

01;03

Закономерности реализации неустойчивости заряженной свободной поверхности горизонтального жидкого слоя, в котором развивается тепловая конвекция

© Д.Ф. Белоножко, А.В. Козин

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: belonozhko@mail.ru

(Поступило в Редакцию 4 апреля 2008 г. В окончательной редакции 20 октября 2008 г.)

В теоретическом анализе для горизонтального слоя жидкости, подогреваемого со стороны твердого дна и с электрически заряженной свободной поверхностью, исследованы закономерности реализации неустойчивости заряженной свободной поверхности по отношению к избытку электрического заряда, развивающейся совместно с термо-конвективной неустойчивостью. Определены отличительные черты строения общего спектра неустойчивых волновых движений и физические параметры, влияющие на строение этого спектра.

PACS: 47.55.pb

Введение

Хорошо известно, что горизонтальная свободная поверхность электропроводной жидкости, находящейся в поле силы тяжести, неустойчива по отношению к избытку поверхностного электрического заряда [1–3]. Если величина поверхностной плотности заряда превышает некоторое критическое значение (не зависящее от глубины жидкости [4]), электрические пондеромоторные силы преобладают над силами поверхностного натяжения, и под их влиянием на изначально плоской свободной поверхности жидкости формируются конусообразные выступы (конусы Тейлора), с вершин которых электрическое поле начинает отрывать маленькие заряженные капельки [5–8].

С другой стороны, даже при отсутствии поверхностного заряда в слое жидкости, между дном и свободной поверхностью которого имеется положительная разность температур, превышающая некоторое критическое значение, происходит развитие неустойчивости другого типа — конвекции Рэлея–Бенара [9–14]. Она наблюдается, если для нижних более нагретых и обладающих положительной плавучестью частичек жидкости характерное время всплывания на заданный уровень с преодолением силы вязкого трения меньше характерного времени термической релаксации к температуре этого уровня. Быстрота уменьшения плавучести поднимающихся жидких частичек за счет их остывания оказывается недостаточной, чтобы предотвратить развитие вертикальных конвективных движений — конвекции Рэлея–Бенара. На свободной поверхности слоя жидкости, в котором развивается конвективная неустойчивость, наблюдается четко выраженный рельеф, состоящий из геометрически правильных ячеек (ячеек Бенара), размеры и форма которых существенно зависят от условий проведения эксперимента [12–14].

По отдельности оба описанных феномена неоднократно становились предметом исследований в связи с многочисленными техническими, технологическими, метеорологическими и геофизическими приложениями [6–10,12,13].

В общем случае при наличии заряда на свободной поверхности и подогрева снизу обстоятельства дестабилизации равновесного состояния жидкого слоя существенно усложняются [15].

В настоящей работе выводятся критические условия развития неустойчивости свободной поверхности горизонтального заряженного жидкого слоя при взаимодействии двух вышеописанных механизмов дестабилизации его равновесного состояния и проводится анализ строения общего спектра неустойчивых волновых движений в зависимости от физических параметров задачи.

1. Формулировка задачи

Пусть слой вязкой идеально проводящей теплопроводной жидкости заполняет область $0 < z < h$ в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$, ось Oz которой направлена вертикально вверх против направления действия поля силы тяжести \mathbf{g} . Будем считать, что между твердым дном и верхней свободной электрически заряженной с поверхностной плотностью κ_0 границей жидкости поддерживается постоянная разность температур $\Theta > 0$. Примем, что в пределах имеющегося интервала температур значения коэффициентов кинематической вязкости жидкости ν , температуропроводности χ и теплового расширения β ($\beta > 0$) можно считать постоянными. Пусть поверхностное натяжение жидкости характеризуется постоянным коэффициентом γ . Влиянием среды, расположенной над свободной поверхностью, для простоты будем пренебрегать.

В равновесном состоянии жидкости в рассматриваемом слое неподвижна, а свободная поверхность является

плоскостью $z = h$. Исследуем устойчивость равновесного состояния по отношению к возмущению полем скоростей

$$\mathbf{U}(x, z, t) = u(x, z, t)\mathbf{e}_x + v(x, z, t)\mathbf{e}_z,$$

связанным с возникновением малой деформации свободной поверхности $z = h + \xi(x, t)$ и генерацией возмущений равновесных значений других физических величин, определяющих термогидродинамическое состояние слоя. Для простоты будем считать, что все возмущения не зависят от координаты y .

Полный набор физических величин, возмущения которых следует принимать во внимание, определяется выбором модели вязкой теплопроводной жидкости. Как это принято в теории конвекции Рэлея–Бенара [9–12], воспользуемся моделью Буссинеска–Обербека, которая справедлива, если локальные движения жидкости происходят с ускорениями, существенно меньшими, чем ускорение свободного падения, а изменение плотности, связанное с гидростатическим перепадом давлений между свободной поверхностью и дном, пренебрежимо мало по сравнению с изменением плотности, обусловленным разностью температур.

