R(x)] \right\}. \quad (20a)$$

Сшивая потенциалы Φ_- и Φ_+ при $\bar{r} = R(x) + \delta_p$, найдем функцию $q_+(x)$ (при этом снова используем разложение [18]):

$$q_+(x) = q_-(x) + 2\pi F_2(x) + \frac{S''(x) R(x)}{\ln R(x)}, \quad (21)$$

где

$$F_2(x) = \frac{2B_0 \delta_p R(x)}{\pi \ln R(x)} \left\{ \bar{\Phi}_0(x) R'(x) \left[\frac{\pi}{2} + a(x) \right] + \bar{\Phi}'_0(x) R(x) \left[\frac{\pi}{2} + b(x) \right] - S''(x) \right\},$$

$$a(x) = \frac{[A_1 - A_2]}{\ln R(x)} \left[1 - \frac{1}{\ln R(x)} \right]; \quad b(x) = \frac{[A_1 - A_2]}{\ln R(x)}. \quad (21a)$$

Формулы (19)–(21a) и дают решение поставленной задачи.

2. Обсуждение полученных результатов и сравнение аналитической теории с численными расчетами

Для проверки разработанной аналитической теории было проведено сравнение результатов численного решения системы уравнений движения газа в приближении Эйлера и расчетов по полученным формулам. Расчеты проводились для конуса при следующих условиях: $P_0 = 50 \text{ Торр}$; $L = 1 \text{ м}$; $\delta_p L = 1 \text{ см}$; $c = 347 \text{ м/с}$; $\theta = 0.05$, где θ — угол полураствора конуса. Зависимость от координаты x мощности энергоподвода и внешней силы, действующей на газ, является гауссовой с полушириной $\Delta = 0.125, 0.5 \text{ м}$ и положением центра $x_0 = 0.5 \text{ м}$. Величина относительного изменения давления рассчитывалась следующим образом:

$$\frac{P_{pl} - P}{P_0} = -\gamma M \left[v_x - v_{x0} + \frac{(v_r - v_{r0})^2 + 2v_{r0}(v_r - v_{r0})}{2} \right] + \frac{Lv_1}{P_0 c M} \int_0^x F(x') dx', \quad (22)$$

где P , v_{r0} и v_{x0} — величины давления, возмущения радиальной и продольной составляющих скоростей при отсутствии внешних воздействий. Для конуса на расстоянии r_0 от поверхности выполняется [5]:

$$v_{r0} = \frac{\theta^2 x}{r_0 + \theta x}; \quad v_{x0} = \theta^2 \ln \left(\frac{\theta^2 B^2}{4} \right).$$

Были проведены расчеты для различных чисел Маха невозмущенного потока, различных расстояний от поверхности конуса, суммарных величин мощности энергоподвода и совершаемой над газом работы, а также разных направлений силы \mathbf{F} и полуширин области внешних воздействий Δ . Многочисленные расчеты показали, что лучшее совпадение численных и аналитических расчетов получается, если значения θ и F умножаются на множители порядка единицы d_0 и d_F соответственно:

$$d_0 = 1.57 B_0^{-0.45}; \quad d_F = 1.06 B_0^{-0.45}. \quad (23)$$

Из результатов расчетов следует, что аналитическая теория хорошо согласуется с численными расчетами при числах Маха от 1.5 до 3 при всех условиях. При уменьшении числа Маха до 1.3 аналитическая теория завышает значение давления, а при приближении к значению числа Маха, равном 3, появляется заметный сдвиг у отрицательного выброса давления. Первое обстоятельство вызвано тем, что при приближении числа Маха к единице становится неприменимым использованное линейное приближение. Аналогично при увеличении числа Маха более трех перестает выполняться неравенство $M \ll \theta^{-1}$ — одно из условий применимости линейного приближения.

