# 01;10 Формирование и динамика виртуального катода в трубчатом электронном пучке во внешнем магнитном поле

© С.А. Куркин, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410021 Саратов, Россия e-mail: KurkinSA@nonlin.sgu.ru, alkor@nonlin.sgn.ru; aeh@nonlin.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 4 июня 2008 г. В окончательной редакции 9 июля 2008 г.)

Приведены результаты исследования в рамках двумерной численной модели механизмов формирования и динамики виртуального катода (ВК) в трубчатом электронном потоке во внешнем магнитном поле. Обнаружены два качественно различных типа динамики пространственного заряда в области ВК, которые конкурируют между собой. Преобладание в системе того или иного типа динамики определяется величиной внешнего магнитного поля. Обнаружена сильная зависимость значения критической плотности тока пучка, при которой в системе образуется нестационарный ВК, от величины внешнего магнитного поля. Показано, что оптимальная величина магнитного поля, при которой критическая плотность тока пучка минимальна, определяется величиной бриллюэновского магнитного поля.

PACS: 52.35.-g

### Введение

С конца 1970-х г. активно исследуются такие источники мощного СВЧ-излучения, как генераторы на виртуальном катоде (виркаторы) [1–5], характеризующиеся высоким уровнем мощности генерации СВЧ-излучения, простотой конструкции, возможностью работы без магнитных полей, легкостью перестройки частоты и режима генерации. Принцип работы виркаторов основан на формировании в электронном потоке с током, превышающим предельный вакуумный (критический) ток [6], виртуального катода (ВК), отражающего часть электронов обратно к плоскости инжекции. Динамика виртуального катода в электронном потоке характеризуется сложными пространственно-временными колебаниями, что часто приводит к генерации широкополосного СВЧ-излучения в виркаторных системах [4,7–10].

В последнее время привлекают внимание исследователей и низковольтные системы с ВК, формирующимся в тормозящем поле (низковольтные виркаторы) [11–13]. В этих системах используется сложная динамика ВК в тормозящем поле для генерации широкополосного хаотического сигнала в различных маломощных приборах.

Большой практический и теоретический интерес представляет исследование влияния внешнего магнитного поля на формирование и динамику виртуального катода в электронном потоке как в релятивистском, так и в нерелятивистском случае. Одной из первых работ, посвященных изучению влияния внешнего магнитного поля на характеристики генерации виркатора, была работа [14], в которой были получены экспериментальные зависимости мощности и частоты СВЧ-излучения виркатора от величины внешнего магнитного поля. Позднее аналогичные экспериментальные исследования проводились в работах [15–17], которые также показали сильное влияние внешнего магнитного поля на характеристики СВЧ-излучения виртуального катода.

Полученные экспериментальные данные были подтверждены результатами численного моделирования. В работе [18] с помощью численного моделирования с использованием релятивистского электромагнитного кода "KARAT" рассматривалась динамика виртуального катода в трубчатом электронном потоке при малом магнитном поле. Было обнаружено, что в этом случае наблюдаются значительные пульсации проходящего пучка за плоскостью виртуального катода, которые оказывают сильное влияние на характеристики СВЧ-излучения в моделируемой системе. В работе [19] с использованием релятивистского электромагнитного кода "MAGIC" было проведено исследование влияния внешнего магнитного поля на КПД виркатора. Было обнаружено, что с увеличением магнитного поля КПД виркатора монотонно уменьшается, асимптотически стремясь к постоянной величине. Аналогичные результаты были получены в нашей работе [20], где был выявлен физический механизм подобного поведения КПД в зависимости от величины магнитного поля. В этой же работе были исследованы режимы хаотической генерации и процессы образования электронных структур в виркаторной системе при изменении внешнего магнитного поля и тока пучка. В работах [21,22] проводилось исследование влияния внешнего магнитного поля на пусковой ток виркаторной системы.

Таким образом, из анализа опубликованных работ становится очевидным, что характеристики генерации приборов с виртуальным катодом сильно зависят от внешнего магнитного поля. Однако систематическое исследование данных вопросов не проводилось, поэтому процессы, происходящие в электронном потоке с виртуальным катодом при изменении внешнего магнитного поля, до сих пор остаются плохо изученными и не систематизированными. Их понимание позволит продвинуться в изучении систем с виртуальным катодом, что является весьма важной и актуальной задачей как электроники больших мощностей, так и классической СВЧэлектроники при создании пучково-плазменных нерелятивистских генераторов хаотического сигнала с ВК.

В представленной работе приведены результаты численного исследования влияния внешнего магнитного поля на условия и механизмы формирования виртуального катода в трубчатом электронном пучке. Также в работе рассматриваются особенности нелинейной динамики электронного потока с виртуальным катодом при изменении магнитного поля; влияние геометрии электронного пучка во внешнем магнитном поле на условия образования в нем виртуального катода, а также исследуется оптимальная величина внешнего магнитного поля, при которой критическая плотность тока пучка, необходимая для формирования ВК, минимальна.

## 1. Исследуемая модель

В качестве исследуемой системы была рассмотрена классическая модель для изучения динамики виртуального катода [6]. Пространство дрейфа электронного потока представляет собой замкнутый отрезок цилиндрического волновода длиной L и радиусом R, закрытый с торцов сеточными электродами. Аксиальносимметричный моноскоростной на выходе электронный пучок со скоростью  $v_0$ , током I и радиусом  $R_b$  инжектируется в пространство взаимодействия через левую (входную) сетку и выводится через правую (выходную), а также может оседать на боковой стенке пространства взаимодействия. Вдоль оси системы прикладывается внешнее однородное фокусирующее магнитное поле с индукцией **В**.