Система уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска–Обербека имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U}\nabla)\mathbf{U} &= -\frac{\nabla P}{\rho_0} + \nu\Delta\mathbf{U} - \mathbf{g}\beta(T - T_0); \\ \nabla\mathbf{U} &= 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U}\nabla)T = \chi\Delta T, \end{aligned} \quad (1)$$

где t — время; ρ_0 — среднее значение плотности жидкости;

$$\beta = -\rho_0^{-1}(\partial\rho/\partial T)_p > 0$$

— среднее значение коэффициента теплового расширения; $\mathbf{U} \equiv \mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ — поле скоростей; $T \equiv T(\mathbf{r}, t)$ — поле температуры; $P \equiv P(\mathbf{r}, t)$ — добавка к среднему значению гидростатического давления $\rho_0 g(h - z)$; \mathbf{r} — радиус-вектор пространственного положения точки, в которой определяется значение параметра. В выбранном приближении уравнение состояния жидкости имеет вид

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0\beta(T - T_0),$$

где T_0 — температура, соответствующая плотности ρ_0 . Изменение плотности жидкости ρ учитывается только в члене

$$-\mathbf{g}\beta(T - T_0) = -\mathbf{g}(\rho - \rho_0)/\rho_0$$

и характеризует плавучесть жидкой частички.

Из уравнений (1) следует, что в качестве физических величин, возмущения которых следует рассматривать совместно с возмущением поля скоростей и деформацией свободной поверхности, необходимо взять распределение температуры T и добавки P к гидростатическому давлению. Помимо этого следует принять к рассмотрению возмущение электрического потенциала Φ в

области над деформированной свободной поверхностью. Внутри слоя в соответствии с принятым допущением об идеальной проводимости жидкости значение электрического потенциала будем считать постоянным, равным значению на дне.

Равновесные значения (будем пометать их нижним индексом e) физических параметров, возмущения которых будут рассматриваться, определяются соотношениями

$$0 < z < h: \quad T_e = T_0 - (\Theta/h)z;$$

$$P_e = p_0 - g\rho_0 z \left(1 + \frac{\Theta}{2h}\beta z\right); \quad \mathbf{U}_e \equiv 0;$$

$$z > h: \quad \Phi_e = -4\pi\kappa_0(z - h),$$

где p_0 — давление на дне в равновесном состоянии.

Чтобы отличать малые возмущения ненулевых равновесных значений физических параметров от самих параметров, введем для них отдельные обозначения. Пусть $\tau \equiv \tau(x, z, t)$ — малое возмущение равновесного распределения значений температуры; $p \equiv p(x, z, t)$ — малая поправка к полному равновесному значению давления P_e ; $\varphi \equiv \varphi(x, z, t)$ — малое возмущение к равновесному распределению значений электрического потенциала над свободной поверхностью.

Перейдем к общепринятым в теории конвекции Рэлея–Бенара безразмерным переменным, в которых $h = \rho_0 = \chi = \Theta = 1$, а значение безразмерной вязкости совпадает с числом Прандтля $Pr \equiv \nu/\chi$ [9–12,15]. За всеми параметрами в безразмерной форме записи сохраним прежние обозначения, а там где важно употребить размерное значение, будем в верхнем индексе символа ставить звездочку.

Полагая, что причиной возмущения всех физических параметров является тепловое движение молекул, для порядка амплитуд безразмерных возмущений примем оценку

$$\tau \sim p \sim U \sim \xi \sim (\sqrt{K^*T_0^*/\gamma^*})/h^*,$$

где $K^* = 1.38 \cdot 10^{-16}$ эрг/К — постоянная Больцмана.

При сделанных допущениях математическая формулировка задачи о расчете возмущенного капиллярно-гравитационного и конвективного движения жидкости в указанных безразмерных переменных в линейном приближении по амплитудам неизвестных величин имеет вид

$$z > 1: \quad \Delta\varphi = 0; \quad z \rightarrow \infty: \quad |\nabla\varphi| \rightarrow 0;$$

$$0 < z < 1: \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta\mathbf{U} + PrRa\tau\mathbf{e}_z;$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} - (\mathbf{U}\mathbf{e}_z) = \Delta\tau; \quad \nabla\mathbf{U} = 0;$$

$$z = 1: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = v; \quad -g\xi + p - 2Pr\frac{\partial v}{\partial z} - \kappa_0\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \gamma\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0;$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad \varphi - 4\pi\kappa_0\xi = 0; \quad \tau - \xi = 0;$$

$$z = 0: \quad v = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \quad \tau = 0; \quad (2)$$

$$Ra \equiv \frac{g^* \beta^* \Theta^* (h^*)^3}{\nu^* \chi^*}; \quad Pr \equiv \frac{\nu^*}{\chi^*}.$$

Здесь Ra — число Рэлея, пропорциональное отношению характерного времени подъема разогретой жидкой частички к времени ее термической релаксации (см. § 28 [16]).

2. Вывод критических условий дестабилизации равновесного состояния

Руководствуясь [9–12,15], решение задачи (1) будем искать, полагая, что зависимости неизвестных физических величин от координат и времени имеют вид

$$v(x, z, t) \equiv R(z) \exp(st - ikx);$$

$$u(x, z, t) \equiv G(z) \exp(st - ikx);$$

$$p(x, z, t) \equiv D(z) \exp(st - ikx);$$

$$\varphi(x, z, t) \equiv F(z) \exp(st - ikx);$$

$$\xi = A \exp(st - ikx); \quad \tau(x, z, t) \equiv \theta(z) \exp(st - ikx). \quad (3)$$

Здесь s — безразмерная комплексная частота; k — безразмерное волновое число (характерный масштаб $k' \equiv 1/h^*$); A — постоянная; $R(z)$, $G(z)$, $D(z)$, $F(z)$ — функции, подлежащие определению в процессе решения.