На рис. 3–5 приведены данные, которые иллюстрируют влияние внешнего энергоподвода при отсутствии внешней силы. Рассмотрим основные особенности возмущения давления в результате внешнего энергоподвода и зависимость формы этого возмущения от параметров расчета. Из приведенных данных следует, что внешний энергоподвод сначала вызывает рост давления, затем следует отрицательный выброс, значение которого асимптотически стремится к нулю. Физические причины такого поведения таковы: сначала по мере возрастания мощности внешнего электроподвода (с ростом координаты x) из-за увеличения температуры газа возрастает давление. Это приводит, во-первых, к уменьшению его продольной скорости, во-вторых — к расширению, т.е. появляются дополнительные отрицательные возмуще-

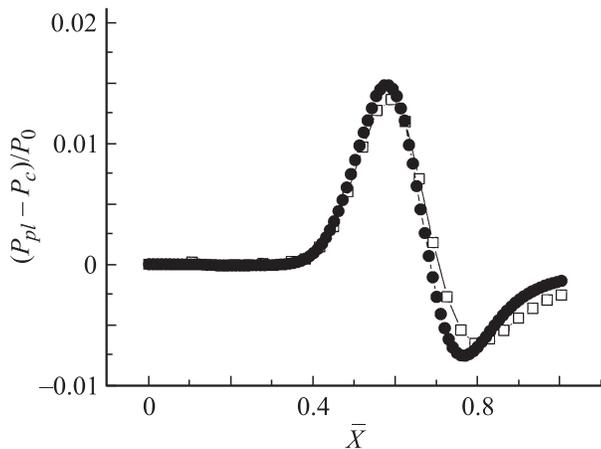


Рис. 3. Сравнение результатов численных расчетов $\frac{P_{pl}-P_c}{P_0}$ на расстоянии 5 см от поверхности конуса с данными аналитических расчетов для следующих условий: угол полураствора конуса — 0.05 rad; $M = 2$; $P = 50$ Torr; $L = 1$ m; полуширина зоны энергоподвода — 12.5 cm; толщина слоя энергоподвода — 1 cm, интегральная мощность энергоподвода — 10 kW. \square — численный расчет, \bullet — аналитическая теория.

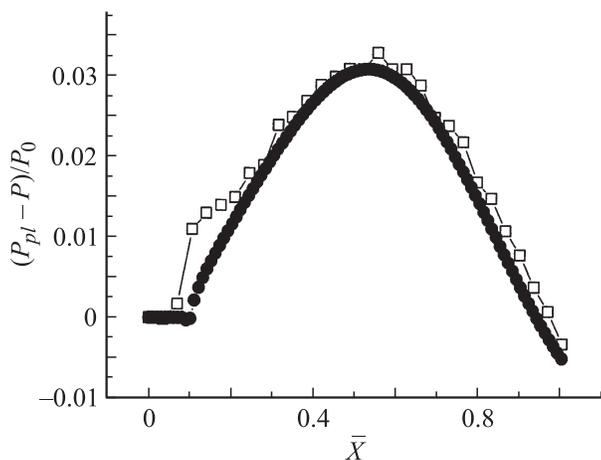


Рис. 4. Сравнение результатов численных расчетов $\frac{P_{pl}-P}{P_0}$ с данными аналитических расчетов для условий, приведенных на рис. 3, но полуширина области энергоподвода равна 0.5 m.

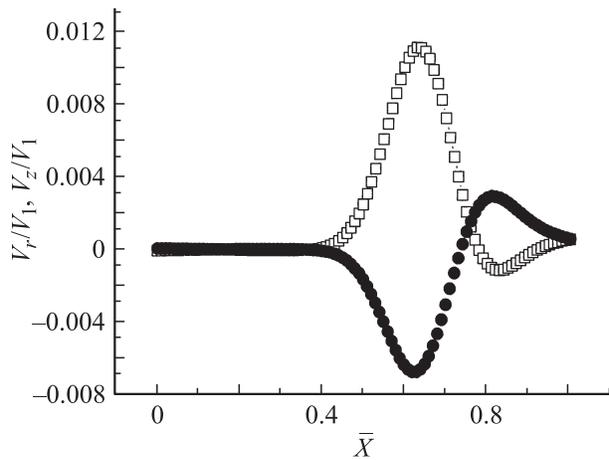


Рис. 5. Зависимость относительных возмущений компонент скорости v_x , v_r от продольной координаты для условий, приведенных на рис. 3 (\square — v_r/v_1 , \bullet — v_z/v_1).

ния продольной скорости газа и положительные — радиальной. Сказанное иллюстрируют данные, представленные на рис. 5.

Затем расширение газа вызывает его ускорение и падение плотности, что, в свою очередь, ведет к замедлению роста давления и уменьшению возмущения составляющих массовой скорости. В результате в газе формируется бегущая волна с осевой симметрией, которая на больших расстояниях от тела близка к цилиндрической. Как известно [15], волна с осевой симметрией обязательно содержит кроме уплотнения газа и его разрежения. Это и является причиной возникновения отрицательного выброса давления на представленных графиках. При этом, как следует из данных рис. 5, в области разрежения газ ускоряется настолько, что продольная составляющая массовой скорости превышает соответствующее значение в невозмущенном потоке.

