01; 05

Установление квазиоднородной последовательности вихрей в периодически модулированном джозефсоновском контакте конечной длины

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 26 февраля 2009 г.)

Рассчитаны конфигурации токов и профиль магнитного поля, проникающего внутрь контакта конечной длины при $I < I_C$. Метод расчета основан на анализе непрерывного видоизменения токовой структуры, ведущего к уменьшению ее потенциала Гиббса. Этот подход позволяет найти конфигурацию, устанавливающуюся при малом превышении внешним полем значения $H_{\max}$, и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля.

Показано, что при $H > H_{\max}$ приграничные структуры переходят в квазиоднородные последовательности вихрей, расстояния между которыми колеблются около среднего значения, убывающего с ростом H. При некоторых значениях H в контакт в виде приграничных последовательностей начинают проникать вихри с бо́льшим на единицу числом квантов Φ_0. С ростом поля они преобразуются в квазиоднородные последовательности и т. д. Ни при каком поле в контакте не могут находиться вихри с количеством квантов Φ_0, различающимся больше чем на единицу.

Процесс проникновения вихрей с $(k+1)\Phi_0$ в контакт, каждая ячейка которого содержит $k\Phi_0$, полностью аналогичен проникновению вихрей с одним Φ_0 в мейсснеровскую конфигурацию. Этот факт подтверждается тем, что зависимость средней индукции b в контакте от внешнего поля h имеет почти строгую периодичность с периодом 1 по обеим осям, а также видом зависимостей магнитного поля в ячейках от их расстояния до границы.

PACS: 03.75.Lm, 47.32.-y

Введение

В последние годы внимание теоретиков и экспериментаторов привлекает проблема проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с интересом к искусственным структурам такого типа [1], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. С другой стороны, эта задача представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены — в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена вполне точно, что позволяет рассчитать структуру вихрей, найти значения энергии и силы пиннинга, а также понять различные детали происходящих процессов.

Искусственный периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, a) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость xz) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси z полосами диэлектрика толщиной $2l$ вдоль оси y и шириной d вдоль оси x, периодически расположенными вдоль оси x на расстоянии L друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси z. На рис. 1, b представлена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [1]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами контакта медленно изменяется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачком. Обозначим усредненное по k-му участку между полосами значение скачка через φ_k (рис. 1, a). Пусть скачок фазы на ближайшем к границе контакта участке равен φ_1, и по мере продвижения внутрь — φ_2, φ_3 и т. д. Распределение величин φ_k описывает установившееся токовое состояние.

Далее будем интересоваться распределением фаз, токов и магнитного поля при адиабатическом включении внешнего магнитного поля H_e. При достаточно малых значениях H_e у границы контакта возникает мейсснеровская конфигурация, когда величины φ_k убывают с ростом номера и равны нулю в глубине контакта. При этом магнитное поле, созданное приграничными токами, полностью компенсирует внешнее поле в глубине контакта. В работе [2] показано, что такая ситуация имеет место до тех пор, пока внешнее поле не достигнет некоторого максимально возможного значения H_S, причем вплоть до этого значения поля мейсснеровское состояние является устойчивым. В сверхпроводниках первого рода предел мейсснеровского состояния определяется равенством значений энергии нормального и сверхпроводящего состояний с учетом энергии экранирующих токов.

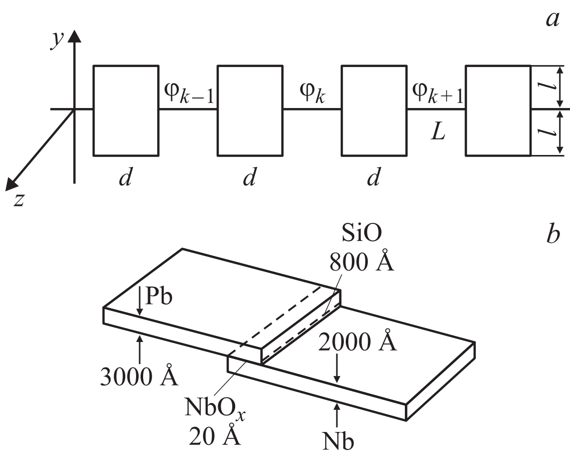

Рис. 1. *a* — модель периодически молулированного джозефсоновского контакта; *b* — структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта.