Подстановка (3) в (2) и учет требования совместности граничных условий приводят к дисперсионному уравнению, связывающему комплексную частоту с волновым числом и другими параметрами задачи. Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\text{Det}(c_{ij}) = 0; \quad (4)$$

$$c_{11} = 0; \quad c_{12} = \eta_1; \quad c_{13} = 0; \quad c_{14} = \eta_2;$$

$$c_{15} = 0; \quad c_{16} = \eta_3; \quad c_{17} = 0;$$

$$c_{21} = 0; \quad c_{22} = 0; \quad c_{23} = q_1 \eta_1; \quad c_{24} = 0;$$

$$c_{25} = q_2 \eta_2; \quad c_{26} = 0; \quad c_{27} = q_3 \eta_3;$$

$$c_{31} = -s; \quad c_{32} = \eta_1 \text{ch}(q_1); \quad c_{33} = \eta_1 \text{sh}(q_1);$$

$$c_{34} = \eta_2 \text{ch}(q_2); \quad c_{35} = \eta_2 \text{sh}(q_2);$$

$$c_{36} = \eta_3 \text{ch}(q_3); \quad c_{37} = \eta_3 \text{sh}(q_3);$$

$$c_{41} = k^2 \frac{g}{Pr} \left(1 + \frac{k^2 \gamma}{g} - k \frac{4\pi \kappa_0^2}{g} \right);$$

$$c_{42} = q_1 \psi_1 \eta_1 \text{sh}(q_1); \quad c_{43} = q_1 \psi_1 \eta_1 \text{ch}(q_1);$$

$$c_{44} = q_2 \psi_2 \eta_2 \text{sh}(q_2); \quad c_{45} = q_2 \psi_2 \eta_2 \text{ch}(q_2);$$

$$c_{46} = q_3 \psi_3 \eta_3 \text{sh}(q_3); \quad c_{47} = q_3 \psi_3 \eta_3 \text{ch}(q_3);$$

$$c_{51} = 0; \quad c_{52} = \sigma_1 \eta_1 \text{ch}(q_1); \quad c_{53} = \sigma_1 \eta_1 \text{sh}(q_1);$$

$$c_{54} = \sigma_2 \eta_2 \text{ch}(q_2); \quad c_{55} = \sigma_2 \eta_2 \text{sh}(q_2);$$

$$c_{56} = \sigma_3 \eta_3 \text{ch}(q_3); \quad c_{57} = \sigma_3 \eta_3 \text{sh}(q_3);$$

$$c_{61} = 0; \quad c_{62} = 1; \quad c_{63} = 0; \quad c_{64} = 1;$$

$$c_{65} = 0; \quad c_{66} = 1; \quad c_{67} = 0;$$

$$c_{71} = -1; \quad c_{72} = \text{ch}(q_1); \quad c_{73} = \text{sh}(q_1);$$

$$c_{74} = \text{ch}(q_2); \quad c_{75} = \text{sh}(q_2);$$

$$c_{76} = \text{ch}(q_3); \quad c_{77} = \text{sh}(q_3);$$

$$\sigma_n = k^2 + q_n^2; \quad \eta_n = s + k^2 - q_n^2;$$

$$\psi_n = \frac{s}{Pr} + 3k^2 - q_n^2, \quad n = 1, 2, 3.$$

Здесь sh и ch — гиперболические функции „синус“ и „косинус“. Символами q_1 , q_2 , q_3 обозначены корни уравнения

$$(k^2 - q^2)(k^2 - q^2 + s) \left(k^2 - q^2 + \frac{s}{Pr} \right) - k^2 Ra = 0, \quad (5)$$

рассматриваемого как алгебраическое уравнение относительно неизвестной q . Эти корни определяются, если уравнение (5) рассмотреть как кубическое относительно неизвестной $r = q^2$, найти соответствующие три комплексных корня r_1, r_2, r_3 и положить

$$q_j = \sqrt{r_j}, \quad (j = 1, 2, 3),$$

взяв из двух возможных значений квадратного корня одно, любое. Если q_j — выбранное значение корня, то другим значением будет „ $-q_j$ “. Несложно убедиться, что замена q_1 на „ $-q_1$ “ в (4), изменяет знак всех элементов третьего столбца матрицы (c_{ij}) на противоположный, что не меняет смысла уравнения (4). При замене q_2 и q_3 на „ $-q_2$ “ и „ $-q_3$ “ изменяют знак соответственно пятый и седьмой столбцы матрицы (c_{ij}) .

По смыслу уравнение (5) является характеристическим уравнением для системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $G(z)$, $R(z)$, $D(z)$, $\theta(z)$, которая получается, если выражения (3) для $v(x, z, t)$, $u(x, z, t)$, $p(x, z, t)$, $\tau(x, z, t)$ подставить в уравнения второй строчки соотношений (2).

