02;09;10

Взаимодействие поверхностных электромагнитных волн с электронным пучком, движущимся вдоль границы раздела метаматериалов

© Ю.О. Аверков, А.В. Кац, В.М. Яковенко

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: yuaver@online.kharkiv.com

(Поступило в Редакцию 5 августа 2008 г. В окончательной редакции 10 декабря 2008 г.)

Теоретически исследовано возбуждение поверхностных поляритонов бесконечно тонким электронным пучком, распространяющимся в вакуумном зазоре между металлоподобной средой и искусственным диэлектриком с отрицательной магнитной проницаемостью. Получено дисперсионное уравнение возбуждаемых пучком волн для произвольной толщины зазора. Для бесконечно тонкого вакуумного зазора показана возможность возникновения абсолютной неустойчивости и вычислены соответствующие инкременты с учетом малых диссипативных потерь.

PACS: 41.60.Bq, 41.75.-i, 52.35.Fp

Введение

В последние годы большое внимание уделяется исследованию электродинамических свойств леворуких сред. Такое название они получили из-за того, что в этих средах направления векторов электрического и магнитного полей и направление волнового вектора образуют левую тройку векторов. Интерес к леворуким средам связан с тем, что в них могут наблюдаться такие необычные эффекты, как „обратные“ эффекты Допплера и Вавилова–Черенкова, отрицательные значения показателя преломления и др. Здесь термин „обратный“ означает изменение знака допплеровского смещения частоты на противоположный и противоположные направления распространения фазовой скорости и потока энергии волны в случае эффекта Вавилова–Черенкова.

В 1904 г. известный британский математик Г. Ламб на примере одномерной искусственной механической системы показал возможность существования волн с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями (см. [1] и цитированную там литературу). В том же году коллега Г. Ламба, профессор физики Манчестерского университета А. Шустер, указал на возможность существования электромагнитных волн с отрицательной групповой скоростью [2].

Л.И. Мандельштамом в 1944 г. в одной из лекций по теории колебаний, прочитанной на физическом факультете МГУ, была рассмотрена задача об отражении и преломлении плоской волны на плоскости раздела между двумя непоглощающими средами [3]. Им было показано, что если плоская волна падает из первой среды во вторую и имеет во второй среде отрицательную групповую скорость, то угол преломления этой волны будет равен $\pi-\phi$. Здесь ϕ — угол преломления плоской волны, имеющей положительную групповую скорость во второй среде. Это означает, что в плоскости падения волновые векторы падающей и преломленной волн будут расположены по одну сторону от нормали к границе раздела двух сред, если волна во второй среде имеет отрицательную групповую скорость. При этом фазовая скорость преломленной волны направлена в сторону границы раздела сред, а групповая — в противоположную сторону. Последнее обстоятельство связано с требованием оттока энергии от границы. В [3] подчеркивается, что такая ситуация полностью согласуется с законом преломления Снелля. В работе [4] Л.И. Мандельштамом указана возможность существования волн с отрицательной групповой скоростью в кристаллических решетках в оптической области спектра.

Д.В. Сивухиным в 1957 г. впервые было отмечено, что при одновременно отрицательных значениях диэлектрической ε и магнитной μ проницаемости фазовая и групповая скорости направлены противоположно [5]. Возбуждение электромагнитных волн с отрицательной групповой скоростью с помощью эффекта Вавилова–Черенкова в среде с одновременно отрицательными ε и μ впервые было рассмотрено В.Е. Пафомовым в 1959 г. [6]. В этой же работе В.Е. Пафомовым впервые была указана возможность возникновения обратного эффекта Допплера в области частот, для которой проекции волнового вектора и групповой скорости на направление движения источника излучения имеют разные знаки.

Искусственные кристаллы с отрицательным показателем преломления были рассмотрены Р.А. Силиным в конце 1950-х гг. и нашли применение в качестве замедляющих систем, например, в лампах обратной волны [7,8]. Возбуждение экситонных волн с отрицательной дисперсией и их трансформация в электромагнитные волны на границе диэлектрик-вакуум исследовалось в [9,10].

Особенности преломления волн с отрицательной групповой скоростью, указанные Л.И. Мандельштамом [3], могут приводить к нетривиальным эффектам фокусировки света. Например, в работе [11] отмечено, что линза, являющаяся собирающей (рассеивающей) в области частот, где $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$, становится рассеивающей (собирающей) в области частот, где $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$. Плоскопараллельная пластинка, изготовленная из леворукого материала с $\varepsilon = \mu = -1$ и помещенная в вакуум, будет фокусировать в точку изображение точечного источника, находящегося от пластины на расстоянии, меньшем ее толщины [11].

В конце 1990-х гг. интерес к леворуким средам значительно возрос после их практической реализации Дж. Пендри и Д. Смитом в виде чередующихся слоев, обладающих отрицательной ε и положительной μ, и слоев, обладающих положительной ε и отрицательной μ [12–14]. Этими же авторами было предложено электродинамическое описание полученных материалов, основанное на использовании эффективной диэлектрической и магнитной проницаемости. Для таких сред, например, следует использовать формулировку принципа Ферма через экстремум длины оптического пути [15]. Дисперсионные характеристики TM- и TE-волн, распространяющихся на границе раздела двух композитных сред, одна из которых имеет частотную дисперсию диэлектрической проницаемости, а другая — частотную дисперсию магнитной проницаемости, исследованы в работе [16].

В работе [17] исследовано излучение Вавилова–Черенкова электронным сгустком, движущимся в вакууме над повехностью леворукой среды. Показано, в частности, что поверхностные и объемные электромагнитные волны могут возбуждаться одновременно в одном и том же частотном диапазоне, а полный интегральный поток энергии поверхностных волн может быть отрицательным. Возможность описания электродинамики леворуких сред, основанного на учете зависимости от волнового вектора обобщенного диэлектрического тензора среды проанализирована в [18]. В работах [19,20] приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований отрицательного преломления электромагнитных волн с частотой в инфракрасной и оптической областях спектра метаматериалами, подобными по своей структуре тем, что были предложены в работах [12–14]. Подробные обзоры по истории создания метаматериалов с отрицательным показателем преломления, алгоритмам расчета их эффективных параметров и их электромагнитным свойствам приведены в работах [21,22].

Особенности распространения поверхностных волн вдоль леворуких интерфейсов исследованы в работах [23,24]. Примером леворукого интерфейса может служить двумерная граница раздела массивных образцов, один из которых обладает отрицательной диэлектрической проницаемостью, а другой — отрицательной магнитной проницаемостью. В [24] показано, что такие интерфейсы могут проявлять свойства двумерных леворуких сред для поверхностных волн. Эти волны характеризуются полным потоком энергии и групповой скоростью, антипараллельными фазовой скорости, и поэтому имеют отрицательный допплеровский сдвиг частоты, тупой черенковский угол и отрицательный показатель преломления.

С точки зрения практических приложений представляют интерес процессы возбуждения поверхностных электромагнитных волн с отрицательной групповой скоростью. Такие волны, например, можно возбудить при распространении электронного пучка в вакууме над поверхностью леворукой среды [25]. Возможность возбуждения объемных электромагнитных волн с отрицательной групповой скоростью за счет развития неустойчивости при прохождении двух параллельных электронных пучков через пластину из леворукого материала показана в [26]. В настоящей работе исследуется неустойчивость бесконечного тонкого электронного пучка, распространяющегося в вакуумном зазоре, разделяющем металлоподобную среду и искусственный диэлектрик. В предельном случае бесконечно тонкого вакуумного зазора исследуемая система представляет собой леворукий интерфейс, вдоль которого распространяется электронный пучок. Показано, в частности, что при определенных значениях характерных частот граничающих сред электронный пучок может возбуждать поверхностную TM-волну с интегральным потоком энергии, противоположным ее фазовой скорости. Возникновение абсолютной неустойчивости позволяет создавать на базе исследованной слоистой структуры генераторы высокочастотного излучения.

