

01;03

## Кавитационная прочность криогенных жидкостей, критерий инкубационного времени

© Г.А. Волков,<sup>1</sup> А.А. Груздков,<sup>1</sup> Ю.В. Петров<sup>1,2</sup><sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия<sup>2</sup> Институт проблем машиноведения РАН,  
199178 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 25 августа 2007 г. В окончательной редакции 6 мая 2009 г.)

Экспериментальные данные по акустической кавитации для криогенных жидкостей проанализированы с использованием критерия, основанного на понятии инкубационного времени. Ранее аналогичный подход успешно применялся для анализа кавитационной прочности дегазированной и морской воды при постоянной температуре. Предлагаемый критерий учитывает изменение статического порога кавитации и инкубационного времени с ростом температуры.

PACS: 43.35.Ei, 62.60.+v

### Введение

Под кавитацией принято понимать нарушение сплошности жидкости в результате внешних воздействий. Одним из способов внешнего воздействия является звуковое поле, тогда кавитацию называют акустической. Кавитационная прочность характеризуется пороговым давлением, при превышении которого происходит быстрый рост пузырьков, зародышей кавитации. Результаты экспериментального определения порога кавитации позволяют выявить ряд закономерностей. При различных низких значениях частоты порог кавитации одинаков, будем называть эту величину статическим пороговым давлением. В диапазоне высоких частот наблюдается четко выраженная тенденция к возрастанию порога кавитации при существенном разбросе его значений. Для объяснения этих фактов в работе [1] был успешно применен критерий инкубационного времени.

Часто при рассмотрении явления кавитации изучается поведение отдельного газового пузырька. Классическим подходом является использование уравнения колебаний газового пузырька — уравнение Рэлея [2]. Уравнение границы полости получено исходя из энергетического баланса, в котором учитываются кинетическая энергия прилегающих слоев жидкости, поверхностная энергия, обусловленная поверхностным натяжением, вязкое сопротивление, работа внешнего давления, а также давление пара и газа внутри пузырька. Однако описание поведения одиночного пузырька может оказаться недостаточным для предсказания наступления кавитации.

При описании кавитации в криогенных жидкостях часто используется аналогичный подход. В работе [3] исследуется кавитация в жидком азоте, возникшая в результате воздействия лазера. В настоящей работе при численном анализе экспериментальных результатов используется уравнение Рэлея—Плессета, описывающее колебания сферического пузырька. Температурные особенности процесса кавитации в криогенных жидкостях

часто учитывают с помощью „*B*-фактора“ отношения разницы температур жидкой и газообразной фазы к отношению скрытой теплоты фазового перехода и удельной теплоемкости жидкости [4]. „*B*-фактор“ равен отношению скоростей жидкой и газообразной фазы вдоль пограничного слоя. Использовать пузырьковый подход для определения условий возникновения кавитации не очень удобно, потому что кроме параметров внешнего воздействия необходимо знать еще микропараметры жидкости.

### Критерий инкубационного времени

Поскольку для криогенных жидкостей кавитация является характерным динамическим явлением, то большой интерес вызывает поведение порога кавитации в зависимости от температуры жидкости при постоянной частоте излучения. Если при нормальных условиях в дегазированной воде кавитация возникает только при значительном понижении давления, то в случае криогенных жидкостей достаточно воздействия с малой амплитудой, чтобы возникла развитая кавитация. Это является следствием того, что криогенные жидкости обычно находятся в состоянии, близком к кипению.

Для расчета температурной зависимости порога кавитации будем применять критерий инкубационного времени:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \text{sign}(P(t')) \left| \frac{P(t')}{P_c} \right|^\alpha dt' \leq 1, \quad (1)$$

где  $P(t)$  — растягивающее давление,  $P_c$  — статическое значение порога кавитации (т.е. порог кавитации при низких частотах),  $\tau$  — инкубационное время, безразмерный параметр  $\alpha$  характеризует чувствительность жидкости к истории нагружения. В работе [2] показано, что для жидкостей с малой вязкостью нужно использовать значение  $\alpha = 1/2$ .

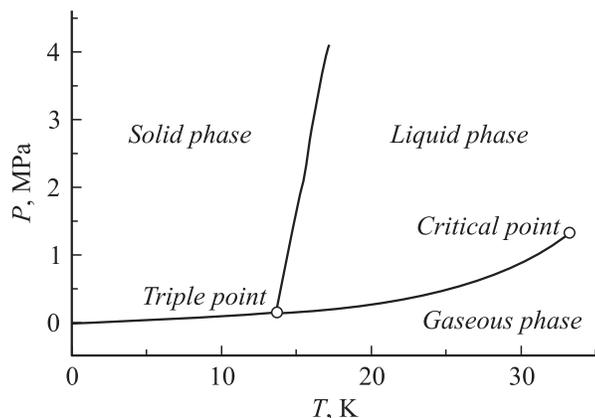


Рис. 1. Фазовая диаграмма водорода.

