01;12

Подвижная гравиинерциальная система на основе трехкомпонентного метода инерциальной навигации

© А.С. Девятисильный

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
690041 Владивосток, Россия
e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 5 марта 2009 г.)

Предложена и исследована модель баллистически невозмущаемой гравиметрической системы, функционирующей на основе преобразований инерциальной и позиционной (радиальной) информации о движении объекта.

PACS: 04.80.Cc

Как известно [1], решение классической задачи гравиметрии состоит в оценке локального значения напряженности гравитационного поля Земли (GE-поля) и ее, оценки, географической привязки. Результат первой части этого процесса (оценка) достигается путем установки вертикального гравиметра на горизонтируемую платформу, второй (привязки) — вполне независим от первого.

Вместе с тем уже простое отождествление гравиметра с ньютонометром, или акселерометром [2], дает основание рассматривать систему „гравиметр–платформа“ в качестве гравиинерциальной системы (ГИС/GIS). Более того, очевидная теоретико-механическая общность представлений, лежащих в основе ГИС и инерциальных навигационных систем (ИНС/INS), указывает на возможность интерпретации задачи гравиметрии как задачи метода инерциальной навигации (ИНМ/INM), причем делать это не только в ограниченной онтологии (оценка, ГИС), но и в расширенной (оценка, привязка, ГИНС), включающей понятие гравиинерциальной навигационной системы — ГИНС/GINS.

Таким образом, принципиальное отличие ГИС от ГИНС заключается в том, что если первая из них предназначена только для измерения (оценки) значения напряженности GE-поля (при этом текущие координаты места измерения могут определяться, например, с помощью спутниковой навигационной системы типа ГЛОНАСС), то вторая — и для этих измерений, и для их географической привязки, причем в рамках ИНМ [3].

Особо следует отметить, что указанная интерпретация весьма актуальна для задачи подвижной гравиметрии, так как в этом важном с точки зрения его продуктивности случае соответствующая система (ГИС или ГИНС) обладает свойствами баллистической невозмущенности (аналогия — маятник М. Шулера).

В настоящей работе ГИС представляется в рамках трехкомпонентного ($3D$) ИНМ, и ее модель в отличие от модели $2D$ ИНМ [4], требующей, чтобы траектория движения объекта-носителя принадлежала сфере, такого ограничения не содержит.

Как отмечалось в [3,4], при построении модели обратной задачи, решаемой ГИС, достаточно обойтись динамической группой уравнений (ДГУ) ИНМ, имеющей вид

$$Dq = p, \qquad q(0) = q_0,$$

$$Dp = G + F, \quad p(0) = p_0, \tag{1}$$

моделью измерений значений $|q|$ (радиальная информация). В (1) используются следующие обозначения: $q = (q_i)$, $p = (p_i)$, $G = (G_i)$, $F = (F_i)$ — соответственно векторы положения, удельных импульсов (абсолютной линейной скорости), напряженности GE-поля и удельных сил негравитационной природы, $i = \overline{1, 3}$; $D = (D_{ij})$ — оператор абсолютного дифференцирования по времени (t), причем $D_{ij} = \delta_{ij}\frac{d}{dt} - e_{ikj}\omega_k$, $i, j, k = \overline{1, 3}$, где δ_{ij} и e_{ikj} — символы соответственно Кронекера и Леви–Чивита, $\omega = (\omega_i)$ — вектор абсолютной угловой скорости вращения приборного координатного правого ортогонального трехгранника (назовем его $\tilde{o}y = \tilde{o}y_1y_2y_3$), в осях которого с помощью инерциальных приборов (ньютонометров и гироскопов) измеряются компоненты векторов F и ω; в отношение осей трехгранника $\tilde{o}y$, физически реализуемого на борту объекта-носителя, примем, что они ориентированы по странам света, так что оси $\tilde{o}y_1$, $\tilde{o}y_2$ и $\tilde{o}y_3$ направлены соответственно на географические восток, север и по радиусу-вектору q; заметим также, что решение обратной задачи, в которую погружается задача гравиметрии, выполняется в осях трехгранника $oy = oy_1y_2y_3$ с началом (o) в центре Земли и осями, коллинеарными соответствующим осям приборного трехгранника $\tilde{o}y$.