1. Дисперсионное уравнение возбуждаемых пучком волн

Рассмотрим трехслойную систему, состоящую из металлоподобной среды (среда 1) с диэлектрической и магнитной проницаемостью $\varepsilon_1 < 0$, $\mu_1 > 0$, вакуумного зазора толщиной h (среда 2) и искусственного диэлектрика (среда 3) с диэлектрической и магнитной проницаемостью $\varepsilon_3 > 0$, $\mu_3 < 0$. Ось z направим вдоль нормали к слоям таким образом, что среда 1 занимает область $z \leq -h/2$, а среда 3 — область $z \geq h/2$. За ось x выберем направление распространения бесконечно тонкого электронного пучка, движущегося в вакуумном зазоре в плоскости $z = 0$ со скоростью v_0. Выбранное приближение бесконечно тонкого электронного пучка оправдано тем, что длина возбуждаемых пучком волн λ значительно превышает его толщину d.

Рассмотрим взаимодействие пучка с полем TM-волны, распространяющейся вдоль оси x и имеющей компоненты $\mathbf{E}_l = (E_{xl}, 0, E_{zl})$, $\mathbf{H}_l = (0, H_{yl}, 0)$. Поля в средах 1 и 3 описываются уравнениями Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_l = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}_l}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_l = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}_l}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D}_l = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B}_l = 0, \tag{2}$$

где c — скорость света в вакууме, $\mathbf{D}_l$ и $\mathbf{B}_l$ — электрическая и магнитная индукция соответственно:

$$\mathbf{D}_l(\mathbf{r}, t) = \int\limits_{-\infty}^{t} dt'\, \varepsilon(t')\, \mathbf{E}_l(\mathbf{r}, t - t'), \tag{3}$$

$$\mathbf{B}_l(\mathbf{r},t)=\int\limits_{-\infty}^{t}dt'\,\mu(t')\,\mathbf{H}_l(\mathbf{r},t-t'),\qquad(4)$$

$l=1,3$.

Поля в пучке будем описывать уравнениями Максвелла совместно с линеаризованными уравнениями непрерывности и движения:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_2=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}_2}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(x,t)\delta(z),\quad \operatorname{rot}\mathbf{E}_2=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}_2}{\partial t},\qquad(5)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E}_2=4\pi en(x,t)\delta(z),\quad \operatorname{div}\mathbf{H}_2=0,\qquad(6)$$

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t}+n_0\frac{\partial v_x(x,t)}{\partial x}+v_0\frac{\partial n(x,t)}{\partial x}=0,\qquad(7)$$

$$\frac{\partial v_x(x,t)}{\partial t}+v_0\frac{\partial v_x(x,t)}{\partial x}=\frac{e}{m_0}E_{2x}(x,t;z=0),\qquad(8)$$

где e — заряд электрона, m_0 — масса свободного электрона, $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака, $\mathbf{j}(x,t)=(j_x,0,0)$ — переменная составляющая тока пучка:

$$j_x(x,t)=ev_0n(x,t)+en_0v_x(x,t),\qquad(9)$$

n — возмущенная концентрация электронов пучка, n_0 — равновесная концентрация электронов пучка. Заметим, что величину n_0 можно представить в виде $n_0=N_0d$, где N_0 — равновесная трехмерная концентрация электронов пучка, а d — толщина пучка.

Представим $n(x,t)$, $v_x(x,t)$ и поля излучения в следующем виде:

$$n(x,t)=n(q_x,\omega)\exp\big[i(q_xx-\omega t)\big],\qquad(10)$$

$$v_x(x,t)=v_x(q_x,\omega)\exp\big[i(q_xx-\omega t)\big],\qquad(11)$$

$$\mathbf{A}_l(x,z,t)=\mathbf{A}_l(q_x,\omega;z)\exp\big[i(q_xx-\omega t)\big],\qquad(12)$$

где $\mathbf{A}_l(q_x,\omega;z)$ — фурье-трансформанта поля излучения в среде с индексом l, $\mathbf{D}_l=\varepsilon_l(\omega)\mathbf{E}_l$, $\mathbf{B}_l=\mu_l(\omega)\mathbf{H}_l$. В средах с $l=1,3$ фурье-трансформанты полей излучения имеют вид:

$$H_{yl}(q_x,\omega;z)=H_{yl}^{(0)}(q_x,\omega)\exp(iq_{zl}z),\qquad(13)$$

$$E_{xl}(q_x,\omega;z)=\frac{c}{\omega\varepsilon_l(\omega)}q_{zl}H_{yl}(q_x,\omega;z),\qquad(14)$$

$$E_{zl}(q_x,\omega;z)=-\frac{cq_x}{\omega\varepsilon_l(\omega)}H_{yl}(q_x,\omega;z),\qquad(15)$$

где

$$q_{z1}=-i\sqrt{q_x^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1(\omega)\mu_1(\omega)},$$

$$q_{z3}=i\sqrt{q_x^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3(\omega)\mu_3(\omega)}.\qquad(16)$$

В областях $-h/2<z<0$ и $0<z<h/2$ фурье-трансформанта полей излучения представима в виде суперпозиции нарастающих и убывающих решений:

$$H_{y2}^{(k)}(q_x,\omega;z)=Q^{(k)}(q_x,\omega)\exp(iq_{z2}z)+R^{(k)}(q_x,\omega)\exp(-iq_{z2}z),\qquad(17)$$

$$E_{x2}^{(k)}(q_x,\omega;z)=\frac{cq_{z2}}{\omega}\big[Q^{(k)}(q_x,\omega)\exp(iq_{z2}z)-R^{(k)}(q_x,\omega)\exp(-iq_{z2}z)\big],\qquad(18)$$

$$E_{z2}^{(k)}(q_x,\omega;z)=-\frac{cq_x}{\omega}\big[Q^{(k)}(q_x,\omega)\exp(iq_{z2}z)+R^{(k)}(q_x,\omega)\exp(-iq_{z2}z)\big],\qquad(19)$$

где $k=1$ соответствует области $-h/2<z<0$, а $k=2$ — области $0<z<h/2$,

$$q_{z2}=i\sqrt{q_x^2-\frac{\omega^2}{c^2}}.\qquad(20)$$

Дисперсионное уравнение возбуждаемых пучком волн получается из граничных условий, выражающих непрерывность компонент E_x и H_y на границах $z=\pm h/2$, а также непрерывность компоненты E_x и скачок компоненты H_y в плоскости пучка. Этот скачок связан с наличием компоненты тока пучка j_x и записывается следующим образом:

$$H_{y2}^{(2)}(q_x,\omega;0)-H_{y2}^{(1)}(q_x,\omega;0)=-\frac{4\pi}{c}j_x(q_x,\omega),\qquad(21)$$

где

$$j_x(q_x,\omega)=\frac{ie^2n_0\omega}{m_0\Omega^2}E_{x2}^{(1)}(q_x,\omega;0),\qquad(22)$$

$\Omega=\omega-q_xv_0$. Воспользовавшись выражениями (13)–(22), из граничных условий получим следующее дисперсионное уравнение возбуждаемых пучком волн:

$$\frac{q_{z3}/\varepsilon_3(\omega)+q_{z2}}{q_{z3}/\varepsilon_3(\omega)-q_{z2}}\exp(-2i\varphi)-\frac{q_{z1}/\varepsilon_1(\omega)+q_{z2}}{q_{z1}/\varepsilon_1(\omega)-q_{z2}}\exp(2i\varphi)$$
$$=-\frac{i\omega_b^2q_{z2}d}{2\Omega^2}\left[1+\frac{q_{z1}/\varepsilon_1(\omega)+q_{z2}}{q_{z1}/\varepsilon_1(\omega)-q_{z2}}\exp(2i\varphi)\right]$$
$$\times\left[1+\frac{q_{z3}/\varepsilon_3(\omega)+q_{z2}}{q_{z3}/\varepsilon_3(\omega)-q_{z2}}\exp(-2i\varphi)\right],\qquad(23)$$