Будем рассматривать нестационарную двумерную модель динамики электронного потока в пространстве взаимодействия, которая основана на решении самосогласованной системы уравнений движения заряженных частиц для моделирования динамики электронного пучка и уравнения Пуассона для нахождения самосогласованного поля пространственного заряда [23,24].

Следует заметить, что нахождение самосогласованного поля пространственного заряда с помощью уравнения Пуассона не позволяет корректно исследовать релятивистские пучки, т.е. пучки с релятивистскими факторами  $\beta_0 = v_0/c \ge 0.5$ , так как при этом не учитываются собственное магнитное поле электронного потока и связанные с ним эффекты пинчевания пучка. Поэтому в рамках используемой в работе математической модели исследуются только слаборелятивистские электронные потоки.

В уравнениях, описывающих динамику электронного пучка, используются следующие безразмерные величины потенциала  $\phi$ , напряженности **E** поля пространственного заряда, индукции **B** внешнего магнитного поля, плотности  $\rho$ , скорости v и импульса P электронов, а также пространственных координат z и r, времени t:

$$\varphi' = \frac{v_0^2}{\eta_0} \varphi, \quad E' = \frac{v_0^2}{L\eta_0} E, \quad B' = \frac{v_0}{L\eta_0} B, \quad \rho' = \rho_0 \rho,$$
$$v' = v_0 v, \quad P' = m_e v_0 P, \quad z' = Lz, \quad r' = Lr, \quad t' = \frac{L}{v_0} t,$$
(1)

где штрихом обозначены соответствующие размерные величины,  $\eta_0 = e/m_e$  — удельный заряд покоящегося электрона,  $v_0$  и  $\rho_0$  — не зависящие от радиуса статические (невозмущенные) скорость и плотность электронного потока на входе в систему, L — длина пространства взаимодействия.

Численное моделирование нестационарных процессов в электронном пучке при инжекции его в пространство дрейфа проводилось методом крупных частиц. Он заключается в том, что электронный поток представляется в виде совокупности крупных частиц, которые в цилиндрической системе координат имеют вид заряженных колец. Для каждой заряженной частицы решались уравнения движения, записанные через компоненты ее импульса. В цилиндрических координатах в безразмерных величинах (1) уравнения движения записываются в следующем виде:

$$\frac{dP_{ri}}{dt} - \gamma(z_i, \theta_i, r_i)r_i \left(\frac{d\theta_i}{dt}\right)^2 = -E_r - r_i B \frac{d\theta_i}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{dP_{\theta i}}{dt} + \gamma(z_i, \theta_i, r_i)r_i \frac{dr_i}{dt} \frac{d\theta_i}{dt} = B \frac{dr_i}{dt}, \qquad (3)$$

$$\frac{dP_{zi}}{dt} = -E_z, \quad i = 1, \dots, N_0.$$
(4)

где

$$\gamma(z_i, \theta_i, r_i) = \left(1 - \beta_0^2 \left[ \left(\frac{dr_i}{dt}\right)^2 + \left(r_i \frac{d\theta_i}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_i}{dt}\right)^2 \right] \right)^{1/2}.$$
(5)

Здесь  $z_i$ ,  $r_i$  и  $\theta_i$  — соответственно продольная, радиальная и азимутальная координаты заряженных частиц;  $P_{zi} = \gamma \dot{z}_i$ ,  $P_{ri} = \gamma \dot{r}_i$  и  $P_{\theta i} = \gamma r_i \dot{\theta}_i$  — соответственно продольная, радиальная и азимутальная компоненты импульсов заряженных частиц,  $\mathbf{E}_z$  и  $\mathbf{E}_r$  — продольная и радиальная компоненты электрического поля;  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_z = \text{const}$  — продольная компонента внешнего магнитного поля (предполагается, что радиальная и азимутальная составляющие внешнего магнитного поля равны нулю  $\mathbf{B}_r = 0$  и  $\mathbf{B}_{\theta} = 0$ ), а  $\beta_0 = v_0/c$ , где  $v_0$  статическая (невозмущенная) скорость электронного потока на входе в систему, c — скорость света. Индексом iобозначены номера частиц,  $N_0$  — полное число заряженных частиц, моделирующих электронный поток.

Частицы при влете в пространство дрейфа имеют ненулевую азимутальную скорость, пропорциональную продольному магнитному полю в пространстве дрейфа. Эта скорость определяется из теоремы Буша, записанной в случае экранированного от внешнего магнитного поля катода ( $B_k = 0$ ) [25,26]:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{B_z}{2\gamma_0},$$
  
$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}.$$
 (6)

Уравнения движения (2)-(4) для каждой крупной частицы интегрировались численно методом с перешагиванием. Уравнение (3) может привести к неустойчивости азимутальной скорости частицы  $\dot{\theta}_i$ , так как из него следует, что  $\dot{\theta}_i \sim 1/r_i$ , и при малых  $r_i$  и больших временных шагах численного интегрирования  $\Delta t$  частица ведет себя "нефизично": раскручивается, очень быстро приобретая вращательный момент. Для корректного решения уравнения движения для частиц, близко подошедших к оси симметрии, интегрирование уравнений производится с повышенной точностью. Шаг интегрирования уменьшается до значения, когда численная схема становится устойчивой, и результаты интегрирования уравнений движения частиц начинают сходиться с уменьшением шага численного интегрирования  $\Delta t$ .