Решение уравнения (4) по неизвестной s реализуется численно. При этом одним из промежуточных этапов решения является вычисление корней уравнения (5). Представляется нецелесообразным выписывать для этих корней громоздкие аналитические выражения, которые заинтересованный читатель может легко воспроизвести с помощью любого современного компьютерного пакета аналитических вычислений. Кроме того, в конкретных расчетах по дисперсионному уравнению (4) этап решения уравнения (5) эффективно реализуется численными методами.

Как и в [9–12,15], критические условия реализации неустойчивости определяются из дисперсионного уравнения, в котором значение комплексной частоты s

полагается равным нулю. В результате получается уравнение, связывающее значения параметров задачи, при которых реализуется так называемое состояние нейтральной устойчивости [9–12]. Подставив $s = 0$ в (4) и (5) и раскрыв получившийся определитель, несложно для уравнения, описывающего состояние нейтральной устойчивости, получить соотношения

$$W = \left(\frac{1}{k\alpha} + k\alpha \right) - \frac{\mu}{k\alpha} H(k, Ra); \quad (6)$$

$$H(k, Ra) \equiv \frac{(a_2 Ra^{1/3} + a_3 k^{4/3}) Ra^{1/3} k^{1/3}}{9a_1};$$

$$a_1(k, Ra) = - \frac{2i}{\sqrt{3}} Q_1 \operatorname{ch} Q_1 \operatorname{sh} Q_2 \operatorname{sh} Q_3 \\ - \left(1 - \frac{i}{\sqrt{3}} \right) Q_2 \operatorname{ch} Q_2 \operatorname{sh} Q_1 \operatorname{sh} Q_3 \\ + \left(1 + \frac{i}{\sqrt{3}} \right) Q_3 \operatorname{ch} Q_3 \operatorname{sh} Q_1 \operatorname{sh} Q_2;$$

$$a_2(k, Ra) = (3 - i\sqrt{3}) Q_1 Q_2 \operatorname{sh} Q_3 (1 + \operatorname{ch} Q_1 \operatorname{ch} Q_2) \\ + (3 + i\sqrt{3}) Q_1 Q_3 \operatorname{sh} Q_2 (1 + \operatorname{ch} Q_1 \operatorname{ch} Q_3) \\ + 2i\sqrt{3} Q_2 Q_3 \operatorname{sh} Q_1 (1 + \operatorname{ch} Q_2 \operatorname{ch} Q_3) \\ + \operatorname{sh} Q_1 \operatorname{sh} Q_2 \operatorname{sh} Q_3 (2i\sqrt{3} Q_1^2 - (3 + i\sqrt{3}) Q_2^2 \\ + (3 - i\sqrt{3}) Q_3^2);$$

$$a_3(k, Ra) = 4i\sqrt{3} (Q_1 Q_2 \operatorname{sh} Q_3 (1 - \operatorname{ch} Q_1 \operatorname{ch} Q_2) \\ + Q_1 Q_3 \operatorname{sh} Q_2 (1 - \operatorname{ch} Q_1 \operatorname{ch} Q_3) \\ + Q_2 Q_3 \operatorname{sh} Q_1 (1 - \operatorname{ch} Q_2 \operatorname{ch} Q_3) \\ + \operatorname{sh} Q_1 \operatorname{sh} Q_2 \operatorname{sh} Q_3 (Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2));$$

$$Q_1 \equiv \sqrt{k^2 - k^{3/2} Ra^{1/3}}; \quad Q_2 \equiv \sqrt{k^2 + \frac{i - \sqrt{3}}{2} k^{3/2} Ra^{1/3}};$$

$$Q_3 \equiv \sqrt{k^2 + \frac{i + \sqrt{3}}{2} k^{3/2} Ra^{1/3}};$$

$$W \equiv \frac{4\pi\kappa_0^2}{g} \equiv \frac{4\pi(\kappa_0^*)^2}{\sqrt{\rho_0^* g^* \gamma^*}}; \quad \alpha \equiv \frac{\alpha^*}{h^*} = \frac{1}{h^*} \sqrt{\frac{\gamma^*}{\rho^* g^*}};$$

$$\mu \equiv \frac{Pr}{g} = \frac{v^* \chi^*}{g^* (h^*)^3}.$$

Здесь безразмерный параметр W характеризует отношение электрических и капиллярных сил на свободной поверхности и называется „параметр Тонкса–Френкеля“; α — безразмерная капиллярная постоянная жидкости (символ α^* использован для обозначения размерного значения капиллярной постоянной жидкости: $\alpha^* \equiv \sqrt{\gamma^* / (\rho^* g^*)}$). Безразмерный вспомогательный параметр μ не имеет общепринятого названия, хотя неоднократно возникал как самостоятельная переменная в

исследованиях влияния свойств свободной поверхности на условия развития тепловой конвекции в горизонтальном жидком слое (см. § 9 [9] и работы [17,18]).

Значения функции $H(k, Ra)$ действительны несмотря на присутствие в выражениях для вспомогательных функций $a_1(k, Ra)$, $a_2(k, Ra)$, $a_3(k, Ra)$ символа мнимой единицы — i . В этом несложно убедиться, расписав соответствующие выражения через экспоненты. Приведенная форма записи выбрана из соображений уменьшения громоздкости.