где $\varphi=q_{z2}h/2$, $\omega_b=\sqrt{4\pi e^2N_0/m_0}$ — ленгмюровская частота электронов пучка. Если толщина вакуумного зазора много меньше длины волны излучения, то можно положить $\varphi\to 0$. В этом случае уравнение (23) значительно упрощается и принимает вид:

$$(\omega-q_xv_0)^2\big[\varepsilon_3(\omega)q_{z1}-\varepsilon_1(\omega)q_{z3}\big]=-i\omega_b^2q_{z1}q_{z3}d.\qquad(24)$$

При анализе дисперсионного уравнения (24) будем полагать, что выполнено приближение электронного пучка малой плотности:

$$\omega_b^2\ll\omega_p^2,\qquad(25)$$

где ω_p — эффективная плазменная частота металлоподобной среды. Из (24) найдем инкремент пучковой неустойчивости, возникающей при выполнении условия резонанса между электронами пучка и поверхностными TM-волнами:

$$\omega_R=q_xv_0,\quad \Delta_{TM}(\omega_R)=0,\qquad(26)$$

где $\Delta_{TM}(\omega)=\varepsilon_3(\omega)q_{z1}-\varepsilon_1(\omega)q_{z3}$. Заметим, что условие резонанса (26) соответствует одночастичному эффекту

Вавилова–Черенкова [27]. Представим частоту в малой окрестности резонанса в виде:

$$\omega = \omega_R + \delta\omega, \qquad |\delta\omega| \ll \omega_R. \tag{27}$$

Будем полагать, что μ_1 и ε_3 не зависят от частоты. Подставив (27) в (24), получим следующее уравнение относительно поправки к частоте $\delta\omega$:

$$(\delta\omega)^3 = \frac{2\omega_b^2 c^2 \xi_1^2 \xi_3^2 d}{\Lambda_{TM}}, \tag{28}$$

где $\xi_1 = iq_{z1}$, $\xi_3 = -iq_{z3}$,

$$\Lambda_{TM} = 2c^2 \xi_1 \xi_3^2 \frac{d\varepsilon_1(\omega)}{d\omega} - \varepsilon_3 \mu_1 \xi_3 \frac{d[\omega^2 \varepsilon_1(\omega)]}{d\omega} - \varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3 \xi_1 \frac{d[\omega^2 \mu_3(\omega)]}{d\omega}. \tag{29}$$

Заметим, что в отсутствие диссипативных потерь величины ξ_1, ξ_3 и правая часть уравнения (28) являются вещественными. Инкрементом неустойчивости (без учета диссипативных потерь в средах 1 и 3) будет являться один из трех корней этого уравнения, имеющий положительную мнимую часть:

$$\gamma_0 = \mathrm{Im}\left\{\left(\frac{2\omega_b^2 c^2 \xi_1^2 \xi_3^2 d}{\Lambda_{TM}}\right)^{1/3}\right\} > 0. \tag{30}$$

В частном случае $c \to \infty$ пучок будет взаимодействовать с поверхностными плазмонами с частотой $\omega_{\text{sp}} = \omega_p/\sqrt{1+\varepsilon_3}$, а выражение для бездиссипативного инкремента примет вид:

$$\gamma_0^{\text{inf}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\frac{\omega_b^2 \omega_p q_x d}{2(1+\varepsilon_3)^{3/2}}\right]^{1/3}. \tag{31}$$

При наличии диссипативных потерь с эффективными частотами ν, большими или порядка бездиссипативного инкремента, формула (30) становится неприменимой. В этом случае выражение для инкремента в условиях резонанса

$$\omega_R = q_x v_0, \quad \mathrm{Re}\{\Delta_{TM}(\omega_R)\} = 0 \tag{32}$$

следует записывать в виде:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathrm{Im}\left\{\left[\frac{\omega_b^2 \varepsilon_3 \xi_1'^2 d}{|\varepsilon_1(\omega_R)|\Delta_{TM}''(\omega_R)}\right]^{1/2}\right\} > 0, \tag{33}$$

где $\xi_l' = \mathrm{Re}\{\xi_l\}$, $\Delta_{TM}'' = \mathrm{Im}\{\Delta_{TM}\}$. При $c \to \infty$ выражение (33) принимает вид:

$$\gamma^{\text{inf}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\omega_b^2 \omega_p q_x d}{\nu(1+\varepsilon_3)^{3/2}}\right]^{1/2}. \tag{34}$$

Отметим, что при $\mathbf{q} \parallel \mathbf{v}_0$ поверхностные TE-волны пучком не возбуждаются. Дело в том, что при $\mathbf{q} \parallel \mathbf{v}_0$ переменная составляющая тока пучка $j_y(q_x, \omega)$, определяющая скачок компоненты поля H_x^{TE} при $z = 0$, не зависит от допплер-смещенной частоты Ω:

$$j_y(q_x, \omega) = \frac{ie^2 n_0}{m_0 \omega} E_{y2}^{TE}(q_x, \omega; 0). \tag{35}$$

Следовательно, дисперсионное уравнение поверхностных TE-волн, получающееся из условия непрерывности компоненты E_y^{TE} и скачка компоненты H_x^{TE} при $z = 0$ (для $\varphi \to 0$), также не будет содержать частоты Ω. Физически это означает отсутствие пучковой неустойчивости для поверхностной TE-волны.

2. Потоки энергии

Найдем потоки энергии поверхностных волн в отсутсвие электронного пучка, воспользовавшись известным выражением для вектора Пойнтинга:

$$\langle \mathbf{S}_l \rangle = \frac{c}{8\pi}\,\mathrm{Re}[\mathbf{E}_l, \mathbf{H}_l^*], \tag{36}$$

где угловые скобки означают усреднение по периоду колебаний поля. Для рассмотренного выше случая тонкого вакуумного зазора ($\varphi \to 0$) результирующий интегральный поток энергии в средах 1 и 3 будет направлен вдоль оси x:

$$\Pi = \int\limits_{-\infty}^{0} \langle S_{x1} \rangle dz + \int\limits_{0}^{\infty} \langle S_{x3} \rangle dz = \frac{c^2 q_x}{16\pi\omega}\left[\frac{1}{\varepsilon_1(\omega)\xi_1} + \frac{1}{\varepsilon_3 \xi_3}\right] |H_y^{(0)}|^2, \tag{37}$$

так как в силу непрерывности компоненты поля H_y (в отсутствие пучка) имеем при $z = 0$: $H_{y1}^{(0)} = H_{y3}^{(0)} = H_y^{(0)}$. В пренебрежении малыми диссипативными потерями потоки энергии $\langle S_{zl} \rangle$ отсутствуют. Из (37) следует, что $\Pi < 0$ при

$$-\varepsilon_1(\omega)\xi_1 < \varepsilon_3 \xi_3. \tag{38}$$

Найдем соотношения для $\varepsilon_1(\omega) < 0$, $\mu_1 > 0$, и $\varepsilon_3 > 0$, $\mu_3(\omega) < 0$, обеспечивающие выполнение условия (38). Для этого запишем решение дисперсионного уравнения $\Delta_{TM}(\omega) = 0$ в виде:

$$q_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3\,\frac{\mu_1\varepsilon_3 - \varepsilon_1(\omega)\mu_3(\omega)}{\varepsilon_3^2 - \varepsilon_1(\omega)^2}. \tag{39}$$