Распределение потенциала в пространстве взаимодействия рассчитывалось с помощью уравнения Пуассона, которое в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = \alpha^2\rho, \qquad (7)$$

где

$$\alpha = L \left( \frac{|\rho_0|}{\varphi_0 \varepsilon_0} \right)^{1/2} = \frac{\sqrt{2} \,\omega_p L}{v_0}.\tag{8}$$

Здесь  $\alpha$  — это безразмерный управляющий параметр (критерий подобия задачи [5]), пропорциональный току пучка как  $\alpha \sim \sqrt{I}$  и длине пространства взаимодействия как  $\alpha \sim L$ . Уравнение Пуассона решается при следующих граничных условиях:

$$\varphi(z=0,r)=0, \ \varphi(z=1,r)=0, \ \varphi(z,r=R)=0, \ (9)$$

$$\left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=0} = 0,\tag{10}$$

где условие (9) задается тем, что пучок инжектируется в пространство, ограниченное проводящей поверхностью под нулевым потенциалом; условие (10) на оси симметрии r = 0 определяется аксиальной симметрией пространства взаимодействия.

Уравнение Пуассона (7) решалось методом сеток. Для нахождения плотности пространственного заряда использовалась снижающая сеточный шум процедура билинейного взвешивания крупных частиц (PICметод) [24].

# Формирование и динамика ВК в трубчатом электронном потоке

Формирование в электронном потоке ВК связано с образованием в пространстве дрейфа потенциального

барьера, отражающего к плоскости инжекции и на боковую поверхность рабочей камеры виркатора часть электронного потока [5]. Возникновение потенциального барьера определяется "провисанием" потенциала в системе за счет пространственного заряда инжектируемого электронного потока. При малых токах пучка глубина провисания потенциала мала, и электронный пучок проходит без отражений полностью к выходной плоскости пространства (режим стационарной транспортировки электронов). С ростом тока пучка при фиксированной энергии ускорения электронов плотность пространственного заряда пучка также растет и, как следствие, увеличивается глубина потенциальной ямы на входе в пространство взаимодействия. При некотором токе пучка, называемом предельным вакуумным (критическим) током, глубина потенциального барьера становится равной энергии инжектируемого потока, и в системе начинается отражение электронов — формируется виртуальный катод. ВК принципиально ведет себя нестационарным образом, совершая колебания как во времени, так и в пространстве [4,7-9,20,27-29]. Данная картина формирования и динамики ВК была достаточно подробно описана в работах для случая одномерного движения электронов пучка (полностью замагниченного потока) [4-8]. В работе [29] рассматривались особенности нелинейной динамики ВК в системе без фокусирующего магнитного поля.

Как отмечалось выше, внешнее магнитное поле оказывает сильное влияние на динамику пучка с ВК. Рассмотрим это влияние более подробно, используя для анализа динамики пространственного заряда в электронном потоке описанную в разд. 1 двумерную математическую модель.

Часто в релятивистских генераторах (в том числе виркаторах) используются цилиндрические трубчатые электронные потоки [25,26]. Поэтому важной задачей является исследование пучков с такой геометрией. В данном разделе будет рассмотрена динамика трубчатого потока электронов, находящегося во внешнем магнитном поле. Для дальнейшего изложения полученных результатов удобно ввести геометрический параметр пучка  $\sigma = R_b/R$ , представляющий собой отношение внешнего радиуса  $R_b$  инжекции электронного пучка к радиусу Rпространства дрейфа. Для исследования влияния геометрии трубчатого потока на условия формирования и динамику ВК будем рассматривать здесь пучок фиксированной толщины d = 0.1R при различных параметрах  $\sigma$ . Будем рассматривать величину внешнего магнитного поля с важной характерной величиной фокусирующего магнитного поля — бриллюэновским магнитным полем  $\mathbf{B}_{br}$  [25,26]. В общем случае величина  $\mathbf{B}_{br}$  при транспортировке пучка электронов через пространство дрейфа определяется следующим аналитическим выражением [26]:

$$\mathbf{B}_{\rm br} = \sqrt{69 \, \frac{I}{R_b^2 \sqrt{\varphi_0}}} \quad [G],\tag{11}$$



**Рис. 1.** Распределения плотности пространственного заряда в области виртуального катода, усредненные за характерный период колебаний ВК (a, b), конфигурационные портреты в безразмерных координатах (r, z) (c, d), а также фазовые портреты в безразмерных координатах (r, z) (c, d), а также фазовые портреты в безразмерных координатах  $(v_z, z)$  (e, f) трубчатого электронного потока при  $\sigma = 0.5$ ,  $\beta_0 = 0.1$ , **B** = 0.004 T,  $\alpha = 24$  (a, c, e) и **B** = 0.013 T,  $\alpha = 18$  (b, d, f). Интенсивность серого цвета на рис. 1, *a* и *b* пропорциональна величине плотности пространственного заряда. Бриллюэновское магнитное поле для данной геометрии электронного потока **B**<sub>br</sub> = 0.011 T.

где  $\varphi_0$  — потенциал, ускоряющий поток. Бриллюэновское поле характеризуется тем, что при введении его в систему с электронным потоком ограничивается любая поперечная динамика электронов в системе, следовательно, радиус пучка в пространстве дрейфа сохраняется. При магнитных полях, меньших **B**<sub>br</sub>, пучок расходится, оседая на стенках пространства дрейфа, при бо́льших — в пучке наблюдаются пульсации радиуса потока. Как будет показано далее, величина бриллюэновского магнитного поля окажется определяющей для механизмов формирования и динамики ВК во внешнем магнитном поле.