3. Частные случаи критических условий дестабилизации равновесного состояния

При отсутствии подогрева снизу ($Ra = 0$) соотношение (6) преобразуется в

$$W = \frac{1}{k\alpha} + k\alpha. \quad (7)$$

Это уравнение при фиксированном значении α определяет в плоскости параметров (k, W) границу устойчивости несжимаемой жидкости по отношению к избытку поверхностного электрического заряда. Уравнение (7) полностью соответствует классической теории этой неустойчивости [2,3].

На рис. 1, *a* приведен пример построения кривой (7) для определенности при значении $\alpha = 1$. По сути, соотношение (7) устанавливает, при каком значении W на вершине волны с волновым числом k электрические и капиллярные силы взаимно уравновешены. Если значение параметра Тонкса–Френкеля пусть даже незначительно больше этой величины, то баланс сил на вершине волны с волновым числом k смещается в пользу электрических пондеромоторных сил, и даже слабое возмущение, обусловленное, например, тепловыми флуктуациями равновесного состояния, будет усиливаться электрическими силами до крупномасштабной деформации, из которой затем формируется конус Тейлора. Точки с координатами (k, W) на кривой (7) соответствуют неустойчивым возмущениям. Для них частота s , входящая в (3), оказывается действительным положительным числом. Под кривой (7) располагаются точки, отвечающие устойчивым возмущениям (возмущения вида (3), в которых $\operatorname{Re}(s) < 0$). Параметр $W_c = 2$ является минимальным критическим значением параметра Тонкса–Френкеля, превышение которого обеспечивает развитие неустойчивости. Соответствующее значение наиболее неустойчивого волнового числа $k_W = 1$ [2,3]. В общей ситуации с произвольным значением α форма границы устойчивости в плоскости параметров (k, W) качественно остается такой же, как на рис. 1, *a*, только положение минимума $W_c = 2$ смещается в точку $k_W = \alpha^{-1}$. Длина наиболее неустойчивой волны в размерных переменных определяется соотношением $\lambda_W = 2\pi\alpha^*$.

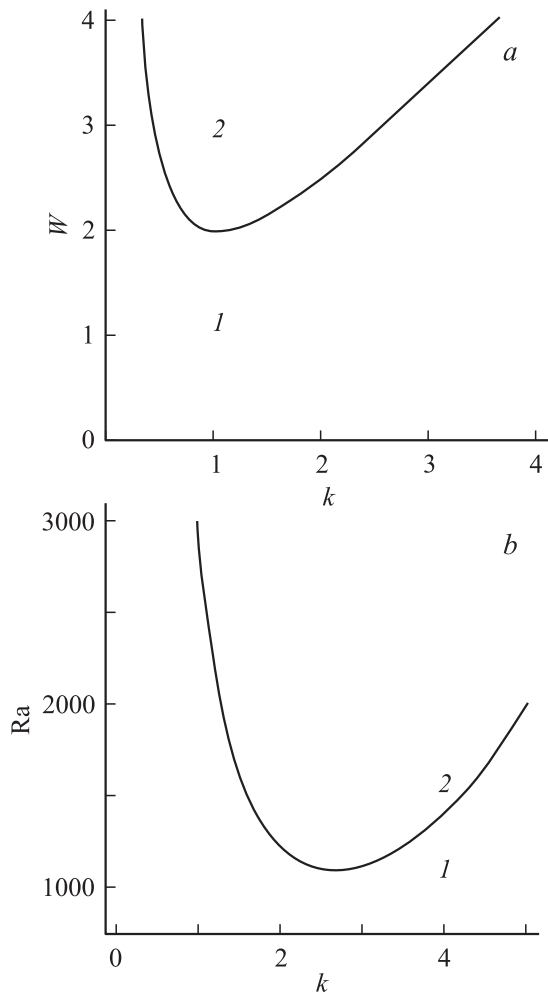


Рис. 1. Нейтральные кривые для двух анализируемых типов неустойчивости: 1 — область устойчивости; 2 — область неустойчивости. *a* — карта неустойчивости свободной поверхности жидкости по отношению к избытку электрического заряда при отсутствии подогрева со стороны дна (нейтральная кривая построена на плоскости параметров (k, W) по уравнению (7) при $\alpha = 1$); *b* — карта чисто конвективной неустойчивости при отсутствии поверхностного электрического заряда (нейтральная кривая построена на плоскости параметров (k, Ra) по уравнению (8) при $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$).

При отсутствии электрического заряда на свободной поверхности ($W = 0$) соотношение (6) преобразуется в

$$\frac{1}{k\alpha} + k\alpha - \frac{\mu}{k\alpha} H(k, Ra) = 0, \quad (8)$$

где $H(k, Ra)$ — функция, определенная в (6). Уравнение (8) при фиксированных значениях μ и α определяет в плоскости параметров (k, Ra) кривую, являющуюся границей чисто термоконвективной неустойчивости слоя теплопроводной вязкой жидкости, между дном и свободной поверхностью которого поддерживается положительная зарность температур. Здесь роль параметра, характеризующего баланс между стабилизирующим

и дестабилизирующим эффектами, выполняет число Рэлея Ra .

Рассмотрим в качестве примера слой воды толщиной 3 mm ($\alpha = 0.89$) при нормальных условиях без электрического заряда на свободной поверхности и исследуем для него условия реализации термоконвективной неустойчивости. По данным справочника [19] можно найти, что для воды при нормальных условиях: $\rho^* = 1 \text{ г/см}^3$; $\gamma^* = 72 \text{ дин/см}$; $\beta^* = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$; $\nu^* = 0.01 \text{ см}^2/\text{с}$; $\chi^* = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$ (данные, зависящие от температуры, брались при 20°C). Легко выяснить, что $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$.