Поскольку температура является характеристикой равновесного состояния среды, ее предлагается вводить в критерий через температурные зависимости величин, не зависящих от времени: инкубационное время и статическое значение порога кавитации. Зависимость инкубационного времени от температуры предлагается записать в следующем виде:

$$\tau = \tau_0 \frac{G}{kT}, \quad (2)$$

где  $k = 1.3807 \cdot 10^{-23}$  J/K — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $\tau_0 = 10^{-13}$  s — характерный период колебаний молекул,  $G$  — элементарная порция энергии, необходимая для разрыва одной элементарной связи. В работе [5] аналогичная зависимость была использована для твердых тел.

Процесс кавитации можно воспринимать как процесс кипения, поэтому величина порога кавитации будет равна давлению кипящей жидкости при заданной температуре. Таким образом, температурную зависимость статического порога можно определить, пользуясь фазовой диаграммой (см. рис. 1) или интерполяционным уравнением состояния Ван-дер-Ваальса, приближенно описывающим как газообразное, так и жидкое состояние вещества. В случае исследования кавитационной прочности водорода будут использованы оба способа, а для азота расчет производится только с помощью интерполяционного уравнения.

На рис. 1 схематично изображена фазовая диаграмма для водорода. Здесь показаны кривые фазового равновесия: жидкость–кристалл, кристалл–пар и наиболее интересная в данном случае — жидкость–пар. Пересечение этих кривых образует тройную точку, которая характеризуется параметрами  $T_{mp} = 13.95$  K,  $P_{mp} = 0.72 \cdot 10^4$  Pa. Кривая фазового равновесия жидкость–пар заканчивается критической точкой с параметрами  $T_{cr} = 33.23$  K,  $P_{cr} = 13.16 \cdot 10^5$  Pa, после которой теряются различия между жидкой и газообразной фазой вещества. Следует обратить внимание на существенную нелинейность этой кривой насыщенного пара. Определив для каждой температуры

давление  $P(T)$ , при котором жидкость закипает, можно записать формулу для статического порога:

$$P_c(T) = P_0 - P(T), \quad (3)$$

где  $P_0$  — давление в жидкости.

Для молярного объема  $V$  уравнение Ван-дер-Ваальса имеет вид:

$$P(T) = \frac{RT}{V-B} - \frac{A}{V^2}, \quad (4)$$

где  $R = 8.31$  J/mol·K — универсальная газовая постоянная,  $A$  и  $B$  — некоторые постоянные величины, которые имеют вполне определенный физический смысл. Константа  $B$  учитывает собственный объем молекул в одном моле вещества и связана с молярным объемом в критической точке соотношением

$$V_{cr} = 3B. \quad (5)$$

Пользуясь кинетической теорией газов, можно показать [6], что постоянная  $B$  равна учетверенному собственному объему всех молекул, содержащихся в одном моле вещества. Однако при применении интерполяционного уравнения Ван-дер-Ваальса следует использовать значение  $B$  из опытных данных. Постоянная  $A$  учитывает уменьшение давления на стенках сосудов из-за того, что силы взаимодействия между молекулами вещества больше, чем силы взаимодействия между граничными молекулами и стенками сосудов. Следовательно, постоянная  $A$  учитывает капиллярные силы. Для азота экспериментальные значения константы  $A = 0.1361$  (Pa·cm/mol) и  $B = 32.58$  (cm<sup>3</sup>/mol), для водорода —  $A = 0.0245$  (Pa·cm/mol) и  $B = 26.61$  (cm<sup>3</sup>/mol).

При постоянном молярном объеме  $V$  уравнение (4) задает функциональную зависимость давления от температуры. Тогда, подставив эту температурную зависимость в соотношение (3), получим значение статического порога как функцию от температуры. С учетом (2) и (3) критерий (1) принимает следующий вид:

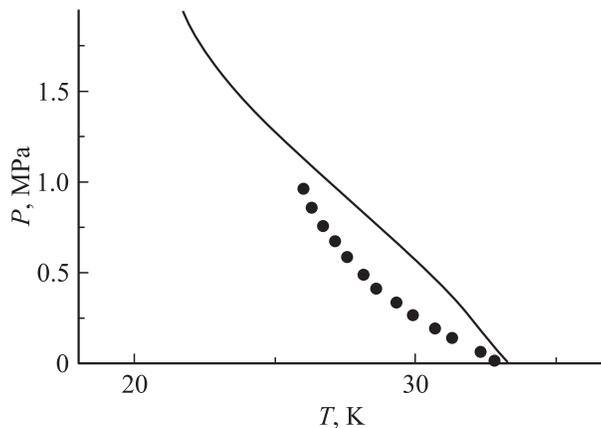
$$\frac{kT}{G\tau_0} \cdot \frac{1}{P_c(T)} \int_{t-\frac{G\tau_0}{kT}}^t \text{sign}P(t')P(t')^\alpha dt' \leq 1, \quad (6)$$

где  $P_c(T)$  определяется одним из предложенных ранее способов. Построим зависимость порога кавитации от температуры, воспользовавшись критерием (6). Давление в акустической волне задается формулой