Если внешнее поле больше H_S, то образец переходит в нормальное состояние. В рассматриваемом случае джозефсоновского контакта эти соображения неприменимы.

Что же будет происходить, когда внешнее поле превысит величину H_S и мейсснеровское состояние невозможно? Как известно [3], при отсутствии пиннинга в контакте установилась бы периодическая последовательность вихрей. Как влияет на ситуацию существование пиннинга? В работах [4–6] показано, что характер вихревой картины зависит от величины так называемого параметра пиннинга I, определение которого будет дано далее. При малых значениях I ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т.е. при превышении внешним полем некоторого значения $H_{\max} > H_S$ вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. При больших значениях I вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю. В работе [4] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [5], показано, что существует критическое значение параметра пиннинга $I_C = 0.9716$, разделяющее эти два режима. При $I > I_C$ при любом внешнем поле может существовать приграничная токовая конфигурация конечной длины, обеспечивающая полную компенсацию поля внутри контакта вдали от границы.

В работе [6] профиль магнитного поля внутри контакта в случае $I > I_C$ рассчитан на базе подхода, основанного на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса. При увеличении внешнего магнитного поля происходит непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то возрастают, т.е. вихри не ведут себя как заталкиваемые полем внутрь жесткие частицы, а как бы „втекают" внутрь контакта. Предложенный алгоритм позволяет найти ту конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения H_S, и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля. Компьютерный численный расчет [6] показал, что существует критическое значение параметра пиннинга I_C в интервале 0.95–1, разделяющее два возможных режима проникновения в контакт магнитного поля. Для $I > I_C$ при любом значении внешнего поля возникает приграничная токовая структура конечной длины, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. В [6] проведено подробное исследование этого случая. Если $I < I_C$, то такая приграничная структура может существовать лишь до значения внешнего поля $H_{\max}(I)$. При больших значениях поля длина приграничной конфигурации, рассчитанная по методу, использованному в [6], по ходу расчета все время увеличивается, что означает, что расчет может продолжаться бесконечно долго, а поле проникает в контакт на бесконечную глубину. Однако детали этого процесса остаются неясными. Всегда ли в контакте устанавливается квазипериодическая цепочка вихрей, в которой расстояние между соседями слегка отклоняется от среднего в ту или иную сторону? Могут ли сосуществовать вихри, содержащие различное число квантов потока Φ_0? Реализуется ли при каком-то значении поля ситуация, когда каждая ячейка содержит целое число квантов Φ_0, а суммарный магнитный момент контакта обращается в нуль? Существует ли периодичность по внешнему магнитному полю, связанная с квантованием магнитного потока или флюксоида?

Настоящая работа посвящена поиску ответов на поставленные вопросы и детальному анализу процесса проникновения внешнего поля в контакт для случая $I < I_C$. Пусть внешнее магнитное поле H_e адиабатически увеличивается. До значения магнитного поля H_S реализуется мейсснеровское решение. Как показано в [6], при $H_S < H_e < H_{\max}$ возникает приграничная последовательность вихрей, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. Развитие ситуации при дальнейшем увеличении поля будем исследовать на базе модификации предложенного в [6] метода для контакта конечной длины. В бесконечном контакте длина приграничной конфигурации по ходу расчета все время увеличивается, что не позволяет прийти к решению за конечное время. Ограничение длины контакта позволяет найти решение задачи, поскольку две симметричные последовательности вихрей, идущие с разных концов контакта, встретившись в его центре, остановятся. Пусть длина контакта велика по сравнению с размерами приграничной области. Тогда при расчете мейсснеровской токовой конфигурации можно считать контакт бесконечным.