На рис. 1, *b* в плоскости параметров (k, Ra) представлена линия, рассчитанная средствами пакета Maple по уравнению (8) при фиксированных значениях параметров $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$, $\alpha = 0.89$. Так же как и в случае рис. 1, *a*, точки в области 2 над кривой соответствуют неустойчивым волновым возмущениям, а под ней в области 1 — устойчивым. Из положения минимума определяются критическое значение числа Рэлея $Ra_c = 1100.6$ и значение наиболее неустойчивого волнового числа $k_{Ra} = 2.7$. Длина наиболее неустойчивой волны в размерных переменных определяется соотношением $\lambda_{Ra} \approx 2.3h^*$.

Граница термоконвективной неустойчивости в плоскости параметров (k, Ra) , построенная на рис. 1, *b*, хорошо описывает условия развития неустойчивости в слое воды глубиной от 1 mm до 1 см. Этому диапазону изменения толщины слоя воды соответствуют изменение параметра α от 2.7 до 0.27 и интервал значений параметра μ от $1.5 \cdot 10^{-5}$ до $1.5 \cdot 10^{-8}$. Расчеты показали, что при использовании значений параметров α и μ из указанных диапазонов форма кривой, рассчитанная с помощью уравнения (8) в плоскости параметров (k, Ra) , с точностью до толщины линий остается такой же, как на рис. 1, *b*. Значения Re_c и k_{Ra} при этом с точностью до выписанных цифр тоже не изменяются.

В обоих рассмотренных случаях соотношение (6) трансформировалось в уравнение линии, которую по ее физическому смыслу следует называть кривой нейтральной устойчивости в плоскости соответствующих параметров.

4. Поверхность нейтральной устойчивости

В общем случае, когда $W \neq 0$ и $Ra \neq 0$, соотношение (6) при фиксированных значениях α и μ определяет уравнение поверхности нейтральной устойчивости в пространстве безразмерных параметров (k, Ra, W) . Так же как кривые, изображенные на рис. 1 в плоскостях своих параметров, эта поверхность разделяет пространство параметров (k, Ra, W) на области устойчивости и неустойчивости. Из физического смысла параметров (k, Ra, W) следует, что интерес представляет только октант значений $\{k \geq 0, Ra \geq 0, W \geq 0\}$.

Для построения примера поверхности нейтральной устойчивости по уравнению (6) в пространстве параметров (k, Ra, W) следует определиться со значениями α и μ , при которых этот пример окажется наиболее содержательным. Выбор наиболее показательных значений параметров α и μ осложняется тем, что исторически феномен неустойчивости заряженной свободной поверхности и явление термо-конвективной неустойчивости изучались независимо друг от друга разными исследователями на жидкостях с различными физическими свойствами [5–14]. Однако общей жидкостью, к которой обращались и те и другие исследователи, является вода [1,5,9,10,13]. Относительно толщины жидкого слоя важно понимать, что она не влияет на условия реализации неустойчивости свободной поверхности по отношению к избытку электрического заряда [4]. С другой стороны, толщина жидких слоев в наиболее известных описаниях термо-конвективной неустойчивости во многих случаях измеряется миллиметрами [9–11,14]. На основании сказанного анализ уравнений (4) и (6) будет иллюстрироваться расчетами, выполненными при значениях $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$ и $\alpha = 0.89$, что соответствует слою воды толщиной 3 мм.

На рис. 2 в пространстве безразмерных параметров (k, Ra, W) средствами пакета Maple построена поверхность, определяемая уравнением (6) при фиксированных значениях $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$ и $\alpha = 0.89$. Пересечение построенной поверхности с плоскостью OkW происходит по кривой, аналогичной изображенной на рис. 1, *a*, но с положением минимума $W_c = 2$ в точке $k_W = \alpha^{-1} \approx 1.1$, а пересечение с плоскостью $OkRa$ осуществляется по кривой, изображенной на рис. 1, *b*. На рис. 2, *a* и *b* изображена одна и та же поверхность, но в разных ракурсах. Для удобства восприятия расположение плоскости OkW помечено жирными уголками, а в плоскости $OkRa$ длинным пунктиром построена прямоугольная рамка. На обоих рисунках начало координат $k = Ra = W = 0$ отмечено меткой в виде жирной точки.

Поверхность, построенная на рис. 2 состоит из нескольких визуально отличающихся частей: части Γ_1 и Γ_2 изображены сплошными линиями, а части Π_1 и Π_2 — пунктиром. Основанием для такого изображения является неразличимая в масштабе рис. 2 специфика строения анализируемой поверхности.

На рис. 3 в разных масштабах изображены линии, которые получаются в сечении поверхности, представленной на рис. 2 плоскостью Ω , которая в пространстве (k, Ra, W) описывается уравнением $k = 2$. Из сравнения рис. 3, *a* и *b* видно, что линии, которые в масштабе рис. 3, *a* визуально кажутся продолжением друг друга, при детализации зависимости на рис. 3, *b* оказываются частями каждой своей кривой, имеющей резкий изгиб. Расчеты показывают, что аналогичная картина получается при построении сечений рассматриваемой поверхности другими плоскостями $k = \text{const}$.