Далее в соответствии с апробированной методикой [3,4] формируется обратная задача в малом, формально представляемая в виде „состояние–измерение“, а именно:

$$D_{ij}\delta q_j = \delta p_i - e_{ikj}\nu_k q_j, \quad \delta q_i(0) = \delta q_{i,0},$$

$$D_{ij}\delta p_j = \delta G_i + f_i - e_{ikj}\nu_k p_j, \quad \delta p_i(0) = \delta p_{i,0},$$

$$\dot{g} = -\lambda_t g + \sqrt{2\lambda_t}\sigma_t u_g, \quad g(0) = g_0,$$

$$\dot{f}_3 = -\lambda_{f_3} f_3 + \sqrt{2\lambda_{f_3}}\sigma_{f_3} u_{f_3}, \quad f_3(0) = f_{3,0},$$

$$\delta J = \delta q_3 + \varepsilon,$$

$$i, j, k = \overline{1,3}, \tag{2}$$

где δ — символ первой вариации; $\delta G = (\delta G_i) = -\omega_0^2\delta q + g + 3\omega_0^2 q_0\varepsilon$; $\omega_0 = (\mu/|q|^3)^{1/2}$ — частота Шулера; μ — гравитационный параметр Земли; $q_0 = (0, 0, 1)^T$; $\tilde{g} = (0, 0, g)^T$ — модель аномалии напряженности GE-поля; $\nu = (\nu_i)$, $f = (f_i)$, ε — инструментальные погрешности соответственно гироскопов, ньютонометров и измерения значения $|q|$, причем $\nu_i : N(0, \sigma_\nu^2)$, $i = \overline{1,3}$; $f_i : N(0, \sigma_f^2)$, $i = \overline{1,2}$; $\varepsilon : N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, ($N(A, B)$ — нормальный белый шум со средним A и интенсивностью B); $u = (u_i)$ — порождающий процессы $g(t)$ и $f_3(t)$ белый шум, $u_i : N(0, 1)$, $i = g, f_3$; $(\lambda_{f_3}, \sigma_{f_3})$ и (λ_t, σ_t) — параметры сноса и диффузии случайных марковских процессов первого порядка $f_3(t)$ и $g(t)$. Отличие процесса f_3 от процессов f_1 и f_2 обусловлено тем, что в ГИС в качестве третьего ньютонометра применяется гравиметр; временной процесс $g(t)$ порождается при движении объекта пространственным процессом $g(s)$ с параметрами (λ_s, σ_s), так что $\lambda_t = \lambda_s v$, $\sigma_t = \sigma_s$; v — относительная (к поверхности Земли) скорость объекта.

Из (2) с очевидностью следует, что разрешимость поставленной обратной задачи находится в прямой зависимости от соотношения между параметрами сноса λ_t и λ_f; действительно, при $\lambda_t = \lambda_f$ задача неразрешима. Для практической гравиметрии это означает, что при движении объекта со скоростью v не может наблюдаться процесс $g(s)$ со значением параметра $\lambda_s = \lambda_f/v$, и для наблюдения такого процесса необходима реализация других значений λ_f и/или v.

Достаточно полное исследование модели было выполнено в ходе вычислительных экспериментов. В частности, в рамках МНК-представлений были вычислены и сравнены сингулярные числа обусловленности (μ) конечномерных операторов модели (1) $3D$-ИНМ в ее базовом варианте с вектором состояния $x = (\delta q_1, \delta p_1, \delta q_2, \delta p_2, \delta q_3, \delta p_3)^T$ и аналогичной модели $2D$-ИНМ [3,4] в базовом варианте с $x = (\delta q_1, \delta p_1, \delta q_2, \delta p_2)^T$. В физических переменных эти числа оцениваются соответственно как $\mu_3 \sim 3 \cdot 10^7$ и $\mu_2 \sim 5 \cdot 10^5$, а в нормированных (при постолбцовой нормировке операторов) — $\mu_3 \sim 2 \cdot 10^3$ и $\mu_2 \sim 2$. Из этих предварительных результатов следует, что, хотя модель $3D$-ИНМ несколько хуже обусловлена, чем модель $2D$-ИНМ, она формально разрешима в используемой вычислительной среде со стандартной относительной точностью вычислений $\varepsilon_1 \sim 10^{-16}$.