Подставив (39) в определения величин ξ_1 и ξ_3, условие (38) запишем в виде:

$$\varepsilon_1^2(\omega) < \varepsilon_3^2. \tag{40}$$

Если условие (40) совместить с требованиями положительности величин ξ_1^2, ξ_3^2 и q_x^2, то получим, что $\Pi < 0$ при

$$-\varepsilon_1(\omega) < \varepsilon_3, \quad -\mu_3(\omega) > -\mu_1\,\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1(\omega)} \tag{41}$$

и $\Pi > 0$ при

$$-\varepsilon_1(\omega) > \varepsilon_3, \quad -\mu_3(\omega) < -\mu_1 \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1(\omega)}. \tag{42}$$

Проанализируем уравнение (39), задав конкретный вид зависимости для $\varepsilon_1(\omega)$ и $\mu_3(\omega)$ [12–14]:

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\Gamma_1)}, \; \mu_3(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma_3}, \tag{43}$$

где ω_0 — резонансная частота магнитной проницаемости искусственного магнетика, $F < 1$ — геометрический форм-фактор, Γ_1, Γ_3 — эффективные частоты диссипативных потерь. Пренебрегая Γ_1 и Γ_3 ввиду их малости по сравнению с ω_p и ω_0, найдем значения критической частоты, при которых выполняется равенство:

$$\varepsilon_1(\omega)\mu_3(\omega) - \mu_1\varepsilon_3 = 0. \tag{44}$$

В дальнейшем будем использовать следующие безразмерные величины:

$$\bar{\omega} = \omega/\omega_p, \quad \bar{q} = q_x c/\omega_p. \tag{45}$$

Подстановка выражений (43) в уравнение (44) приводит к квадратичному уравнению относительно нормированной частоты $\bar{\omega}$, решение которого имеет вид:

$$\bar{\omega}^2_{(\pm)} = \frac{f_1 \pm \sqrt{f_1^2 - 4\alpha^2 f_2}}{2f_2}, \tag{46}$$

$$f_1 = 1 - F + \alpha^2(1 - \mu_1\varepsilon_3),$$

$$f_2 = 1 - F - \mu_1\varepsilon_3, \quad \alpha = \omega_0/\omega_p.$$

Пусть $\alpha < 1$ и $\mu_1\varepsilon_3 \geq 1$, тогда при

$$\alpha > \alpha_0 = \frac{\mu_1 + 1 - F}{(1 + \mu_1)(1 + \varepsilon_3)} \tag{47}$$

будут выполняться условия (41) для $\Pi < 0$ и, следовательно, в области частот, где $\varepsilon_1(\omega) < 0$, $\mu_3(\omega) < 0$, групповая скорость поверхностных волн также будет отрицательной.

Найдем потоки энергии электромагнитных волн в присутствии электронного пучка с учетом конечной толщины вакуумного зазора. В этом случае полный интегральный поток энергии можно представить в виде:

$$\Pi_\Sigma = \Pi_1 + \Pi_3 + \Pi_{\text{gap}}, \tag{48}$$

где

$$\Pi_1 = \int\limits_{-\infty}^{-h/2} \langle S_{x1} \rangle dz, \quad \Pi_3 = \int\limits_{h/2}^{\infty} \langle S_{x3} \rangle dz,$$

$$\Pi_{\text{gap}} = \int\limits_{-h/2}^{0} \langle S_{x2}^{(1)} \rangle dz + \int\limits_{0}^{h/2} \langle S_{x2}^{(2)} \rangle dz. \tag{49}$$

Так же как и выше, будем пренебрегать малыми диссипативными потерями. Магнитные поля в области вакуумного зазора описываются следующими выражениями:

$$H_{y2}^{(1)}(q_x, \omega; z) = \frac{H_{y1}^{(0)}(q_x, \omega) \exp(-iq_{z1}h/2)}{\varepsilon_1(\omega) q_{z2}}$$
$$\times \left[iq_{z1} \sin(q_{z2}z + \varphi) + \varepsilon_1(\omega) q_{z2} \cos(q_{z2}z + \varphi) \right], \tag{50}$$

$$H_{y2}^{(2)}(q_x, \omega; z) = \frac{H_{y3}^{(0)}(q_x, \omega) \exp(iq_{z3}h/2)}{\varepsilon_3(\omega) q_{z2}}$$
$$\times \left[iq_{z3} \sin(q_{z2}z - \varphi) + \varepsilon_3(\omega) q_{z2} \cos(q_{z2}z - \varphi) \right]. \tag{51}$$

Связь между амплитудами $H_{y1}^{(0)}(q_x, \omega)$ и $H_{y3}^{(0)}(q_x, \omega)$ определяется граничным условием (21). Рассмотрим случай тонкого вакуумного зазора, положив $\varphi \ll 1$. Подставив (50), (51) в выражения для интегральных потоков энергии (49) и выполнив разложения по малому параметру φ, получим

$$\Pi_1 + \Pi_3 = \frac{c^2}{16\pi} |H_{y1}^{(0)}(q_x, \omega)|^2 \operatorname{Re}\left\{ -\frac{q_x}{\omega\varepsilon_1(\omega) q''_{z1}} \right.$$
$$+ \frac{q_x}{\omega\varepsilon_3(\omega) q''_{z3}} |1 + \eta_0|^2 - h \frac{q_x}{\omega\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3(\omega)}$$
$$\left. \times \left[\varepsilon_3(\omega) - \varepsilon_1(\omega) \frac{q''_{z1}}{q''_{z3}} |1 + \eta_0|^2 + F_1(q_x, \omega) \right] \right\}$$
$$\times \exp(2 \operatorname{Im}\{\omega\} t) + O[h^2 (q''_{z2})^2], \tag{52}$$

$$F_1(q_x, \omega) = -\frac{\varepsilon_1(\omega)}{q''_{z2}} \operatorname{Re}\left\{ \frac{i(1 + \eta_0^*)}{\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3(\omega)} F_2(q_x, \omega) \right\}, \tag{53}$$

$$F_2(q_x, \omega) = \varepsilon_3(\omega) q_{z1} + \varepsilon_1(\omega) q_{z3}$$
$$+ \eta_0 \varepsilon_1(\omega) \left[q_{z3} + \frac{\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3(\omega) q_{z2}^2}{q_{z1}} \right], \tag{54}$$

$$\Pi_{\text{gap}} = \frac{c^2}{16\pi} h |H_{y1}^{(0)}(q_x, \omega)|^2 \operatorname{Re}\left\{ \frac{q_x}{\omega} \left(1 + |1 + \eta_0|^2\right) \right\}$$
$$\times \exp\left(2 \operatorname{Im}\{\omega\} t\right) + O\left[h^2 (q''_{z2})^2\right], \tag{55}$$

где $q'_{zl} = \operatorname{Re}\{q_{zl}\}$, $q''_{zl} = \operatorname{Im}\{q_{zl}\}$,

$$\eta_0 = \frac{-i\omega_b^2 q_{z1} d}{\varepsilon_1(\omega)\Omega^2}. \tag{56}$$