Описанное поведение линий пересечения поверхности, изображенной на рис. 2, с плоскостями $k = \text{const}$

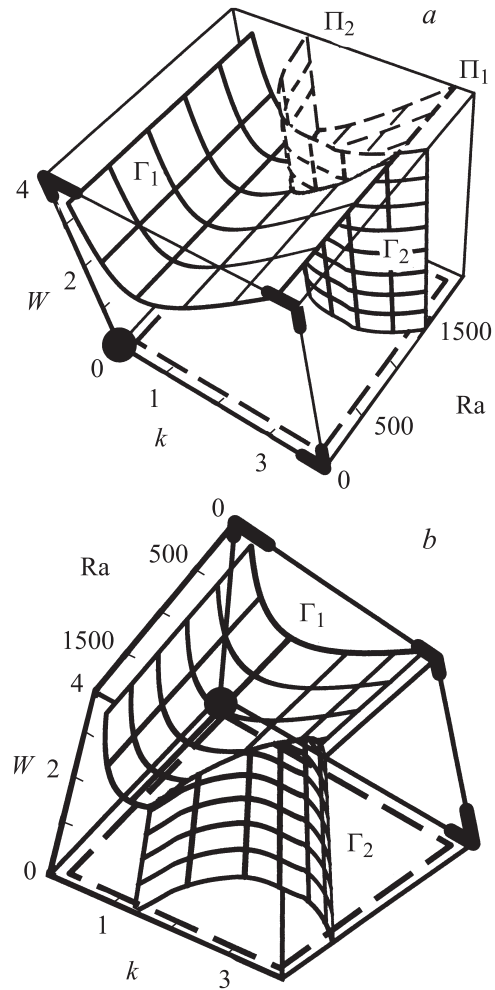


Рис. 2. Поверхность, определяемая уравнением (6) в пространстве безразмерных параметров (k, Ra, W) , при фиксированных значениях параметров $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$. Сплошными линиями изображена поверхность нейтральной устойчивости Γ . Пунктиром изображена поверхность „вторичной потери устойчивости“ Π . *a* — вид на поверхность из точки, расположенной в полупространстве $W > 0$; *b* — $W < 0$.

означает, что в масштабе рис. 2 части Π_1 и Π_2 только выглядят как продолжения фрагментов Γ_1 и Γ_2 . На самом деле фрагменты Γ_1 и Γ_2 переходят не в Π_1 и Π_2 , а друг в друга, в результате весьма крутого, но все же непрерывного перегиба. В масштабе рис. 2 этот перегиб воспринимается как излом поверхности, изображенной сплошными линиями. Сплошные линии на рис. 2 изображают, таким образом, отдельную поверхность, которую будем обозначать Γ . Аналогично Π_1 и Π_2 образуют свою самостоятельную поверхность Π , имеющую резкий перегиб. Изображение поверхности Π на рис. 2, *a* выполнено пунктиром.

Представление поверхности Γ сплошными линиями, а Π — пунктиром имеет еще один смысл. Дело в том, что только поверхность Γ разграничивает пространство параметров (k, Ra, W) на области устойчивости

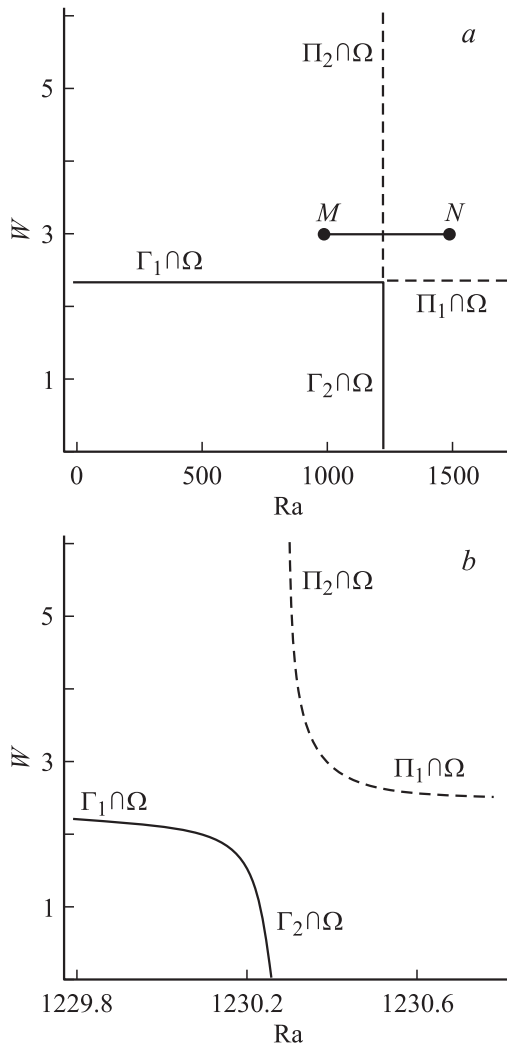


Рис. 3. Линия пресечения поверхности, изображенной на рис. 2, с плоскостью Ω : $k=2$ в пространстве параметров (k, Ra, W) . *a* — масштаб со слабой детализацией области пунктирной и сплошной линий (отрезок MN : $\{k=2; 1000 \leq Ra \leq 1500; W=3\}$ находится в пространстве параметров (k, Ra, W) в области неустойчивости и пересекает поверхность Π); *b* — масштаб с улучшенной детализацией области сближения пунктирной и сплошной линий.