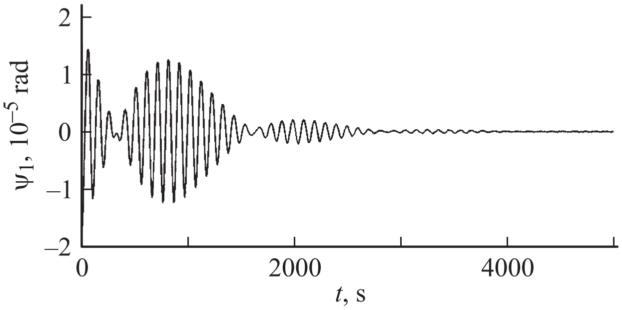

Рис. 1. Эволюция значений ψ_1.

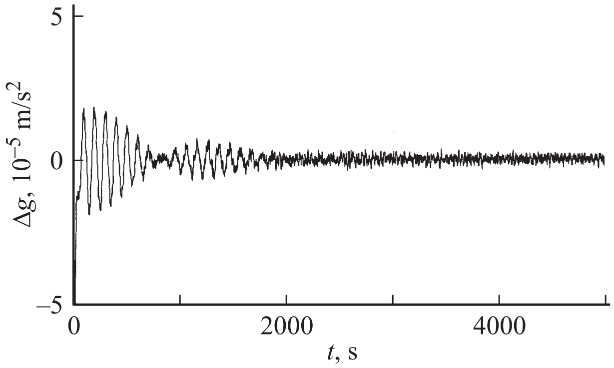

Рис. 2. Эволюция значений Δg.

Принимая во внимание, что модель (2) наиболее адаптирована для решения рассматриваемой задачи методом динамического обращения (МДО/DIM) [5], далее приводятся результаты одного из вычислительных имитационных экспериментов, в которых МДО реализован в форме алгоритма Калмана [6]. В этом эксперименте принято, что объект-носитель ГИС движется по географической параллели ($\varphi = 45°$) в восточном направлении со скоростью $v = 50$ m/s.

На рис. 1, 2 приведены графики погрешностей решения обратной задачи для следующих значений параметров модели (2): $\delta q_i(0) = 50$ m, $\delta p_i(0) = 0.05$ m/s $\forall i = \overline{1,3}$; $g(0) = 10^{-3}$ m/s^2; $f_3(0) = 10^{-5}$ m/s^2; $\sigma_{f_1} = \sigma_{f_2} = 10^{-3}$ m/s^2; $\sigma_{f_3} = 10^{-6}$ m/s^2; $\lambda_{f_3} = 0.025\,\text{s}^{-1}$; $\lambda_s = 10^{-5}\,\text{m}^{-1}$; $\sigma_s = 10^{-3}$ m/s^2, $\sigma_\varepsilon = 1$ m, $v = 50$ m/s. На этих рисунках $\psi_1 = -\Delta q_2/|q|$ — погрешность оценки одного из углов „горизонтирования“ приборной платформы (другая погрешность, $\psi_2 = \Delta q_1/|q|$, ведет себя аналогичным образом), Δq_i, $i = \overline{1,2}$ — погрешность оценки координат q_1 и q_2; Δg — погрешность оценки g.

Как видно из представленных графиков, имеет место вполне устойчивое решение задачи гравиметрии даже в условиях весьма значительной неупорядоченности аномалии GE-поля.

Таким образом, основной результат предложенного исследования может быть сформулирован следующим образом: на основе теоретико-механических представлений трехкомпонентного метода инерциальной навигации предложена, математически корректно поставлена и исследована обратная задача для оценки локальных значений GE-поля на подвижном объекте. Существенно, что обращение к указанному методу обусловливает баллистическую невозмущаемость решения задачи гравиметрии при произвольных пространственных эволюциях траектории движения объекта.

Исследование частично поддержано грантами РФФИ-ДВО (№ 09-01-98503-р_восток_а) и ДВО РАН (№ 09-01-П29-02, 09-III-А-03-066).

Список литературы

[1] *Гравиразведка*: Справочник геофизики / Под ред. Е.А. Мудрецовой. М.: Недра, 1981. 397 с.
[2] *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.
[3] *Девятисильный А.С., Числов К.А.* // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 9. С. 10–13.
[4] *Девятисильный А.С.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 1. С. 156–160.
[5] *Осипов Ю.С., Кряжимский А.В.* // Вестн. РАН. 2006. Т. 76. С. 615–624.
[6] *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с. (Kalman R.E., Falb P.L., Arbib M.A. Topics in mathematical system theory. NY: McGraw-Hill, 1969).