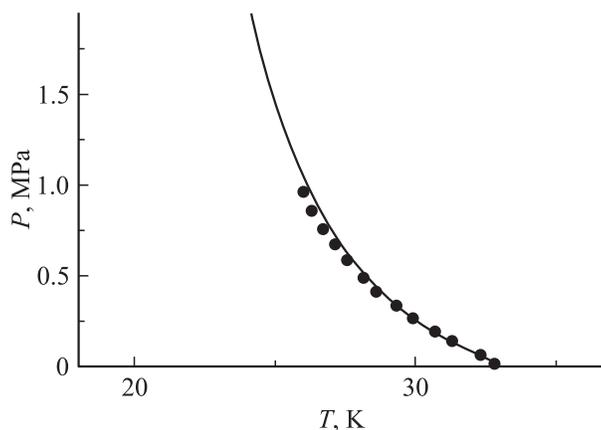
$$P(t) = A \sin(\omega t), \quad (7)$$

где  $A$  — амплитуда,  $\omega$  — частота звуковой волны. Подставив (7) в (6), получим, что кавитация наступит, если в какой-то момент времени будет выполняться равенство

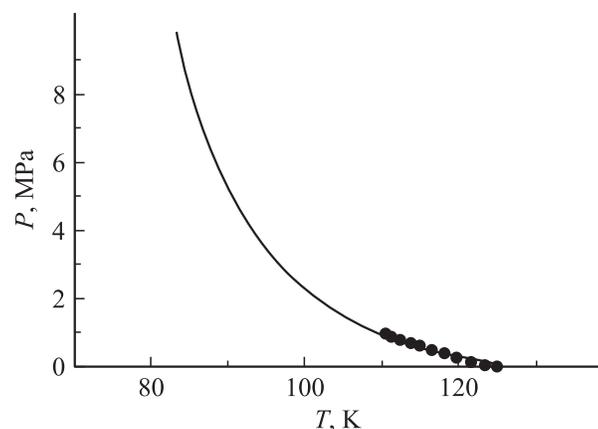
$$\frac{kT}{G\tau_0} \cdot \frac{A}{P_c(T)} \int_{t-\frac{G\tau_0}{kT}}^t \text{sign}(\sin(\omega t')) |\sin(\omega t')|^\alpha dt' = 1, \quad (8)$$



**Рис. 2.** Температурная зависимость порога кавитации для водорода, в случае аппроксимации фазовой диаграммы, точки — данные, полученные в работе [7]; кривая получена по формуле (9),  $\alpha = 1/2$ .



**Рис. 3.** То же, что на рис. 2, для случая использования уравнения Ван-дер-Ваальса.



**Рис. 4.** То же, что на рис. 3, для азота.

тогда порог кавитации  $A_*$  соответствует минимальному значению амплитуды  $A$ , при котором выполняется равенство (8). Введем вспомогательный параметр

$$\kappa = \frac{\omega G \tau_0}{kT},$$

и сделаем замену переменной в интеграле из (8). Таким образом, пороговое значение кавитации будет задаваться следующим равенством:

$$A_* = P_c(T) \left( \max_{\xi \in [\kappa, \kappa + 2\pi]} \frac{1}{\kappa} \int_{\xi - \kappa}^{\xi} \text{sign}(\sin(t')) |\sin(t')|^\alpha dt' \right)^{1/\alpha}. \quad (9)$$

Окончательное пороговое значение будет результатом конкуренции двух процессов: изменения с температурой статического порога кавитации и инкубационного времени.

### Сопоставление расчетных зависимостей и экспериментальных данных

Полученные зависимости для водорода и азота сравниваются с данными В.А. Акуличева [7]. Для сравнения были взяты точки, описывающие кривые, полученные автором с использованием другой модели. В случае водорода расчет проводился двумя различными способами (рис. 2, 3). Для азота использовалось только интерполяционное уравнение Ван-дер-Ваальса (рис. 4).

Расчет, основанный на критерии инкубационного времени, дает хорошее соответствие с моделью В.А. Акуличева.

Работа выполнена при поддержке правительства Санкт-Петербурга и при поддержке РФФИ (грант № 05-01-01068).

### Список литературы

- [1] Волков Г.А., Груздков А.А., Петров Ю.В. // Акустический журнал. 2007. Т. 53. № 2. С. 149–152.
- [2] Груздков А.А., Петров Ю.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. № 3. С. 6–10.
- [3] Sato E., Sun X.W., Odagava M. et al. // J. of Fluids Engineering. Transact. 1996. Vol. 118. N 4. P. 850–856.
- [4] Utukkar Y., Wu J.Y., Wang G.Y. et al. // Progress in Aerospace Sci. 2005. Vol. 41. N 7. P. 558–608.
- [5] Петров Ю.В., Ситников Е.В. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 8. С. 71–74.
- [6] Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. М.: ИЛ, 1955. 480 с.
- [7] Акуличев В.А. Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях. М.: Наука, 1978. 280 с.