Безразмерный параметр η_0 описывает вклад пучка в амплитуды магнитных полей возбуждаемых волн. Если $\eta_0 = 0$ и $h \to 0$, то выражение (52) принимает вид (37). Заметим, что в параметр η_0 входит величина $\Omega = \omega - q_x v_0$. В условиях резонанса (26) она будет комплексной (даже при отсутствии диссипативных потерь) и равна $\Omega = \delta\omega$, где $\delta\omega$ является одним из трех корней уравнения (28). Для численных оценок параметров, входящих в выражения (52) и (55), выберем следующие параметры пучка и сред: $N_0 = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-3}$ $(\omega_b \approx 1.8 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1})$, $d = h = 10^{-4}\,\mathrm{m}$, $\beta = \upsilon_0/c = 0.1$ и $\omega_0 = 5 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_p \approx 7.58 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ $(\alpha = 0.66)$, $F = 0.56$, $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$. Заметим, что $\omega_b^2/\omega_p^2 \approx 0.1$ и выбранное выше приближение пучка малой плотности (25) выполняется. Будем рассматривать область резонанса (26) при выполнении условий (41). Для указанных параметров системы интегральный поток энергии в области зазора будет приблизительно на порядок меньше по величине, чем интегральный поток энергии в средах 1 и 3. При этом в самом выражении для $\Pi_1 + \Pi_3$ член порядка $O(hq''_{z2})$ будет во столько же раз меньше первых двух. Если положить $d = h = 10^{-5}\,\mathrm{m}$ при неизменных значениях остальных параметров системы, то величины порядка $O(hq''_{z2})$ в полном интегральном потоке энергии будут более чем в 40 раз меньше первых двух членов в выражении (52). Для неустойчивого решения уравнения (28), когда $\mathrm{Im}\{\delta\omega\} > 0$, интегральный поток энергии $\Pi_1 + \Pi_3$ будет отрицательным. Это означает возможность резонансного возбуждения поверхностных волн с отрицательным полным интегральным потоком энергии тонким электронным пучком, распространяющимся вдоль леворукого интерфейса. Заметим, что при рассмотрении двух электронных пучков, движущихся в вакуумном зазоре в одном и том же направлении, неустойчивость будет подобна той, что описана в работе [26].

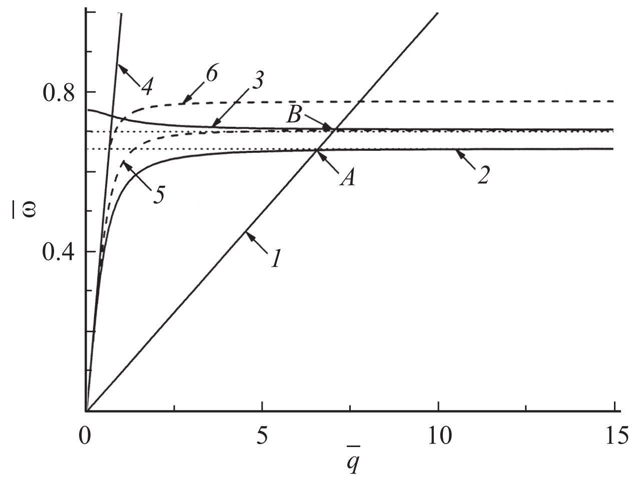

Рис. 1. Дисперсионные кривые пучковой (кривая *1*) и поверхностных волн (кривые *2, 3*) в отсутствие взаимодействия между ними и без учета диссипативных потерь. Кривая *4* соответствует световой линии. Дисперсионная кривая *5* соответствует поверхностной TM-волне, распространяющейся вдоль границы среды 1 с вакуумом. Дисперсионная кривая *6* соответствует поверхностной TE-волне, распространяющейся вдоль границы среды 3 с вакуумом. Точки A и B указывают на области резонансного взаимодействия пучка с поверхностными волнами. Дисперсионные кривые построены по формуле (24) при следующих значениях параметров: $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$, $\alpha = 0.66$ $(\alpha_0 = 0.6)$, $F = 0.56$, $\beta = \upsilon_0/c = 0.1$.

3. Дисперсионные кривые

На рис. 1 показаны дисперсионные кривые пучковой (кривая *1*) и поверхностных волн (кривые *2, 3*) в отсутствие взаимодействия между ними и без учета диссипативных потерь. Кривая *4* соответствует световой линии. Приведенные на рис. 1 кривые построены по формуле (24) при следующих значениях параметров: $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$, $\alpha = 0.66$ $(\alpha_0 = 0.6)$, $F = 0.56$, $\beta = 0.1$. Из рис. 1 видно, что в отсутствие взаимодействия с пучком поверхностным TM-волнам соответствуют две дисперсионные ветви (кривые *2, 3*). Ветвь *2* существует в интервале значений частоты, где $\varepsilon_1(\omega) < 0$, $\mu_3(\omega) > 0$ и при $\bar{q} \to \infty$ асимптотически приближается к резонансной частоте магнитной проницаемости $\bar{\omega} \to \alpha$. Ветвь *3* существует в интервале частот, где $\varepsilon_1(\omega) < 0$, $\mu_3(\omega) < 0$ и при $\bar{q} \to \infty$ асимптотически приближается к частоте поверхностного плазмона $\bar{\omega}_{\mathrm{sp}} \to 1/\sqrt{1+\varepsilon_3} = 1/\sqrt{2}$. Началу ветви *3* (при $\bar{q} = 0$) соответствует частота $\bar{\omega}_{(-)} \approx 0.756$. Отрицательный характер дисперсии поверхностных волн, соответствующих ветви *3*, указывает на возможность возникновения абсолютной неустойчивости при взаимодействии этих волн с электронным пучком. Для сравнения на этом же рисунке показаны „затравочные“ дисперсионные кривые TM-волн (кривая *5*) и TE-волн (кривая *6*), распространяющихся на границах раздела двух полубесконечных сред. Кривая *5* описывает поверхностные TM-волны, распространяющиеся вдоль границы раздела среды 1 с вакуумом при $\mu_1 = 1$ и существует в области частот, где $\varepsilon_1(\omega) < 0$. При $\bar{q} \to \infty$ дисперсионная кривая *5* асимптотически приближается к частоте поверхностного плазмона: $\omega \to \bar{\omega}_{\mathrm{sp}}$. Кривая *6* описывает поверхностные TE-волны, распространяющиеся вдоль границы раздела среды 3 с вакуумом при $\varepsilon_3 = 1$ и существует в области частот, где $\mu_3(\omega) < 0$. Начало кривой *6* находится на световой линии при $\bar{\omega} = \alpha$. При $\bar{q} \to \infty$ дисперсионная кривая *6* асимптотически приближается к частоте $\bar{\omega} \to \alpha/\sqrt{1-F/2}$, при которой $\mu_2(\omega) \to -1-0$. Из рис. 1 видно, что дисперсионные кривые *2* и *3* являются результатом гибридизации мод *5* и *6* за счет возникновения связи между ними при непосредственном контакте двух сред с $\varepsilon_1(\omega) < 0$ и $\mu_3(\omega) < 0$.

Для указанных выше частотных зависимостей $\varepsilon_1(\omega)$ и $\mu_3(\omega)$ в условиях резонанса (26) выражение для инкремента (30) можно записать отдельно для резонансных областей A и B. Для области A при

$$\beta,\ \frac{\omega_R}{q_x c} \ll 1, \quad \beta^2\mu_3^2(\omega_R) \gg 1 \tag{57}$$

получаем

$$\gamma_0^{(A)} \approx \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\frac{\omega_R\omega_b^2 q_x F\varepsilon_3 d}{\beta^2\varepsilon_1^3(\omega_R)\mu_3^2(\omega_R)}\right]^{1/3}. \tag{58}$$

Для области B при

$$\beta,\ \frac{\omega_R}{q_x c} \ll 1, \quad \beta^2 \mu_3^2(\omega_R) \ll 1 \tag{59}$$

имеем

$$\gamma_0^{(B)} \approx \gamma_0^{\text{inf}}. \tag{60}$$

Условие для $\mu_3(\omega_R)$ в (59) можно переписать в виде условия для параметра α:

$$1 - \alpha^2(1 + \varepsilon_3) \gg F\beta^2. \tag{61}$$

Из (58) следует, что чем сильнее замедление возбуждаемой пучком волны, соответствующей низкочастотной ветви спектра, тем больше значение $\mu_3(\omega_R)$ и тем меньше инкремент. Это объясняется тем, что частота этой волны находится вблизи резонансной частоты магнитной проницаемости $\mu_3(\omega)$. Из (59) и (60) следует, что чем сильнее замедление волны, соответствующей высокочастотной ветви спектра, тем ее частота ближе к частоте поверхностного плазмона, и поэтому бездиссипативный инкремент практически равен γ_0^{inf}. Здесь необходимо отметить, что такая оценка для $\gamma_0^{(B)}$ справедлива, если частота поверхностного плазмона достаточно удалена от резонансной частоты магнитной проницаемости. Это требование и выражает условие $\beta^2\mu_3^2(\omega_R) \ll 1$ (либо эквивалентное ему условие (61)).