Мейсснеровская конфигурация

В каждой ячейке должно быть выполнено условие квантования флюксоида

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_m - \varphi_{m+1} = 0, \qquad (1)$$

где φ_m — скачок фазы на соответствующем джозефсоновском контакте; Φ_0 — квант магнитного потока; Φ_m —

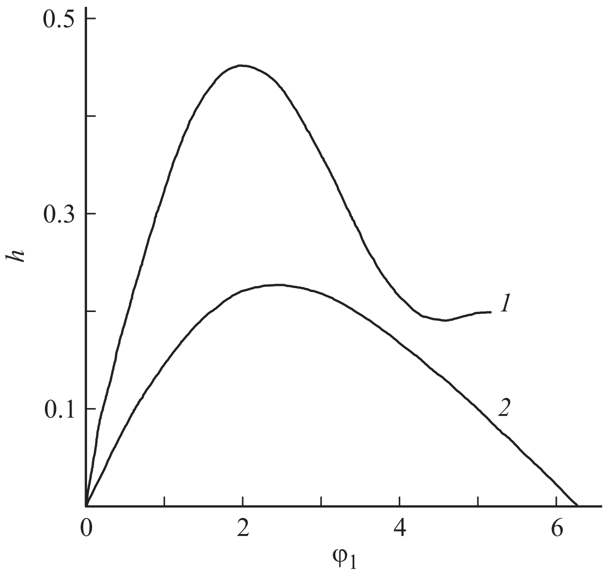

Рис. 2. Зависимость нормированной напряженности внешнего магнитного поля от скачка фазы на участке, ближайшем к границе контакта, для $I = 1.6$ (*1*), 0.5 (*2*).

полный магнитный поток через m-ю ячейку ($m \geq 1$), в рассматриваемой геометрии равный

$$\Phi_m = \mu_0 HS = \mu_0 S\left(\sum_{k=1}^{m} j_k L - H_e\right)$$

$$= \mu_0 LS j_C \sum_{k=1}^{m} \sin\varphi_k - \Phi_e, \qquad (2)$$

где j_C — критическая плотность тока, H_e и Φ_e — соответственно напряженность внешнего магнитного поля и его магнитный поток через ячейку площадью $S = 2ld$. Подставив (2) в (1) для различных m и вычтя из уравнения для $(m-1)$-го контакта уравнение для m-го, получим следующую систему разностных уравнений:

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I\sin\varphi_m \quad (m \geq 2), \qquad (3)$$

где $I = 2\pi\mu_0 LS j_C/\Phi_0$ — так называемый параметр пиннинга.

В качестве граничных условий к (3) используем стремление к нулю φ_m при стремлении m к бесконечности, а также условие (1) для $m = 1$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -I\sin\varphi_1 + 2\pi h, \qquad (4)$$

где $h = H_e/H_0$ — нормированная напряженность внешнего поля, $H_0 = \Phi_0/\mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью S проходит один квант магнитного потока Φ_0.

Найдем точное решение системы (3). Предствим ее в виде рекуррентного закона

$$\varphi_{m+1} = 2\varphi_m - \varphi_{m-1} + I\sin\varphi_m \quad (m \geq 2). \qquad (5)$$

Задаваясь значениями φ_1, будем численно искать соответствующие им возможные значения φ_2, при которых существует решение в виде монотонно убывающей с ростом m комбинации значений φ_m. Далее из уравнения (4) найдем соответствующее полученному решению значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля h.

На рис. 2 приведены полученные в [6] графики зависимости $h(\varphi_1)$ для некоторых значений I. Начальный участок кривой до максимума соответствует мейсснеровскому режиму. Максимально возможное значение h_S соответствует величине магнитного поля H_S, выше которой мейсснеровское решение отсутствует. Развитие ситуации при дальнейшем увеличении поля будем исследовать на базе анализа потенциала Гиббса системы.

Методика вычислений

Рассмотрим контакт конечной длины, содержащий четное число ячеек $2N$. Из соображений симметрии следует, что скачок фазы в центральном джозефсоновском контакте φ_{N+1} равен нулю. Запишем потенциал Гиббса такой конфигурации высотой в 1 m [2]

$$G = E - \int BHdV = \frac{\Phi_0^2}{2\pi^2\mu_0 S}$$

$$\times \left[\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{2}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + I(1 - \cos\varphi_i)\right) - 2\pi\varphi_1 h\right]. \quad (6)$$

При выводе (6) было учтено, что в рассматриваемой геометрии термодинамическая напряженность магнитного поля H во всех точках одинакова и равна напряженности внешнего поля H_e, а также были использованы соотношения (1) при $\varphi_{N+1} = 0$. Тогда

$$\int BHdV = H_e \sum_i \Phi_i = \frac{H_e\Phi_0}{2\pi}\sum_{i=1}^{N}(\varphi_i - \varphi_{i+1}) = \frac{H_e\Phi_0}{2\pi}\varphi_1.$$