Для иллюстрации процессов, протекающих в трубчатом электронном потоке с виртуальным катодом, находящемся во внешнем магнитном поле, на рис. 1, *a*, *b* приведены распределения плотности пространственного заряда в области виртуального катода, усредненные за характерный период колебаний виртуального катода, для случаев магнитных полей меньше ( $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$ ) (рис. 1, *a*) и больше ( $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$ ) (рис. 1, *b*) бриллюэновского поля при токе пучка, превышающем критическое значение  $\alpha > \alpha_{cr}$ . На этих рисунках величина плотности пространственного заряда  $\rho(r, z)$  в различных точках (*r*, *z*) пространственного заряда (темная область на рисунке) соответствует области ВК, где электроны останавливаются и начинают двигаться обратно от ВК либо к вход-

ному электроду, либо к боковой стенке пространства дрейфа в зависимости от величины магнитного поля.

Во внешнем магнитном поле, меньшем бриллюэновского, в трубчатом пучке (рис. 1, а) ВК растянут вдоль всего радиального направления, причем его максимум сосредоточен в области инжекции пучка в пространство дрейфа. Также наблюдается разделение потока электронов на две части, одна из которых движется к боковой поверхности пространства дрейфа, а другая — по направлению к оси симметрии системы. Динамика пучка с ВК в данном случае преимущественно проходит в поперечном направлении к боковой стенке пространства дрейфа. С увеличением значения внешнего магнитного поля ограничивается поперечная динамика частиц в направлении боковой стенки системы (рис. 1, b). Как следствие — уменьшается токооседание на боковую поверхность пространства дрейфа, и динамика ВК начинает преимущественно проходить в продольном направлении, а также в направлении оси симметрии системы. Как видно из рис. 1, b, сам виртуальный катод, за счет пинчевания пучка во внешнем магнитном поле, начинает сильно прижиматься к оси симметрии системы. Основная часть пространственного заряда в системе как в случае  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$ , так и в случае  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$ , сосредоточена в области ВК, что является следствием потери электронами энергии при приближении к ВК за счет торможения на склоне потенциальной ямы, образованной пространственным зарядом электронов в области ВК.

На рис. 1 также показаны мгновенные конфигурационные портреты электронного потока в случаях магнитных полей  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$  (рис. 1, *c*, *e*) и  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$  (рис. 1, *d*, *f*) при токе пучка, превышающем критическое значение  $\alpha_{\rm cr}$ . Конфигурационные портреты являются удобной и наглядной характеристикой электронного потока и представляют собой фактически мгновенный "снимок" системы. На конфигурационных портретах выводятся координаты и скорости всех частиц, моделирующих пучок, в фиксированный момент времени [7]. Из сравнения конфигурационных портретов пучка в координатах (r, z)для различных величин внешнего магнитного поля (рис. 1, c и d) обнаруживаются эффекты, связанные с трубчатой геометрией электронного потока. Вследствие трубчатой формы пучка и отсутствия пространственного заряда в центре системы с увеличением магнитного поля пучок сильнее прижимается к оси. Если в отсутствие магнитного поля он разделяется на две приблизительно равные части (рис. 1, c), одна из которых стремилась к боковой поверхности (верхняя стрелка на рисунке), а другая — к оси системы (нижняя стрелка на рисунке), то с увеличением магнитного поля благодаря пинчеванию потока все большая часть пучка начинает стремиться к оси (рис. 1, d), причем электронный поток перестает выходить в радиальном направлении за границу, которую он имел на входе в систему. Таким образом, существует некоторое пороговое значение магнитного поля, при котором прекращается разделение трубчатого пучка на две части в области ВК. Было установлено, что величина этого магнитного поля совпадает с оптимальным магнитным полем трубчатого пучка, при котором его критический ток минимален. Фактически разделение пучка на две части является показателем наличия в системе поперечной динамики пространственного заряда по направлению к боковой стенке пространства дрейфа, когда внешнее магнитное поле не удерживает пучок, расходящийся под действием сил пространственного заряда.

Портреты пучка в координатах  $(v_z, z)$  (где  $v_z$  продольная скорость электронов) при различных величинах магнитного поля (рис. 1, e, f) имеют схожий вид. На них наблюдается наличие плоскости ВК, слева от которой частицы имеют продольные скорости разных знаков (плоскости ВК обозначены стрелками на рисунках). Однако при магнитном поле  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$  (рис. 1, *e*), по сравнению с полем **B** > **B**<sub>br</sub>, значительно меньше величина токопрохождения в системе, поэтому справа за плоскостью ВК имеется незначительное число частиц, двигающихся к выходному электроду, что также наблюдается на рис. 1, с. Это является следствием преимущества поперечной динамики частиц в системе при магнитном поле, меньшем бриллюэновского. При магнитном поле  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$  (рис. 1, f) токопрохождение в системе гораздо более существенно. Также в трубчатом потоке при магнитном поле **B** < **B**<sub>br</sub> за плоскостью ВК наблюдается модуляция проходящего потока по плотности (рис. 1, d), так как некоторые частицы способны преодолевать потенциальный барьер ВК в моменты времени, когда он минимален.

На рис. 2 приведены зависимости нормированного числа крупных частиц  $N/N_0$ , покидающих пространство дрейфа через боковую поверхность и выходной электрод (рис. 2, a), а также через входной электрод (рис. 2, b), от безразмерного тока пучка а. Кривые 1,2 и 3 на рис. 2, b, соответствующие числу частиц, покидающих систему через входной электрод, ведут себя одинаково в случаях магнитных полей  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$  (кривая 1),  $\mathbf{B} \sim \mathbf{B}_{br}$ (кривая 2) и  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$  (кривая 3). При токе пучка, меньшем критического значения  $\alpha < \alpha_{\rm cr}$ , при котором в системе образуется нестационарный ВК (величины *α*<sub>cr</sub> обозначены стрелками на рис. 2, b), частицы не отражаются к входной плоскости; при  $\alpha > \alpha_{\rm cr}$  количество частиц, отражающихся обратно к плоскости инжекции, монотонно возрастает с увеличением тока пучка, асимптотически приближаясь к постоянному значению.