Оценим безразмерные бездиссипативные инкременты $\bar{\gamma}_0 = \gamma_0/\omega_p$ для указанных в предыдущем разделе параметров системы при $d = h = 10^{-4}$ m. Для малой окрестности точки пересечения A получаем $\bar{\gamma}_{01} \approx 1.7 \cdot 10^{-2}$, а для малой окрестности точки пересечения точки B — $\bar{\gamma}_{02} \approx 5 \cdot 10^{-2}$. Сравнение бездиссипативных инкрементов показывает, что наиболее эффективно будут возбуждаться колебания, обусловленные эффектом Вавилова–Черенкова на волне с отрицательной дисперсией.

На рис. 2 показаны дисперсионные кривые возбуждаемых пучком волн без учета малых диссипативных потерь для $N_0 = 10^{15}\,\text{m}^{-3}$ $(\omega_b \approx 1.8 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1})$, $d = h = 10^{-4}$ m, $\beta = 0.1$, $\omega_0 = 5 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$, $\omega_p \approx 7.58 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$ $(\alpha = 0.66)$, $F = 0.56$, $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$. По оси абсцисс отложены величины $\bar{q}' = \text{Re}\{\bar{q}\}$. Из рис. 2 видно, что взаимодействие с пучком приводит к расщеплению дисперсионных кривых в окрестности их точек пересечения A и B. Подробная структура такого расщепления показана на вставке к рис. 2. Участкам дисперсионных кривых 7 и 8 соответствуют волны с $\text{Im}\{\bar{q}\} \neq 0$.

Дисперсионные кривые возбуждаемых пучком волн при учете малых диссипативных потерь показаны на рис. 3 для указанных выше параметров граничащих сред и пучка при $\bar{\Gamma} = \Gamma_1/\omega_p = \Gamma_3/\omega_p = 0.01$, 0.05, 0.1. Значению $\bar{\Gamma} = 0.01$ соответствуют дисперсионные кривые *2, 3* и *4, 5*. Причем дисперсионные кривые *2* и *3* совпадают с соответствующими кривыми поверхностных волн при отсутствии взаимодействия с пучком. Видно, что дисперсионные кривые *2* и *3* непосредственно не пересекаются

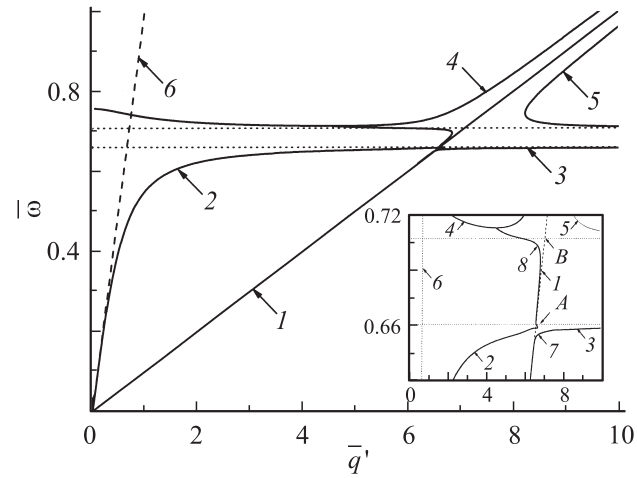

Рис. 2. Дисперсионные кривые возбуждаемых пучком волн без учета малых диссипативных потерь. Кривая *1* соответствует пучку. Кривые *2–5* соответствуют связанным поверхностным волнам. Кривая *6* соответствует световой линии. На вставке к рисунку показана подробная структура расщепления дисперсионных кривых. Участкам дисперсионных кривых *7* и *8* соответствуют волны с $\text{Im}\{\bar{q}\} \neq 0$. Дисперсионные кривые построены по формуле (24) при следующих значениях параметров: $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$, $N_0 = 10^{15}\,\text{m}^{-3}$ $(\omega_b \approx 1.8 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1})$, $d = h = 10^{-4}\,\text{m}$, $\beta = 0.1$, $\omega_0 = 5 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$, $\omega_p \approx 7.58 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$ $(\alpha = 0.66)$, $F = 0.56$.

с дисперсионной кривой пучка *1*. Это связано с тем, что при учете конечных диссипативных потерь в спектре поверхностных волн появляются точки поворота C и D,

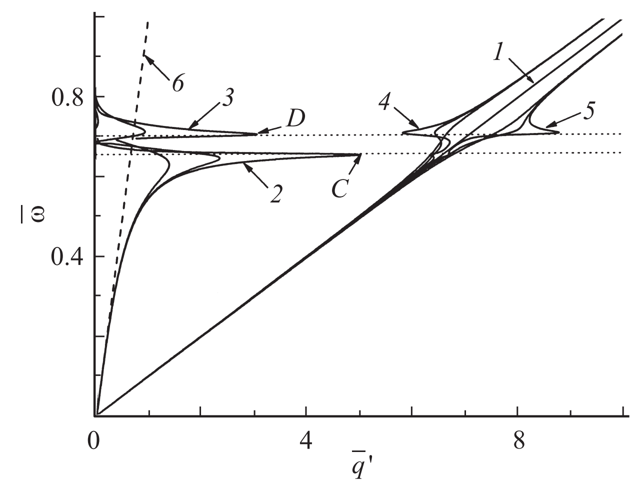

Рис. 3. Дисперсионные кривые возбуждаемых пучком волн при учете малых диссипативных потерь для ряда значений $\bar{\Gamma}$. Дисперсионные кривые построены по формуле (24) при следующих значениях параметров: $\mu_1 = \varepsilon_3 = 1$, $N_0 = 10^{15}\,\text{m}^{-3}$ $(\omega_b \approx 1.8 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1})$, $d = h = 10^{-4}\,\text{m}$, $\beta = 0.1$, $\omega_0 = 5 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$, $\omega_p \approx 7.58 \cdot 10^9\,\text{s}^{-1}$ $(\alpha = 0.66)$, $F = 0.56$, $\bar{\Gamma} = \Gamma_1/\omega_p = \Gamma_3/\omega_p = 0.01$, 0.05, 0.1. Кривая *1* соответствует пучку. Кривым *2–5* соответствует значение $\bar{\Gamma} = 0.01$. Кривая *6* соответствует световой линии. Через C и D обозначены точки поворота спектра.

лежащие левее кривой *1*. Тем не менее взаимодействие пучка с такими поверхностными волнами происходит, и возникают связанные волны, соответствующие дисперсионным кривым *4* и *5*. Из рис. 3 видно, что область наиболее сильного взаимодействия поверхностных волн с пучком соответствует малой окрестности точки пересечения B на рис. 1. С ростом $\bar{\Gamma}$ точки поворота спектра C и D смещаются влево от световой линии, а протяженность участков отрицательной дисперсии на кривых *4* и *5* уменьшается. Здесь следует отметить, что при наличии конечных диссипативных потерь рассматриваемые волны перестают быть чисто поверхностными, так как возникает малый, но конечный поток энергии в направлении нормали к границам раздела сред.

