01

Моделирование объединенной задачи связей и узлов с разделением связей в теории перколяции

© В.А. Денисенко, В.А. Соцков

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова,
360004 Нальчик, Россия
e-mail: sozkov_va@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 25 сентября 2007 г.)

В компьютерном эксперименте исследована двумерная перколяционная смешанная задача на квадратной решетке с разделением вероятностей образования горизонтальных и вертикальных связей. Определены экстремумы и характер зависимостей.

PACS: 71.55.Jv

Введение

В теории перколяции достаточно подробно исследованы задачи узлов и связей [1,2], так же как и смешанная задача теории перколяции [3,4]. Однако в ряде физических задач происходит вариация вероятностей образования горизонтальной и вертикальной связи. Так, в эксперименте по исследванию перколяционных явлений необходимо учитывать действие силы тяжести на макроносители зарядов, то же в случае, когда заряженные частицы, которые первоначально могут изменять координаты, а следовательно, и вероятность образования связи, находясь в электрическом или магнитном полях и т.д. В реальных физических моделях вышеописанные процессы могут происходить, например, при нанесении токопроводящей краски пульверизацией на наклонную плоскость, при постепенном отвердевании диэлектрической матрицы, в которой находятся заряженные микро- или макрочастицы проводника, и которая находится в электрическом или магнитном полях и т.д. Число подобных задач велико и может иметь большое практическое значение, поэтому в ряде случаев важно теоретическое решение таких задач. Кроме того, в объединенной задаче связей и узлов хорошо исследованы процессы до момента образования первого перколяционного кластера, однако поведение кластеров при превышении перколяционного перехода исследовано сравнительно мало [3].

Целью настоящей работы является компьютерное исследование объединенной задачи связей и узлов с разделением вероятностей образования горизонтальных и вертиклаьных связей, т.е. определение количества образовавшихся кластеров и числа элементов в них при разделении вероятностей заполнения узлов — $P1$, горизонтальных — $P2$, и вертикальных связей — $P3$.

Методика проведение исследования

В основе построения алгоритма программы Perk-8, разработанной авторами, лежит алгоритм Хошена–Копельмана, или алгоритм многократной маркировки кластеров, как первоначально его назвали сами авторы [3,5]. Главным достоинством алгоритма является то, что он позволяет определить порог перколяции и вычислить распределение кластеров по размерам за один проход по решетке. Кроме того, алгоритм позволяет экономить машинную память. поскольку для его работы достаточно хранить в памяти только один ряд (слой) рассматриваемой решетки.

В программе реализованы следующие подпрограммы:

InputData — процедура ввода исходных данных;

GetNewRow — процедура формирования нового столбца в перколяционной матрице;

CopyRows — процедура копирования одного столбца матрицы в другой;

GerConnetion — процедура, которая определяет, есть ли связь некоторой ячейки с соседними по вертикали и горизонтали;

AddToClaster — процедура добавления нового элемента в кластер;

GetClaster — функция определения номера кластера, к которому принадлежит ячейка;

UniunClaster — процедура объединения кластеров;

OutResult — процедура вывода результатов.

Все результаты работы программы сохраняются в текстовый файл. Выходными данными являются [3]: количество полных ячеек, количество кластеров заданной размерности, список перколяционных кластеров с указанием входящих в них ячеек, средний размер кластера, характеристики $Rs(x)^2, Rs(y)^2, R, X, Y$ [3].

В настоящий момент модель реализована для матрицы размером 60×60 ячеек. Плоскости, между которыми существовали связи, располагались вертикально. Для случая электропроводности вертикальные плоскости — это вертикальные электроды.

В настоящей работе исследовались количество образовавшихся кластеров N и количество элементов в кластере n при $P1 = 1$ и вариациях $P2$ и $P3$. Величина N и n для различных комбинаций $P2$ и $P3$ определялась как среднее арифметическое из 10 опытов.

Результаты эксперимента и его обсуждение

Результаты исследований представлены на рис. 1, 2. Из эксперимента следует, что возможно существование сразу нескольких перколяционных кластеров. На рис. 1 представлен график зависимости количества кластеров N от вероятности заполнения горизонтальной связи $P2$ и вероятности образования вертикальной связи $P3$, т. е. $N = f(P2, P3)$.