Кривые 2 и 4 на рис. 2, a, соответствующие числу частиц, покидающих систему через выходной электрод, монотонно спадают с увеличением тока пучка. В случае магнитного поля, превышающего бриллюэновское (рис. 2, a, кривая 4), это уменьшение начинается при токе  $\alpha > \alpha_{cr3}$ , так как при этом значении тока электронного пучка в системе образуется ВК, отражающий от себя часть потока к входному электроду и приводящий к уменьшению токопрохождения в системе. Поперечная динамика частиц, которой соответствует кривая 3 на



**Рис. 2.** Зависимости нормированного числа частиц  $N/N_0$ , покидающих пространство дрейфа через боковую поверхность и выходной электрод в случаях **B** = 0 (рис. 2, *a*, кривые *I* и 2 соответственно) и **B** = 0.013 T (рис. 2, *a*, кривые *3* и *4* соответственно), а также зависимости нормированного числа частиц  $N/N_0$ , покидающих пространство дрейфа через входной электрод в случаях **B** = 0 (рис. 2, *b*, кривая *I*), **B** = 0.013 T (рис. 2, *b*, кривая *2*) и **B** = 0.0255 T (рис. 2, *b*, кривая *3*), от безразмерного тока пучка  $\alpha$ . Бриллюэновское магнитное поле для данной геометрии электронного потока **B**<sub>br</sub> = 0.011 T.  $N_0$  — полное число инжектированных в систему частиц.

рис. 2, *a*, в этом случае отсутствует, и при любых значениях тока пучка число частиц, отражающихся к боковой поверхности пространства дрейфа, равно нулю. Таким образом, при магнитном поле  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$  частицы покидают систему через входной и выходной электроды, а соотношение между их количеством определяется величиной тока инжектируемого пучка.

При величине внешнего магнитного поля **B** < **B**<sub>br</sub> (рис. 2, *a*, кривые *I* и *2*) количество частиц, покидающих систему через выходной электрод (кривая *2*), начинает монотонно уменьшаться при токе пучка  $\alpha > \alpha_{por}$ , меньшем критического значения, но большем некоторого порогового значения (обозначено на рисунке стрелкой):  $\alpha_{por} < \alpha < \alpha_{cr1}$ . При данном токе в системе начинается токооседание на боковую поверхность пространства дрейфа, которому соответствует кривая *I* на рис. 2, *a*,

и не все заряженные частицы доходят до выходного электрода. Кривая I имеет два характерных участка: при  $\alpha_{\rm por} < \alpha < \alpha_{\rm cr1}$  наблюдается монотонное увеличение числа частиц, покидающих систему через боковую поверхность; при  $\alpha > \alpha_{\rm cr1}$  — монотонное уменьшение. Как следствие, существует некоторое значение тока пучка, при котором число частиц, уходящих через боковую поверхность, максимально.

Увеличение числа частиц, оседающих на боковую поверхность при  $\alpha < \alpha_{cr1}$ , может быть объяснено следующим образом. С увеличением тока пучка в области вблизи плоскости инжекции, где тормозятся электроны и, как следствие, накапливается пространственный заряд, наблюдается рост суммарного заряда и увеличивается кулоновская сила расталкивания электронов в поперечном направлении. Это приводит к возрастанию числа частиц, отражающихся к боковой поверхности пространства дрейфа и к уменьшению токопрохождения (кривая 2 на рис. 2, a). При этом число частиц, отражающихся к плоскости инжекции, равно нулю, так как силы пространственного заряда оказывается недостаточным для того, чтобы отражать электроны обратно к плоскости инжекции, а достаточными только для существенного изменения их траекторий в пространстве дрейфа. Однако при достижении током пучка критического значения  $\alpha_{cr1}$  в системе формируется нестационарный ВК, который начинает отражать электроны к входному электроду. Это приводит к уменьшению токооседания на боковую поверхность пространства дрейфа и к еще более значительному уменьшению токопрохождения к выходной сетке. В конечном итоге, при больших токах пучка ( $\alpha \gg \alpha_{cr1}$ ) и магнитных полях **В** < **B**<sub>br</sub> практически все частицы отражаются к входному электроду, и лишь небольшая часть оседает на боковую поверхность пространства дрейфа, не удерживаясь магнитным полем.

Таким образом, из рис. 2 следует, что при увеличении внешнего магнитного поля от  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$  до  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$  в пучке электронов наблюдается процесс конкуренции двух различных типов динамики пространственного заряда [21,22]. В случае магнитного поля, меньшего бриллюэновского, большое число частиц покидает систему через боковую поверхность пространства дрейфа, причем их количество монотонно уменьшается с увеличением внешнего магнитного поля. Одновременно монотонно возрастает число частиц, покидающих систему через входной и выходной электроды. Это говорит о преимуществе поперечной динамики пространственного заряда к боковой стенке пространства дрейфа в случае малого магнитного поля **B** < **B**<sub>br</sub>. При внешнем магнитном поле, превышающем бриллюэновское, число частиц, выходящих из системы в поперечном направлении, близко к нулю; электроны преимущественно покидают систему через входной электрод, и в меньшей степени — через выходной, таким образом, динамика пространственного заряда в основном протекает в продольном направлении.