Будем трактовать величину G как высоту (или потенциальную энергию) горного рельефа, заданного на многомерном множестве координат. Установившиеся при каком-либо значении внешнего поля h конфигурации соответствуют минимумам энергии (впадинам) в этом рельефе. Если h скачком увеличится на какую-то малую величину, это приведет к некоторому видоизменению рельефа, в результате чего конфигурация (набор координат), соответствовавшая минимуму прежнего рельефа, теперь окажется на склоне нового. Дальнейшее изменение формы этой конфигурации можно рассматривать как „скатывание" по новому рельефу с уменьшением „потенциальной энергии". Пусть этот процесс происходит как результат большого количества маленьких шагов. Логично предположить, что в каждой „точке" скатывание происходит вдоль линии наибыстрейшего спуска, т. е. вдоль градиента функции G. Это значит, что при каждом шаге все „координаты“ φ_i получают приращения, пропорциональные соответствующей проекции градиента:

$$\Delta\varphi_i = -\frac{\partial G}{\partial \varphi_i}\,\delta,$$

где $\delta > 0$ — малый постоянный множитель, задающий величину шага. Далее вычисляем все $\frac{\partial G}{\partial \varphi_i}$ в новой точке, т.е. при новых значениях φ_i, и производим следующий шаг. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не придем к новой устойчивой конфигурации, находящейся во впадине рельефа, соответствующего заданному h.

Отметим, что в рассматриваемой геометрии исчезает граничное условие равенства нулю магнитного поля в глубине контакта, которое было важным для бесконечного контакта [6]. Оно заменяется более простым условием $\varphi_{N+1} = 0$. Тогда выражения для „проекций градиента“ G имеют вид

$$\partial G/\partial\varphi_i = 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + I\sin\varphi_i \quad (2 \le i \le N), \tag{7a}$$

$$\partial G/\partial\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + I\sin\varphi_1 - 2\pi h. \tag{7b}$$

В качестве начальной точки для этого алгоритма возьмем точку на границе мейсснеровского режима H_S, т.е. решение системы (5) для такого φ_1, при котором h равно своему максимальному значению h_S. Дадим h какое-то небольшое приращение Δh и предоставим возможность „точке“ двигаться по „линии наибыстрейшего спуска“, как это объяснялось выше. В смысле программирования это означает задать цикл, в каждом шаге которого новые значения φ_m при $1 \le m \le N$ вычисляются по формуле $\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial \varphi_m}\delta$ с учетом (7), а $\varphi_{N+1} = 0$. В конце концов придем к конфигурации, в которой все производные $\partial G/\partial\varphi_i$ обратятся в нуль, т.е. будут выполнены условия (3). Это и есть искомая устойчивая равновесная конфигурация, соответствующая $h = h_S + \Delta h$. Далее, начиная от этой конфигурации, можно дать новое приращение Δh и т.д. Таким образом можно исследовать распределение скачков фазы φ_i, а значит токов и магнитных полей внутри контакта, во всем диапазоне изменения внешнего поля.

Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

Критическое значение параметра пиннинга I_C определялось в работах [4–6] и оказалось равным 0.9716. На рис. 3 приведены полученные в [6] зависимости $h_S(I)$ и $h_{\max}(I)$ в области $I < I_C$, а также кривая $\sqrt{I}/\pi$, соответствующая границе мейсснеровского режима при малом пиннинге (квазинепрерывная конфигурация [2]).

Для исследования было выбрано значение $I = 0.9 < I_C$, при котором $h_S = 0.318$, а $h_{\max} = 0.343$. Пусть длина контакта равняется $2N = 200$ ячеек. Компьютерные расчеты полностью подтвердили возможность использования предложенного алгоритма для расчета проникновения поля в контакт. Действительно,