Из результатов расчетов следует также, что в диапазоне чисел Маха от 1.5 до 2 относительное возмущение давления слабо падает с ростом M , а при дальнейшем увеличении числа Маха — практически не изменяется. Это связано с тем, что, во-первых, с увеличением скорости потока уменьшается суммарная подводимая к газу энергия, поскольку сокращается время его нахождения в области воздействия, а во-вторых, при фиксированном относительном возмущении скорости с ростом M возрастает абсолютное возмущение. Разнонаправленное действие этих факторов и приводит к наблюдаемой зависимости возмущения давления от M . Кроме того, с ростом числа Маха кривые смещаются вниз по потоку, что, как известно, вызвано тем, что наклон характеристик гиперболического уравнения (13) уменьшается с ростом M .

При увеличении r_0 значение $\frac{P_{pl}-P}{P_0}$ уменьшается и смещается вниз по потоку. Первое связано с тем, что волна, генерируемая областью воздействия, является расходящейся, второе — с формой характеристик гиперболического уравнения (14).

С ростом мощности энергоподвода возмущение давления линейно растет.

Как следует из данных, представленных на рис. 3, 4, при увеличении значения Δ и сохранении неизменной суммарной подводимой мощности возмущение давления уменьшается. Это связано, очевидно, с падением объемной плотности энергоподвода, которое и определяет интенсивность волны с осевой симметрией, генерируемой областью подвода энергии.

Также были проведены расчеты для случая силового воздействия на поток. Результаты приведены на рис. 6, 7. Рассмотрим сначала ситуацию, когда сила тормозит поток. Из данных, представленных на рис. 6, видно, что форма возмущения давления в этом случае аналогична случаю энергоподвода при отсутствии силы. Физические причины этого в том, что, как и при подводе энергии,

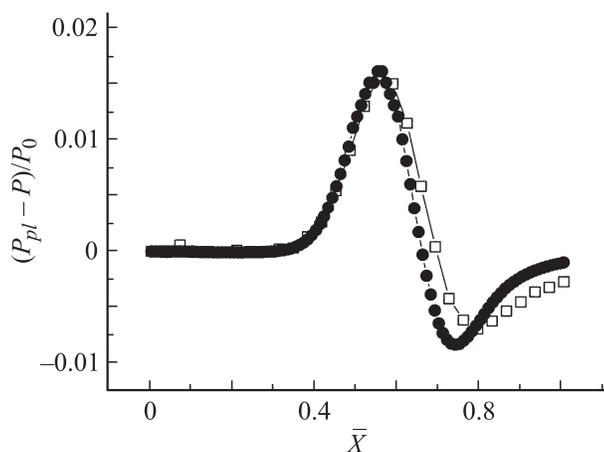


Рис. 6. Сравнение результатов численных расчетов $\frac{P_{pl} - P_c}{P_0}$ с данными аналитических расчетов при наличии внешней тормозящей силы при следующих условиях: полуширина области торможения — 12.5 см; суммарная величина работы, совершаемой в единицу времени — 5 кВт; расстояние до поверхности конуса — 5 см; число Маха — 2. \square — численный расчет, \bullet — аналитическая теория.

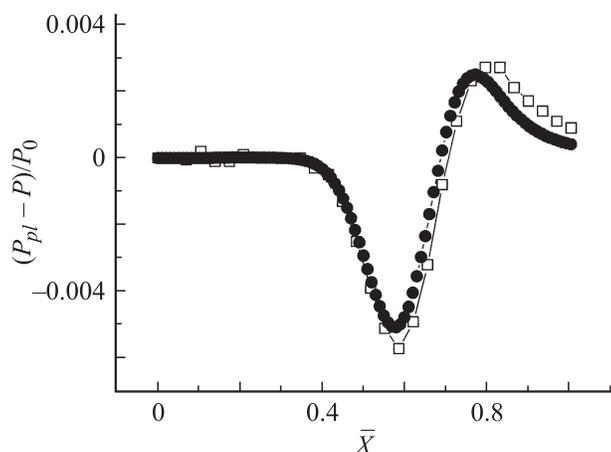


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но сила ускоряет поток; $M = 1.5$; расстояние до поверхности конуса — 10 см; суммарная величина работы, совершаемой в единицу времени — 2 кВт.