Анализ кривых на рис. 2, b, соответствующих зависимостям нормированного числа частиц  $N/N_0$ , покидающих пространство дрейфа через входной электрод, от безразмерного тока пучка  $\alpha$  при различных магнитных полях показывает, что величина критического тока пучка, когда начинаются отражения частиц к входному электроду (образование ВК), преимущественно зависит от величины внешнего магнитного поля. Самый большой ток для образования в системе ВК  $\alpha_{cr1}$  требуется при магнитном поле  $\mathbf{B} \ll \mathbf{B}_{br}$  ( $\mathbf{B} = 0$ , кривая 1), а самый маленький  $\alpha_{cr2}$  — при поле  $\mathbf{B} \sim \mathbf{B}_{br}$  ( $\mathbf{B} = 0.013$  T, кривая 2). С дальнейшим увеличением магнитного поля критический ток возрастает, но остается меньше  $\alpha_{cr1}$ :  $\alpha_{cr3} < \alpha_{cr1}$  ( $\mathbf{B} = 0.0255$  T, кривая 3).

Критический ток электронного пучка, при котором в системе образуется нестационарный ВК, является экпериментально легко измеряемой и практически важной величиной. Только при превышении током пучка критического тока в СВЧ-приборах, основанных на колебаниях ВК, возможна генерация СВЧ-излучения. Фактически критический ток (или предельный вакуумный ток [6]) является стартовым током для виркаторов. Анализ рис. 2, *b* показал сильное влияние величины внешнего магнитного поля на значение критического тока трубчатого пучка. Поэтому важным является проведение более детального исследования зависимости критического тока пучка от величины внешнего магнитного поля.

На рис. 3, а приведены зависимости нормированного значения критической плотности тока трубчатого электронного пучка от величины внешнего магнитного поля при  $\sigma = 0.25, 0.5$  и 0.75 (кривые 1, 2 и 3 соответственно). Кривые качественно схожи между собой: у каждой из них прослеживаются две различные характерные области изменения критической плотности тока пучка при увеличении магнитного поля, а также имеется оптимальное значение внешнего магнитного поля B<sub>min</sub>, при котором критическая плотность тока минимальна. В первой области, соответствующей величинам магнитного поля **B** < **B**<sub>min</sub>, наблюдается монотонное уменьшение критической плотности тока пучка при увеличении индукции В. Во второй области, при внешних магнитных полях **B** > **B**<sub>min</sub>, критическая плотность тока электронного пучка монотонно возрастает с увеличением магнитного поля, асимптотически приближаясь к постоянной величине [5]. Такое поведение зависимостей является результатом вышеописанной конкуренции двух различных типов динамики электронного пучка [21,22].

Так, при индукциях магнитного поля  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{min}$ , когда оно слабо фокусирует электроны пучка, в системе преобладает поперечная динамика в сторону боковой стенки пространства дрейфа. Такое поведение электронов приводит к распределению пространственного заряда пучка вдоль всего радиального направления (см. рис. 1, *c*) и является причиной уменьшения плотности пространственного заряда в области виртуального катода. Последнее приводит к увеличению необходимой плотности тока пучка (критической плотности тока) для достижения требуемой плотности заряда в пространстве



**Рис. 3.** Зависимости нормированной величины критической плотности тока трубчатого электронного пучка от величины **B** внешнего магнитного поля при  $\sigma = 0.25$ , 0.5 и 0.75 (рис. 3, *a*, кривые 1, 2 и 3 соответственно), а также зависимости нормированной величины критической плотности тока трубчатого электронного пучка от параметра  $\sigma$  при **B** = 0, 0.013 и 0.03 T (рис. 3, *a*, кривые 1, 2 и 3 соответственно). Нормировка осуществляется на величину критической плотности тока пучка при **B** = 0 и  $\sigma = 0.25$ .

взаимодействия для начала поворота и отражения частиц в пучке — формирования колеблющегося нестационарного виртуального катода.

Когда магнитное поле превышает оптимальное ( $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{\min}$ ), поперечная динамика частиц к боковой стенке пространства дрейфа практически ограничивается. Однако в системе появляются сильные нерегулярные пульсации пучка (см. рис. 1, *d*), которые приводят к существенному разбросу электронов по скоростям и, как следствие, снижают плотность пространственного заряда в области ВК из-за худшей группировки электронов. Поэтому при магнитных полях  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{\min}$  требуется некоторое незначительное увеличение плотности тока пучка для увеличения плотности пространственного заряда и образования в нем нестационарного ВК. Этот факт отражает небольшое возрастание критической плотности тока в области  $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{\min}$  на рис. 3, *a*. При магнитных полях  $\mathbf{B} \sim \mathbf{B}_{\min}$  в системе незначительны как поперечная динамика заряженных частиц к боковой стенке пространства дрейфа, так и пульсации, а поведение пучка определяется в основном продольной динамикой, что приводит к возникновению хорошо сформированного сгустка электронов в пространстве дрейфа (ВК) и, как следствие, к появлению минимума на зависимостях критической плотности тока пучка от величины внешнего магнитного поля. Введение в систему внешнего магнитного поля, равного по величине бриллюэновскому, также ограничивает любую поперечную динамику частиц в электронном потоке, поэтому можно предположить, что оптимальное магнитное поле определяется величиной бриллюэновского магнитного поля исследуемого пучка.

При сравнении кривых 1, 2 и 3 на рис. 3, a между собой становятся очевидными количественные различия между ними, связанные с влиянием геометрии трубчатого пучка на условия и механизмы формирования ВК. Для более детального анализа этих различий на рис. 3, b приведены зависимости нормированной величины критической плотности тока трубчатого электронного пучка от параметра  $\sigma$  при различных величинах магнитного поля.