На рис. 2 представлен график зависимости количества элементов n в кластере от вероятности заполнения горизонтальной связи $P2$ и вероятности образования вертикальной связи $P3$, т. е. $n = f(P2, P3)$. Как видно из рис. 1, $N = f(P2, P3)$ имеет максимум — $N = 5$ перколяционных кластеров при $(P2 = 0.4,\ P3 = 0.7)$ и $(P2 = 0.4,\ P3 = 0.8)$. При повышении вероятности образования связей $P2$ и $P3$ количество кластеров уменьшается. Этот парадоксальный на первый взгляд результат связан с процессом укрупнения кластеров (увеличения количества элементов в кластере) и соответствено с уменьшением их количества. При одинаковом весе связей $P2$ и $P3$ в процессе образования кластеров можно было бы ожидать симметрии графика $N = f(P2, P3)$ относительно двух осей $0P2$ и $0P3$ плоскости $0P20P3$, однако наблюдается относительная симметрия относительно плоскости, перпендикулярной оси $0P2$ и проходящей через точку $P2 \approx 0.5$. Этот факт говорит о большем весе связи $P2$. Кроме того, значения $P2$ и $P3$ не взаимны, т. е. при взаимной перемене их значений количество образовавшихся кластеров различно, так, при $P2 = 0.9$ и $P3 = 0.1$ $N = 1, 2$, а при $P2 = 0.1$ и $P3 = 0.9$ — $N = 0.2$.

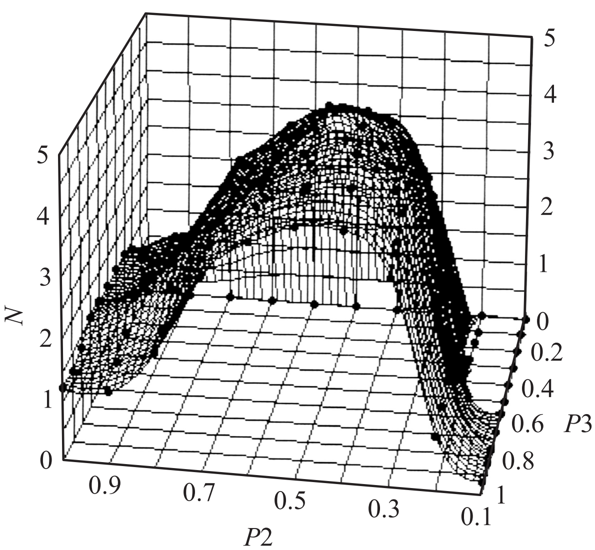

Рис. 1. График зависимости количества кластеров от вероятности заполнения горизонтальной связи $P2$ и вероятности образования вертикальной связи $P3$, т. е. $N = f(P2, P3)$.

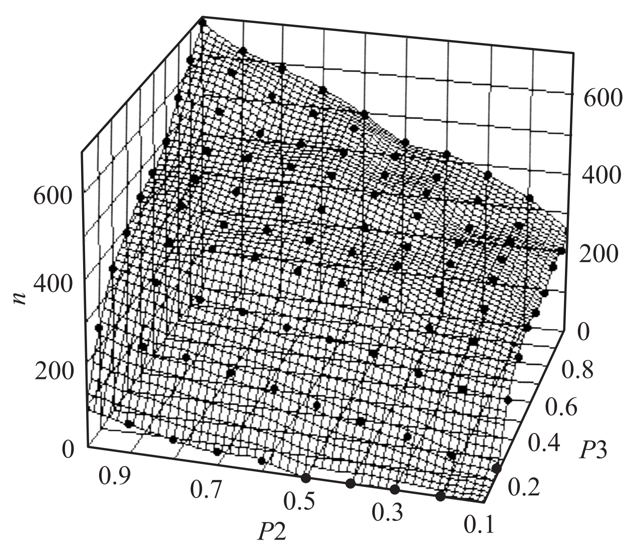

Рис. 2. График зависимости количества элементов в кластере от вероятности заполнения горизонтальной связи $P2$ и вероятности образования вертикальной связи $P3$, т. е. $n = f(P2, P3)$.

На основании вышеприведенных фактов можно утверждать, что связь $P2$ обладает большим весом, чем связь $P3$. Учитывая, что в качестве наполнителей в электронике используются драгоценные металлы, полученные результаты могут иметь практическое значение при определении минимальной концентрации наполнителя в композите.

Выводы

1. Исследована объединенная задача связей и узлов с разделением вероятностей образования горизонтальных и вертикальных связей методом компьютерного моделирования, показана возможность одновременного существования нескольких перколяционных кластеров.

2. Показано, что горизонтальные и вертиклаьные связи неравноценны и больший вес имеют горизонтальные связи при вертикальном расположении электродов.

Список литературы

[1] *Шкловский Б.И., Эфрос А.Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979.

[2] *Шкловский Б.И., Эфрос А.Л.* // УФН. 1975. Т. 117 (3). С. 401–436.

[3] *Тарасевич Ю.Ю.* Перколяция: Теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.

[4] *Tarasevich Yu.Yu., van der Marck S.C.* // Int. J. of Modern Physics. C. 1999. Vol. 10 (7). P. 1193–1204.

[5] *Hoshen J., Kopeelman R.* // Phys. Rev. B 1976. Vol. 14(8). P. 3438–3445.