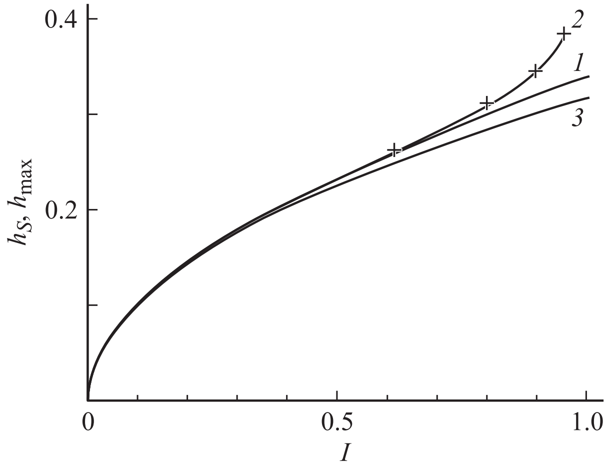

Рис. 3. Зависимости $h_S(I)$ (*1*) и $h_{\max}(I)$ (*2*) в области $I < I_C$, а также график $\sqrt{I}/\pi$ (*3*), соответствующий границе мейсснеровского режима при малом пиннинге.

постепенным увеличением значения h от $h_S = 0.318$ удается проследить последовательное изменение конфигурации токов, причем при каждом h найденные конфигурации удовлетворяют условиям (3). Пока $h < h_{\max}$, расчет при любом значении внешнего поля h (которое является постоянным параметром на каждом этапе расчета) приводит к приграничной конфигурации конечной длины. Глубина проникновения увеличивается с ростом параметра h. При $h > h_{\max}$ токовая конфигурация теряет характер приграничной структуры и принимает вид бесконечной вихревой последовательности.

Полученную конфигурацию φ_m можно интерпретировать как последовательность вихрей, проникших в контакт. Согласно (1), магнитное поле внутри m-й ячейки может быть вычислено по формуле

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi. \tag{8}$$

Из аналогии с вихрями в длинном джозефсоновском контакте [3] следует, что центры вихрей находятся в ячейках с максимальными значениями h_m. При этом анализ распределения скачков фазы φ_m показывает, что это те ячейки, в которых φ_m впервые превосходят значения $2\pi k + \pi$ (k — целое число). Отсюда следует, что для трактовки картины как последовательности вихрей нужно каждый раз, как только φ_m превосходит π, вычитать из него целое число раз по 2π так, чтобы все $|\varphi_m| < \pi$. При этом количество вычтенных 2π равно числу квантов магнитного потока в соответствующем вихре.

В таблице приведены результаты таких расчетов для различных значений внешнего поля h. Цифры означают количество ячеек до следующего вихря с одним квантом магнитного потока Φ_0. Отсчет начинается от середины контакта, т.е. от ячейки № 100, и идет в сторону границы. Крестики обозначают вихри, содержащие $2\Phi_0$. Видно, что при $h = 0.344$ расстояние между двумя центральными вихрями намного больше, чем между другими

Расположение вихрей в контакте в зависимости от внешнего поля

h	Количество ячеек до следующего вихря с одним квантом магнитного потока Φ_0
0.344	865545444434443434
0.35	23443434343434334343343
0.5	1121121212112121121212112112121121212112121
0.9	001001000100010010001000100100010001001000100010001001000100010001000100
1	0010010001000100100010001000100100010001000100010001000010001000010000100000100000
1.3184	00100010010001000100010010001000100010001000010001000010000100000100000000000000000000
1.31841	0010001001000100010001001000100010001000100001000100001000010000010000000000X0000000
1.334	001000100010001000010001000010000100000100000000000X000000X00000000000X00000X00000X0000
1.35	00X0000X0000X0000X000X000X000X000X000X000X0000X000X0000X000X000X000X000X0000X...

(из симметрии следует, что оно равно удвоенному первому значению, т. е. 16 ячеек). В этом случае конфигурация еще сохраняет черты приграничной структуры, так как даже малое взаимное отталкивание двух центральных вихрей позволяет организоваться вихревой структуре, сжимающейся по мере приближения к границе.

При больших значениях h вплоть до единицы наблюдаются квазиоднородные последовательности вихрей, расстояния между которыми незначительно отклоняются от среднего значения, убывающего с ростом h. Начиная с некоторого значения h вихри могут занимать соседние ячейки, т. е. расстояние между ними равно нулю. В этом случае понятие вихря используется только в смысле сформулированного выше алгоритма. При $h = 1$ поле таково, что магнитный поток внешнего поля через каждую ячейку равен Φ_0.