Из рис. 3, b видно, что все три кривые, соответствующие различным внешним магнитным полям, демонстрируют аналогичное поведение. Каждая из кривых имеет оптимальный параметр  $\sigma_{\rm opt}$ , при котором величина критической плотности тока минимальна. Такое поведение кривых 1 и 2 можно объяснить следующим образом. При малых параметрах  $\sigma < \sigma_{opt}$ , что соответствует малому радиусу инжекции трубчатого пучка, динамика пространственного заряда за счет больших сил кулоновского расталкивания приводит к растяжению ВК вдоль всего радиального направления. Это является причиной уменьшения плотности пространственного заряда в области ВК, что, очевидно, приводит к уменьшению критической плотности тока пучка. При больших параметрах  $\sigma > \sigma_{\rm opt}$ , соответствующих большому радиусу инжекции электронного пучка, значительная часть пространственного заряда быстро уходит через боковую стенку пространства дрейфа, практически не участвуя в формировании ВК, так как внешнее магнитное поле  $\mathbf{B} < \mathbf{B}_{br}$  (кривая 1 на рис. 3, b) или  $\mathbf{B} \sim \mathbf{B}_{br}$  (кривая 2 на рис. 3, b) не может сгруппировать электронный пучок. Поэтому для образования нестационарного ВК в трубчатом пучке при больших параметрах  $\sigma$  необходима существенно большая критическая плотность тока по сравнению с плотностью тока при оптимальном параметре.

Кривая 3 на рис. 3, b, соответствующая внешнему магнитному полю, превышающему бриллюэновское, несколько отличается от кривых 1 и 2. Она имеет более короткую левую ветвь в области малых  $\sigma$  и более длинную правую — в области  $\sigma > \sigma_{opt}$ , а оптимальное значение параметра  $\sigma_{opt}$  сдвинуто в сторону меньших  $\sigma$  по отношению к случаю малых магнитных полей. Вследствие наличия внешнего магнитного поля



**Рис. 4.** Зависимости оптимальной величины магнитного поля трубчатого электронного пучка  $\mathbf{B}_{\min}$  (поля, при котором ограничивается расщепление пучка) (кривая 1) и бриллюэновского магнитного поля трубчатого пучка (кривая 2) от параметра  $\sigma$ .

 $\mathbf{B} > \mathbf{B}_{br}$ , сильно ограничивающего поперечную динамику пространственного заряда, только при очень малых параметрах  $\sigma$  возможно значительное растяжение ВК вдоль радиального направления за счет сильных пульсаций, приводящее к увеличению критической плотности тока. Это является причиной более быстрого, по сравнению с кривыми 2 и 3, достижения оптимального значения  $\sigma_{\rm opt}$  при увеличении радиуса пучка. Однако при дальнейшем увеличении параметра  $\sigma$ , когда он превышает оптимальное значение  $\sigma_{opt}$ , область максимальной плотности пространственного заряда (ВК) распределяется в поперечном направлении за счет действия сил кулоновского расталкивания. Это приводит к уменьшению плотности пространственного заряда в области ВК и к увеличению критической плотности тока, а следовательно, и к характерному виду правой ветви кривой 3 на рис. 3, b при  $\sigma > \sigma_{opt}$ .

На рис. 3, *а* прослеживается также характерная зависимость оптимального магнитного поля, при котором критическая плотность тока пучка минимальна, от параметра  $\sigma$ : с увеличением параметра  $\sigma$  величина оптимального магнитного поля уменьшается. Для более подробного исследования этого факта на рис. 4 (кривая *1*) приведена зависимость оптимального магнитного поля от параметра  $\sigma$ .

Напомним, что для трубчатого пучка оптимальное магнитное поле совпадает с величиной магнитного поля, при котором прекращается разделение трубчатого пучка на две части. Из рис. 4 следует, что с увеличением  $\sigma$  значение оптимального магнитного поля уменьшается, асимптотически приближаясь к постоянной величине. Такое поведение зависимости связано с тем, что с увеличением  $\sigma$  уменьшается значение магнитного поля, требуемого для ограничения поперечной динамики пространственного заряда по направлению к боковой стенке пространства дрейфа (оптимального магнитного поля), так как с увеличением  $\sigma$ , как уже отмечалось вы-

ше, уменьшается плотность и силы пространственного заряда в области ВК вследствие его растяжения вдоль радиальной оси и большого токооседания на боковой поверхности пространства дрейфа.

Для рассмотрения вопроса о соответствии бриллюэновского и оптимального магнитных полей на рис. 4 приведена также зависимость бриллюэновского магнитного поля трубчатого электронного потока, рассчитанного по формуле (11), от параметра пучка  $\sigma$  (кривая 2). Из рисунка следует, что кривые 1 и 2 ведут себя аналогичным образом, в частности величины бриллюэновского магнитного поля трубчатого электронного потока и оптимального магнитного поля монотонно уменьшаются с увеличением параметра  $\sigma$  и практически совпадают. Одинаковый характер поведения кривых 1 и 2 позволяет говорить о бриллюэновском магнитном поле как о величине, определяющей оптимальное магнитное поле электронного потока. Следовательно, оптимальные условия для формирования ВК создаются при обеспечении условий минимума расхождения потока в поперечном направлении и подавления пульсаций пучка, что достигается при магнитных полях, близких к бриллюэновскому.

## Заключение

В работе проведено исследование формирования и динамики ВК в трубчатом электронном потоке во внешнем магнитном поле. Обнаружено сильное влияние внешнего магнитного поля на механизмы формирования, конфигурацию и динамику ВК. Это объясняет зависимость различных характеристик генерации приборов на ВК от величины внешнего магнитного поля.