Оценим величину инкремента неустойчивости в окрестности точки пересечения кривых B при учете малых потерь. В условиях резонанса (32) выражение для инкремента (33) с учетом зависимостей (43) записывается в виде:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\omega_b}{\omega_p}\left[1-\beta^2\,\mathrm{Re}\{\varepsilon_1(\omega_R)\}\mu_1\right]^{3/4}\left(\frac{\omega_R^5 q_x d}{\nu\Lambda_\nu}\right)^{1/2}, \tag{62}$$

$$\Lambda_\nu = \omega_R^2 + \frac{\beta^2}{2}(\omega_p^2-\omega_R^2)\left[\mu_1 + \frac{F\omega_R^2}{\varepsilon_3\omega_p^2}\left(\frac{\omega_p^2-\omega_R^2}{\omega_0^2-\omega_R^2}\right)^2\right]. \tag{63}$$

Подставив в (62) приведенные выше параметры сред и пучка для $\bar{\Gamma} = 0.1 > \gamma_0/\omega_p \approx 5\cdot 10^{-2}$, получим:

$$\gamma^{(B)}/\omega_p \approx 4\cdot 10^{-2} < \gamma_0^{(B)}/\omega_p.$$

Соответствующее значение для инкремента в окрестности точки A равно: $\gamma^{(A)}/\omega_p \approx 10^{-2}$. Следовательно, даже при учете диссипативных потерь быстрее всего развивается неустойчивость, связанная с взаимодействием пучка с волнами высокочастотной ветви спектра, характеризующихся отрицательной дисперсией. Несмотря на то что $\gamma^{(A)}/\omega_p$, $\gamma^{(B)}/\omega_p < \bar{\Gamma}$, соответствующие неустойчивости будут развиваться до тех пор, пока тепловой разброс скоростей в пучке Δv меньше некоторого критического [28]:

$$\frac{\Delta v}{v_0} < \frac{\gamma_0}{\omega_p}. \tag{64}$$

Заметим, что условие (64) является одновременно критерием применимости гидродинамического приближения для описания электронного пучка.

Следует отметить, что рассмотренная выше трехслойная структура с искусственным диэлектриком позволяет получать бо́льшие замедления поверхностных волн по сравнению с аналогичной структурой, где вместо искусственного диэлектрика используется обычный диэлектрик с тем же значением диэлектрической проницаемости ε_3 и $\mu_3 = 1$. В структуре с искусственным диэлектриком замедления поверхностных волн получаются на частотах ω_0 и ω_{sp}. Если эти частоты достаточно близки друг к другу, то замедление поверхностных волн на частоте ω_{sp} может быть бо́льшим, чем в аналогичной структуре с обычным диэлектриком. Условие близости частот ω_0 и ω_{sp} может быть записано в виде:

$$1-\alpha^2(1+\varepsilon_3) \ll \frac{v}{\omega_p}(1+\varepsilon_3). \tag{65}$$

Например, для структуры с искусственным диэлектриком с $\varepsilon_3 = 2$, $\mu_1 = 1$, $\Gamma/\omega_p = 0.01$, $\alpha = 0.577 > \alpha_0 = 0.24$, $\omega_0 = 5\cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ в точках поворота спектра высокочастотной и низкочастотной ветвей получаем $v_{\mathrm{ph}}/c \approx 0.05$ (где $v_{\mathrm{ph}} = \omega/q$ — фазовая скорость поверхностных волн). Для структуры с обычным диэлектриком с $\varepsilon_3 = 2$, $\mu_3 = 1$, $\mu_1 = 1$, $\Gamma/\omega_p = 0.01$ при тех же частотах ω_p и Γ в точке поворота спектра единственной, низкочастотной ветви имеем $v_{\mathrm{ph}}/c \approx 0.14$.

Рассмотренный выше эффект возбуждения поверхностных волн с отрицательной групповой скоростью и с отрицательным полным интегральным потоком энергии могут возникать в аналогичных трехслойных структурах с эффективными частотами в терагерцовой области спектра. Численные оценки, проведенные с помощью формул (52) и (55), показывают, что $\Pi_1 + \Pi_3$ будет отрицательным и приблизительно на порядок бо́льшим по величине, чем Π_{gap} при $d \leq h \ll 10^{-6}\,\mathrm{m}$ и $N_0 = 10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$ ($\omega_b \approx 1.8\cdot 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$), $\omega_0 = 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_p \approx 1.52\cdot 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ ($\alpha = 0.66$), $\varepsilon_3 = \mu_1 = 1$. При этом $\gamma_0^{(B)}/\omega_p \ll 10^{-2}$.

4. Потенциальные волны

Покажем, что в исследуемой нами системе могут возбуждаться волны, распространяющиеся под углом к скорости пучка. Так же как и выше, будем считать толщину пучка много меньшей длины волны ($d \ll \lambda$). Рассмотрим потенциальное приближение, положив $c \to \infty$. В этом приближении поля будут описываться уравнениями электростатики:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H}_l = 0, \quad \mathrm{rot}\,\mathbf{E}_l = 0, \tag{66}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{D}_l = 0, \quad \mathrm{div}\,\mathbf{B}_l = 0. \tag{67}$$

Выразим поля через электростатические потенциалы:

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{r},t) = -\nabla\Phi_l(\mathbf{r},t), \tag{68}$$

где $l = 1, 3$ и

$$\Phi_1(\mathbf{r},t) = \Phi_1^{(0)}\exp(q_\parallel z)\exp[i(q_x x + q_y y - \omega t)], \tag{69}$$

$$\Phi_3(\mathbf{r},t) = \Phi_3^{(0)}\exp(-q_\parallel z)\exp[i(q_x x + q_y y - \omega t)], \tag{70}$$

$$\mathbf{E}_2^{(k)}(\mathbf{r},t) = -\nabla\Phi_2^{(k)}(\mathbf{r},t), \tag{71}$$

$$\Phi_2^{(k)}(\mathbf{r},t) = \left[G^{(k)}\exp(-q_\parallel z) + J^{(k)}\exp(q_\parallel z)\right] \times \exp[i(q_x x + q_y y - \omega t)], \tag{72}$$

где $q_\parallel = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$, $k = 1$ соответствует области $-h/2 < z < 0$, а $k = 2$ — области $0 < z < h/2$. Граничные условия в данном случае выражают непрерывность потенциалов на границах $z = 0$, $\pm h/2$, непрерывность нормальных производных потенциалов на границах $z = \pm h/2$ и скачок нормальных производных потенциалов на границе $z = 0$:

$$\frac{\partial \Phi_2^{(2)}(\mathbf{r}, t)}{\partial z}\bigg|_0 - \frac{\partial \Phi_2^{(1)}(\mathbf{r}, t)}{\partial z}\bigg|_0 = 4\pi e n(x, y, t), \tag{73}$$

где

$$n(x, y, t) = \frac{e n_0}{m_0 \Omega^2} \Phi_2^{(1)}(\mathbf{r}, t)\big|_0. \tag{74}$$

Из граничных условий получим дисперсионное уравнение связанных волн:

$$[\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3(\omega) + 1]\sinh(2\varphi_0) + [\varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_3(\omega)]\cosh(2\varphi_0)$$
$$= \frac{\omega_b^2 d q_\parallel}{\Omega^2}\left[\varepsilon_3(\omega)\sinh(2\varphi_0) + \cosh(\varphi_0)\right]$$
$$\times \left[\varepsilon_1(\omega)\sinh(2\varphi_0) + \cosh(\varphi_0)\right], \tag{75}$$

где $\varphi_0 = q_\parallel h/2$. Рассмотрим некоторые особенности поверхностных волн, следующие из (75). Пусть ε_3 не зависит от частоты, тогда $\omega = \omega_{\mathrm{sp}} = \omega_p/\sqrt{1+\varepsilon_3}$ при $q_\parallel = 0$. При $q_\parallel \to \infty$ связь между средами 1 и 3 ослабляется, и поэтому предельной частотой является частота поверхностного плазмона на границе среды 1 с вакуумом: $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$.