Легко видеть, что система уравнений (3) и (4) может быть удовлетворена решением $\varphi_k = 2\pi k$, при котором каждая ячейка содержит один вихрь. В этом случае все токи, а также суммарный магнитный момент всего контакта обращаются в нуль, т. е. внешнее поле полностью проникает в контакт. Однако это лишь одно из бесчисленного множества возможных решений системы, и предыстория развития, т. е. адиабатическое увеличение внешнего поля, не дает ему возможности реализоваться. К моменту, когда $h = 1$, в глубине контакта еще существуют ячейки, не содержащие вихрей. Из строки таблицы для $h = 1$ можно видеть, что по мере приближения к краю контакта последовательность вихрей, занимающих соседние ячейки, становится длиннее, чем в глубине. При дальнейшем росте h эта последовательность растет и достигает максимальной длины при $h = 1.3184$, когда отклонение от ситуации с одним Φ_0 в каждой ячейке проявляется в 20-й ячейке от края контакта. При больших значениях h вблизи границы контакта начинают возникать вихри с $2\Phi_0$ (в таблице обозначены крестиками). С ростом h все больше таких вихрей проникает в контакт, пока при $h = 1.35$ такие вихри не выстроятся в квазиоднородную последовательность по всей длине контакта. При дальнейшем увеличении h период этой последовательности, т. е. среднее расстояние между соседними вихрями, будет уменьшаться, а среднее магнитное поле внутри контакта — расти.

Нормированную магнитную индукцию, равную среднему значению магнитного поля в контакте, согласно (8), найдем по формуле

$$b = B/B_0 = \sum_{m=1}^{N} h_m/N = \sum_{m=1}^{N} (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi N$$
$$= (\varphi_1 - \varphi_{N+1})/2\pi N = \varphi_1/2\pi N, \qquad (9)$$

где $B_0 = \Phi_0/S$ — магнитная индукция, при которой через каждую ячейку площадью S проходит один квант магнитного потока Φ_0.

На рис. 4 приведена зависимость средней индукции b в контакте от внешнего поля h (кривая *1*). Легко видеть почти строгую периодичность кривой с периодом 1 по обеим осям. Отклонения от периодичности наблюдаются только при малых значениях h, и связаны они с тем, что на участке $0 < h < 0.318$ в контакте нет вихрей (мейсснеровский режим), а на участке $1 < h < 1.318$ вихри есть (в связи с предысторией) (см. таблицу). При дальнейшем увеличении внешнего поля и при переходе к вихрям с большим количеством квантов Φ_0 периодичность будет соблюдаться строго, поскольку указанного выше различия в исходных ситуациях уже не будет.

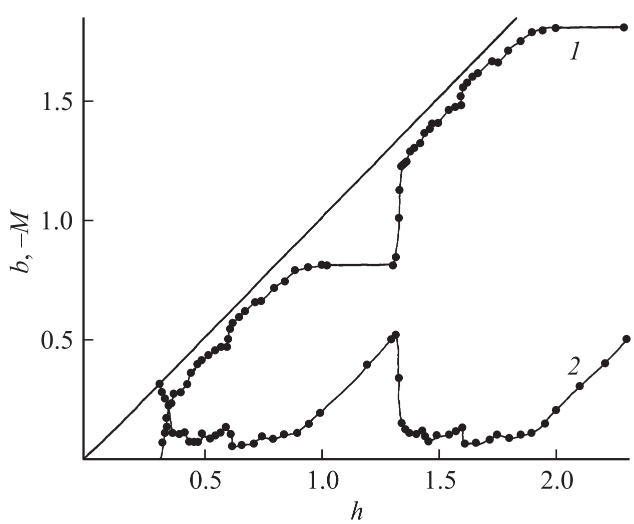

Рис. 4. Зависимость средней индукции b (*1*) и магнитного момента единицы объема $-M$ (*2*) от внешнего поля h.