поток тормозится. Отметим, однако, что абсолютное значение $\frac{P_{pl} - P}{P_0}$ в случае силового торможения приблизительно в 2 раза превосходит эту величину для ситуации с торможением за счет подвода энергии при тех же затратах энергии. Таким образом, можно сделать вывод, что силовое торможение энергетически выгоднее, чем торможение за счет подвода энергии.

На рис. 6 приведены расчеты $\frac{P_{pl} - P}{P_0}$ при различных условиях и наличии силового, ускоряющего поток, воздействия. Как видно, зависимость возмущения давления от продольной координаты обратная, т.е. сначала формируется отрицательный выброс давления, который сменяется более слабым положительным, асимптотически стремящимся к нулю. Физические причины такого поведения можно объяснить вполне аналогично тому, как это было сделано ранее. Ускорение потока приводит к росту положительного возмущения продольной скорости, падению плотности и, как следствие, к падению давления. Это вызывает возникновение отрицательного возмущения радиальной скорости, т.е. газ начинает двигаться к поверхности конуса.

Заключение

Сформулируем основные полученные результаты.

Развита аналитическая теория осесимметричного сверхзвукового обтекания для тонких тел вращения при наличии вблизи поверхности тела внешнего энергетического и силового воздействия, при этом теория не содержит подгоночных параметров. Получены формулы для расчета характеристик газа в этих условиях.

Проведено сравнение расчетов по разработанной теории с результатами численного моделирования течения в приближении Эйлера. В диапазоне чисел Маха 1.5–3 аналитическая теория хорошо согласуется с численными данными. Обнаружено, что силовое воздействие при прочих равных условиях является более эффективным, чем энергетическое.

Объяснены основные особенности поведения параметров газа на основе известной физической модели воздействий на поток.

В заключение отметим, что построение адекватной аналитической теории сверхзвукового обтекания тонких тел вращения открывает возможность решения оптимизационных задач, таких, например, как снижение лобового сопротивления и уменьшение уровня акустического шума при сверхзвуковом обтекании при минимальных энергозатратах.

Список литературы

- [1] Von Karman, Moore N.B. // Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. 1932. Vol. 54. P. 303–310.
- [2] Taylor G.I., Maccoll J.W. // Proc. Roy. Soc. A. 1933. Vol. 139. P. 278–311.
- [3] Lighthill M.J. // Q.J. Mech. Appl. Math. 1948. Vol. 1. P. 309–318.

- [4] *Witham G.B.* // Comm. Pure Appl. Math. 1952. Vol. 5. P. 301–348.
- [5] *Adamovich I., Subramaniam V.V., Lempert W.R., Rich J.W.* // 2nd Weakly Ionized Gases Workshop. Norfolk, 1998. P. 1–24.
- [6] *Ganguly B.N., Bletzinger P., Garssaden A.* // Phys. Lett. A. 1997. Vol. 230. P. 218.
- [7] *Kuchinsky V.V., Sukhomlinov V.S., Sheverev V.A., Otugen M.V.* // 2nd Workshop on Magneto-plasma Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow, 2000. P. 307–312.
- [8] *Brichkin D.I., Kuranov A.L., Sheikin E.G.* // AIAA Paper 98–1642.
- [9] *Brichkin D.I., Kuranov A.L., Sheikin E.G.* // AIAA Paper 2001–0381.
- [10] *Macheret S.O., Shneider M.N., and Miles R.B.* // AIAA Paper 2002–2251.
- [11] *Терентьева Л.В.* // Механика жидкости и газа. 1992. № 5. С. 179–182.
- [12] *Власов В.В., Грудницкий В.Г., Рыгалин В.Н.* // Механика жидкости и газа. 1995. № 2. С. 142–147.
- [13] *Левин В.А., Терентьева Л.В.* // Механика жидкости и газа. 1993. № 2. С. 110–114.
- [14] *Георгиевский П.Ю., Левин В.А.* // Тр. Математического института АН СССР. 1989. Т. 186. С. 197–202.
- [15] *Witham G.B.* Linear and nonlinear waves. Willey & Sons, 1974. 310 p.
- [16] *Ландау Л.Д., Лифшиц В.М.* Гидродинамика. Т. VI. М.: Наука, 1988. 733 с.
- [17] *Черный Г.Г.* Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
- [18] *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1951. 659 с.