Обнаружено два качественно различных типа динамики ВК, причем преимущество того или иного типа определяется соотношением между величинами внешнего магнитного поля и бриллюэновского магнитного поля электронного потока. При магнитных полях, меньших бриллюэновского, в системе преобладает поперечная динамика по направлению к боковой стенке пространства дрейфа, а при больших — продольная динамика и пульсации пучка.

Обнаруженная конкуренция двух типов динамики приводит к характерной зависимости критической плотности тока трубчатого электронного потока от величины внешнего магнитного поля. При магнитных полях, меньших бриллюэновского, наблюдается монотонное уменьшение критической плотности тока пучка с увеличением индукции, а при больших — монотонный рост. Как следствие, имеется оптимальная величина магнитного поля, при которой критическая плотность тока пучка минимальна. При сравнении зависимости оптимальной величины внешнего магнитного поля трубчатого электронного потока от параметра  $\sigma$  с соответствующей зависимостью бриллюэновского магнитного поля было обнаружено их качественное и количественное соответствие. Анализ физических процессов показал, что

оптимальное магнитное поле определяется бриллюэновским полем, когда в электронном потоке ограничивается любая поперечная динамика и пульсации электронного потока, так что плотность пространственного заряда в области ВК оказывается максимальной, и ВК формируется при минимальном токе инжектируемого пучка.

На условия формирования и динамику ВК также оказывает сильное влияние геометрия пучка. Было обнаружено, что для любой величины внешнего магнитного поля существует оптимальный параметр  $\sigma$  радиуса трубчатого пучка, при котором критическая плотность тока минимальна. При оптимальном радиусе  $\sigma_{opt}$  и оптимальном магнитном поле **B**<sub>min</sub> возможно снижение стартового тока генератора на ВК более чем в 5 раз по сравнению с нулевым внешним магнитным полем.

Полученные в работе результаты могут иметь большое значение как для улучшения характеристик виркаторов, так и для задачи увеличения предельных вакуумных токов при транспортировке электронного пучка, что является существенным для многих приборов электроники больших мощностей.

Работа поддержана РФФИ (проект № 09-02-00255-а), Президентской программой поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-355.2008.2), программой поддержки молодых докторов наук (проект МД-448.2009.2), Аналитическая ведомственная целевая программа "Развитие научного потенциала высшей школы", а также ФНП "Династия".

#### Список литературы

- [1] Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перелыгин С.Ф., Фоменко Г.П. // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 6. С. 321.
- [2] Диденко А.Н., Жерлицын А.Г., Сулакшин А.С. и др. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. Вып. 24. С. 48.
- [3] Granatstein V.L., Alexeff I. High Power Microwave Sources. Artech House Microwave Library, 1987.
- [4] Дубинов А.Е., Селемир В.Д. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 6. С. 575.
- [5] Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003.
- [6] Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
- [7] Селемир В.Д., Алехин Б.В., Ватрунин В.Е., Дубинов А.Е., Степанов Н.В., Шамро О.А., Шибалко К.В. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 7, 8. С. 689.
- [8] Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. XLI. № 9. С. 1137.
- [9] Короновский А.А., Храмов А.Е. // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 8. С. 722.
- [10] Дубинов А.Е., Ефимова И.А., Корнилова И.Ю., Сайков С.К., Селемир В.Д., Тараканов В.П. // ФЭЧАЯ. 2004. Т. 35. № 2. С. 462.
- [11] Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е., Егоров Е.Н., Филатов Р.А. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. № 11. С. 1009.

- [12] Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Левин Ю.И., Храмов А.Е. // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51. № 11. С. 1.
- [13] Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 139.
- [14] Nikolov N.A., Kostov K.G., Spassovsky I.P., Spassov V.A. // Electronics Letters. 1988. Vol. 24. N 23. P. 1445.
- [15] Kostov K.G., Nikolov N.A., Spassovsky I.P., Spassov V.A. // Appl. Phys. Lett. 1992. Vol. 60. N 21. P. 2598.
- [16] Kostov K.G., Nikolov N.A., Spassov V.A. // Electronics Letters. 1993. Vol. 29. N 12. P. 1069.
- [17] Kostov K.G., Nikolov N.A. // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. N 4. P. 1034.
- [18] Kostov K.G., Youchev I.G., Nikolov N.A. // Electron Letters. 1999. Vol. 35. N 19. P. 1647.
- [19] Jiang W., Kitano H., Huang L., Masugata K., Yatsui K. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. Vol. 24. P. 187.
- [20] *Егоров Е.Н., Храмов А.Е. //* Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 8. С. 742.
- [21] *Морозов М.Ю., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2007. Т. 33. № 7. С. 610.
- [22] Hramov A.E., Koronovskii A.A., Morozov M., Mushtakov A.V. // Phys. Lett. A. 2008. Vol. 372. P. 876.
- [23] Рошаль А.С. Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.
- [24] Birdsall C.K., Langdon A.B. Plasma physics, via computer simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.
- [25] Алимовский И.В. Электронные пучки и электронные пушки. М.: Сов. радио, 1966.
- [26] *Tsimring S.E.* Electron beams and microwave vacuum electronics. N J: John Wiley and Sons, Inc. Hoboken, 2007.
- [27] Jiang W., Masugata K., Yatsui K. // Phys. Plasmas. 1995. Vol. 2. N 3. P. 982.
- [28] Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. РАН. Сер. физич. 2005. Т. 69. № 12. С. 1724.
- [29] Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. № 10.