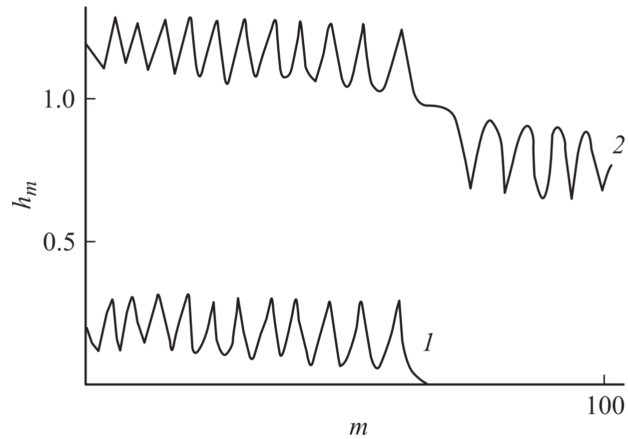

Рис. 5. Зависимость магнитного поля внутри контакта от расстояния до границы для некоторых значений внешнего магнитного поля: $h = 0.342$ (*1*), 1.342 (*2*).

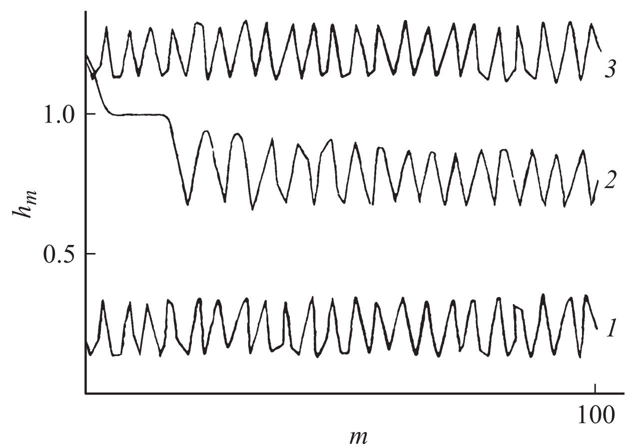

Рис. 6. Зависимость магнитного поля внутри контакта от расстояния до границы для некоторых значений внешнего магнитного поля: $h = 0.35$ (*1*), 1.3184 (*2*), 1.35 (*3*).

Намагниченность M, т.е. магнитный момент единицы объема, найдем из соотношения $M = b - h = \varphi_1/2\pi N - h$. Отметим, что если поле в контакте нельзя считать квазиоднородным, то намагниченность не является корректной характеристикой, но отношение полного магнитного момента контакта к его объему в рассматриваемой геометрии описывается тем же выражением. На рис. 4 приведен график зависимости величины $-M = (h - \varphi_1/2\pi N)$ от магнитного поля (кривая *2*). Из него видно, что магнитный момент контакта никогда не обращается в нуль, хотя, как это указывалось выше, математически такая возможность при целых значениях h существует.

На рис. 5 и 6 приведены графики зависимостей полей h_m, рассчитанные по формуле (8), от расстояния ячейки от границы. Вихревая интерпретация позволяет объяснить поведение этих кривых. При $h < 0.318$ имеем эффект Мейсснера, т.е. токи и магнитное поле существуют только в приграничной области. При $0.318 < h < 0.344$ образуются приграничные структуры в виде последовательности вихрей вблизи границы. Примером этого является график при $h = 0.342$ — кривая *1* на рис. 5. Видно, что в глубь контакта вихри не проходят. При $h > 0.344$ устанавливается квазиоднороодная последовательность вихрей во всем контакте, примером чего является кривая *1* на рис. 6 для $h = 0.35$, осцилляции которой соответствуют чередованию ячеек с квантом Φ_0 и без него. При $h = 1.3184$ (кривая *2* на рис. 6) имеем аналог мейсснеровского режима, когда значительное число последовательных ячеек у границы содержит по одному кванту Φ_0, но в глубине контакта такие вихри расположены через одну ячейку. При $h > 1.3184$ в контакт начинают проникать вихри с двумя квантами Φ_0. Чем больше поле, тем больше таких вихрей войдет в контакт. Примером этой ситуации является график для $h = 1.342$ — кривая *2* на рис. 5. При $h = 1.35$ (кривая *3*, рис. 6) ситуация соответствует квазипериодической последовательности вихрей с чередованием одного и двух квантов Φ_0 в ячейке. Периодичность зависимости ситуации от h подтверждается подобием кривых *1* и *2* на рис. 5 и 6, значения h для которых различаются на единицу.

Таким образом, при изменении внешнего поля имеем дело с двумя возможными ситуациями:

— квазиоднородное проникновение поля в контакт;

— частичное проникновение вихрей с увеличенным на единицу числом квантов Φ_0 в приграничную область.