На рис. 4 приведены дисперсионные кривые пучка (кривая *1*) и возбуждаемых им волн (кривые *2–6*) для $N_0 = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-3}$ $d = h = 10^{-4}\,\mathrm{m}$, $\beta = 0.1$, $\omega_p = 7.6 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_3 = 2$, $\bar\Gamma = 0$ и $q_y = 0$. Здесь введено обозначение $\bar q'_\parallel = \mathrm{Re}\{q_\parallel \omega_p/c\}$. Кривая *7* соответствует световой линии, а кривая *8* — частоте $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$, к которой стремится кривая *6* при $\bar q'_\parallel \to \infty$. Заметим, что в приближении $c \to \infty$ электронный пучок не взаимодействует с рассмотренной выше высокочастотной модой спектра, связанной с отрицательным знаком $\mu_3(\omega)$.

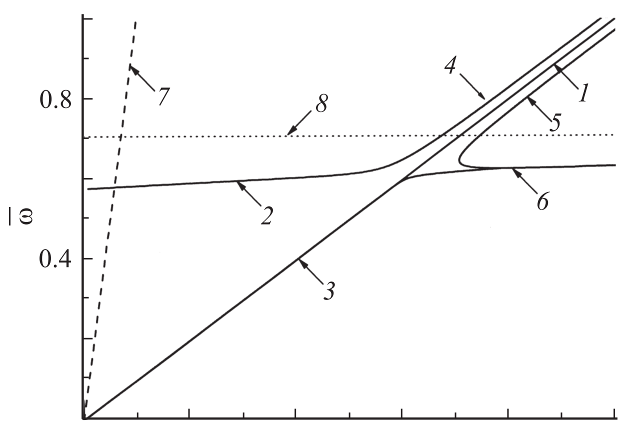

Рис. 4. Дисперсионные кривые пучка (кривая *1*) и возбуждаемых им волн (кривые *2–6*) для $N_0 = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-3}$, $d = h = 10^{-4}\,\mathrm{m}$, $\beta = 0.1$, $\omega_p = 7.6 \cdot 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_3 = 2$, $\bar\Gamma = 0$ и $q_y = 0$. Дисперсионные кривые построены по формуле (75). Кривая *7* соответствует световой линии, а кривая *8* — частоте $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$, к которой стремится кривая *6* при $q'_\parallel \to \infty$.

При наличии диссипативных потерь в условиях резонанса $\omega = \omega_R = q_x v_0$ из (75) получаем следующее выражение для инкремента:

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\omega_b^2 d q_\parallel \omega_R^3}{\omega_p^2 \nu}\right)^{1/2}$$
$$\times \left\{\frac{[\varepsilon_3 \sinh(\varphi_0) + \cosh(\varphi_0)][\varepsilon_1'(\omega_R)\sinh(\varphi_0) + \cosh(\varphi_0)]}{\varepsilon_3 \sinh(2\varphi_0) + \cosh(2\varphi_0)}\right\}^{1/2}, \tag{76}$$

где $\varepsilon_1'(\omega_R) = \mathrm{Re}\{\varepsilon_1(\omega_R)\}$. Заметим, что при $h \to 0$, $q_y \to 0$ имеем $\omega = \omega_p/\sqrt{1+\varepsilon_3}$ и выражение для γ_p совпадает с полученным выше выражением для γ_{inf}. Для указанных выше параметров сред 1, 3 и пучка получаем $\gamma_p/\omega_p \approx 2.7 \cdot 10^{-2}$ при $\bar\Gamma = 0.1$ и $q_y = 0$.

Заключение

В работе теоретически исследовано возбуждение поверхностных TM-волн бесконечно тонким электронным пучком, распространяющимся в вакуумном зазоре между металлоподобной средой и искусственным диэлектриком. Найдено дисперсионное уравнение связанных волн для зазора произвольной толщины. Детально проанализирован случай, когда толщина вакуумного зазора много меньше длины возбуждаемой волны. Показано, что в спектре поверхностных волн возникает дополнительная ветвь в области частот, где магнитная проницаемость искусственного диэлектрика отрицательна. В отсутствие вакуумного зазора и электронного пучка найдено условие, определяющее область параметров граничащих сред, в которой групповая скорость поверхностных волн отрицательна и может возникнуть абсолютная неустойчивость. Показано, что полный интегральный поток энергии может быть отрицательным в системе с конечной толщиной зазора в присутствии электронного пучка. Это означает, что для такой системы свойство леворукости для поверхностных волн сохраняется. Получены аналитические выражения и сделаны численные оценки для инкремента неустойчивости в отсутствие и при наличии конечных диссипативных потерь.

Работа была выполнена с частичной поддержкой гранта STCU N 3979.

Список литературы

[1] *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: ОГИЗ-ГОСТЕХИЗДАТ, 1947. 928 с.

[2] *Schuster A.* An introduction to the theory of optics. London: E. Arnold, 1904. 260 p.

[3] *Мандельштам Л.И.* Лекции по некоторым вопросам теории колебаний. Полное собрание трудов. М.: АН СССР, 1950. Т. 5. С. 461.
[4] *Мандельштам Л.И.* // ЖЭТФ. 1945. Т. 15. № 9. С. 475–478.
[5] *Сивухин Д.В.* // Опт. и спектр. 1957. Т. 3. № 4. С. 308–312.
[6] *Пафомов В.Е.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 6. С. 1853–1858.
[7] *Силин Р.А.* // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электроника. 1959. № 4. С. 3–33.
[8] *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966. 1966. 620 с.
[9] *Басс Ф.Г., Каганов М.И., Яковенко В.М.* // ФТТ. 1962. Т. 4. Вып. 11. С. 3260–3265.
[10] *Яковенко В.М.* // Укр. физ. журн. 1965. № 1. С. 226–228.
[11] *Веселаго В.Г.* // УФН. 1967. Т. 92. № 3. С. 517–526.
[12] *Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J.* et al. // Phys. Rev. Let. 1996. Vol. 76. N 25. P. 4773–4776.
[13] *Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J.* et al. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1999. Vol. 47. N 11. P. 2075–2084.
[14] *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. N 18. P. 4184–4187.
[15] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
[16] *Беспятых Ю.И., Дикштейн И.Е., Ермаков Д.И.* // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 4. С. 449–458.
[17] *Averkov Yu.O., Yakovenko V.M.* // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. N 20. P. 205 110.
[18] *Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н.* // УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1051–1068.
[19] *Shalaev V.M., Wenshan Cai, Chettiar Uday K., Hsiao-Kuan Yuan, Sarychev A.K., Drachev V.P., Kildishev A.V.* // Optics Letters. 2005. Vol. 30. N 24. P. 3356–3358.
[20] *Fu-Ming Wang, Hui Liu, Tao Li, Shi-Ning Zhu, and Xiang Zhang* // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76. N 7. P. 075 110(4).
[21] *Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А.* // Вестн. РАН. 2008. Т. 78. № 5. С. 438–449.
[22] *Виноградов А.П., Дорофеенко А.В., Зужди С.* // УФН. 2008. Т. 178. № 5. С. 511–518.
[23] *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S.* // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69. N 1. P. 016 617(9).
[24] *Kats A.V., Savel'ev S., Yampol'skii V.A., Nori F.* // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98. N 7. P. 073 901.
[25] *Аверков Ю.О., Яковенко В.М.* // Док. НАН Украины. 2007. № 12. С. 76–81.
[26] *Bliokh Yu.P., Savel'ev S., Nori F.* // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 110. N 24. P. 244 803.
[27] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н.* Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 720 с.
[28] *Иванов А.А., Параил В.В., Соболева Т.К.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. № 5(11). С. 1678–1685.