В первой ситуации поле во всех точках контакта в среднем одинаково, а во второй контакт разделяется на две части, в которых поле имеет различные значения, как видно из кривых рис. 5. Величина h, соответствующая окончанию первой и началу второй ситуации, не зависит от размеров контакта. А вот поле, при котором заканчивается вторая и начинается первая стадия, соответствует моменту, когда вихри заполнили весь контакт. Поэтому оно зависит от длины контакта.

Заключение

Рассчитаны конфигурации токов и профиль проникающего внутрь контакта магнитного поля при $I < I_C$. Для расчета использован модифицированный для контакта конечной длины подход, основанный на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения ее потенциала Гиббса. В бесконечном контакте длина приграничной конфигурации по ходу такого расчета все время увеличивается, что не позволяет прийти к решению за конечное время. Ограничение длины контакта позволяет найти решение задачи, поскольку две симметричные последовательности вихрей, идущие с разных концов контакта, встретившись в его центре, „останавливаются“.

Предложенный алгоритм позволяет найти ту конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние в случае $I < I_C$ при малом превышении внешним полем значения $H_{\max}$, и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля.

Компьютерные расчеты по предложенному методу были выполнены для случая $I = 0.9 < I_C$, при котором $h_S = 0.318$, а $h_{\max} = 0.343$. Длина контакта равнялась 200 ячеек.

Расчет показал, что при $h = 0.344$ конфигурация еще сохраняет черты приграничной структуры. При больших значениях h вплоть до единицы наблюдаются квазиоднородные последовательности вихрей, расстояния между которыми колеблются около среднего значения, которое убывает с ростом h. Начиная с некоторого h вихри могут занимать соседние ячейки. При $h = 1$ поле таково, что внешний магнитный поток через каждую ячейку равен Φ_0. При этом система уравнений, описывающая задачу, может быть удовлетворена решением, при котором все токи, а также суммарный магнитный момент всего контакта обращаются в нуль. Однако это лишь одно из бесчисленного множества возможных решений системы, и предыстория развития, т. е. адиабатическое увеличение внешнего поля, не дает ему возможности реализоваться, так как к моменту, когда $h = 1$, в глубине контакта еще существуют ячейки, не содержащие вихрей. При $h = 1$ по мере приближения к краю контакта последовательность вихрей, занимающих соседние ячейки, становится длиннее, чем в глубине. При дальнейшем росте h длина этой последовательности растет и достигает максимума при $h = 1.3184$, когда отклонение от ситуации с одним Φ_0 в каждой ячейке проявляется только в 20-й ячейке от края контакта. При дальнейшем росте h вблизи границы контакта начинают возникать вихри с $2\Phi_0$. С увеличением h все больше таких вихрей проникает в контакт, пока при $h = 1.35$ такие вихри не выстроятся в квазиоднородную последовательность по всей длине контакта. При дальнейшем росте h период этой последовательности, т. е. среднее расстояние между соседними вихрями, будет уменьшаться, а среднее магнитное поле внутри контакта — расти. Далее в контакт начнут проникать вихри с $3\Phi_0$ и т. д. Отметим, что ни при каком поле в контакте не могут находиться вихри с количеством квантов Φ_0, различающимся больше, чем на единицу.

Процесс проникновения вихрей с $(k+1)\Phi_0$ в контакт, каждая ячейка которого содержит $k\Phi_0$, полностью аналогичен проникновению вихрей с одним Φ_0 в мейсснеровскую конфигурацию. Этот факт подтверждается тем, что зависимость средней индукции b в контакте от внешнего поля h имеет почти строгую периодичность с периодом 1 по обеим осям, а также видом зависимостей магнитного поля в ячейках от их расстояния до границы.

Список литературы

[1] *Golubov A.A., Serpuchenko I.L., Ustinov A.V.* // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67. P. 1256.

[2] *Зеликман М.А.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 68–74.

[3] *Кулик И.О., Янсон И.К.* Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970.

[4] *Dorogovtzev S.N., Samuhin A.N.* // Europhys. Lett. 1994. Vol. 25. P. 693–698.

[5] *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.

[6] *Зеликман М.А.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 2. С. 36–42.