и неустойчивости и является истинной поверхностью нейтральной устойчивости. Поверхность Π имеет другой смысл.

Для пояснения сказанного обратим внимание, что в результате пересечения Γ с плоскостями OkW и $OkRa$ получаются кривые нейтральной устойчивости в плоскостях параметров (k, W) и (k, Ra) , описанные в разд. 3. По непрерывности поверхность Γ наследует свойство этих кривых разграничивать области устойчивости и неустойчивости во множестве соответствующих параметров. Анализ сечений Γ различными плоскостями $Ra = \text{const}$ позволяет проследить непрерывное изменение формы границы устойчивости в плоскости параметров (k, W) при непрерывном изменении Ra . Аналогич-

но рассмотрение сечений поверхности Γ плоскостями $W = \text{const}$ дает возможность изучить изменение формы границы устойчивости в плоскости параметров (k, Ra) при непрерывно изменяющихся значениях W .

Чтобы определить, с какой стороны поверхности Γ находится множество параметров (k, Ra, W) , соответствующих устойчивому режиму эволюции возмущений, следует заметить, что это множество является трехмерной областью, которая в пересечении с плоскостями $OkRa$ и OkW должна давать двумерные области устойчивости в плоскостях параметров (k, Ra) и (k, W) , о которых говорилось выше. Несложно заметить, что для реализации этого соответствия трехмерная область устойчивости в пространстве параметров (k, Ra, W) должна располагаться по ту сторону поверхности Γ , которая содержит начало координат $k=0; Ra=0; W=0$. По другую сторону поверхности Γ располагается область неустойчивости. Точки самой поверхности Γ соответствуют состояниям нейтральной устойчивости (при фиксированных значениях α и μ).

В отличие от Γ , поверхность Π не пересекается с плоскостями OkW и $OkRa$ и не имеет никакого отношения к кривым, изображенным на рис. 1, описывающим состояние нейтральной устойчивости в частных случаях $Ra=0$ и $W=0$. Кроме того, поверхность Π целиком располагается в пространстве параметров (k, Ra, W) с той стороны поверхности Γ , которая, как выяснилось, является областью неустойчивости.

Для объяснения смысла поверхности Π на рис. 4 построены значения действительной части безразмерной комплексной частоты $\text{Re}(s)$ для двух корней дисперсионного уравнения (4) в зависимости от значений парамет-

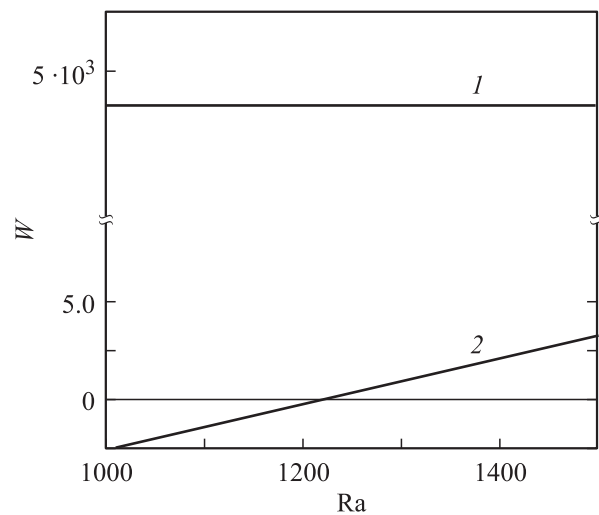


Рис. 4. Зависимости действительных частей комплексной частоты $\text{Re}(s)$ от параметра Ra для двух корней дисперсионного уравнения (4), рассчитанные при $k=2; W=3; \mu=5.6 \cdot 10^{-7}; \alpha=0.89$. При изменении Ra от 1000 до 1500 точка пространства параметров (k, Ra, W) , которой соответствуют вычисленные корни, движется вдоль отрезка MN , изображенного на рис. 3, *a*.

ра Ra , изменяющегося в пределах от $Ra = 1000$ до 1500 при фиксированных значениях остальных параметров: $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$; $Pr = 6.7$, $k = 2$, что, как и прежде, соответствует слою воды толщиной 3 mm . Значения параметров выбраны так, что при изменении Ra в заданных пределах соответствующая точка пространства безразмерных параметров (k, Ra, W) перемещается в плоскости Ω : $k = 2$ вдоль отрезка MN , изображенного на рис. 3, *a*. Точка пересечения этого отрезка с вертикальной пунктирной линией на рис. 3, *a* является одновременно точкой пересечения MN с поверхностью Π в пространстве параметров (k, Ra, W) .

Отрезок MN располагается в пространстве параметров (k, Ra, W) по ту сторону поверхности Γ , которая является трехмерной областью неустойчивости. Как следствие, наличие на рис. 4 ветви I , соответствующей корню дисперсионного уравнения (4) с положительной действительной частью (инкрементом нарастания неустойчивости) $\text{Re}(s) = 5 \cdot 10^3 > 0$ при всех значениях Ra из выбранного интервала. Кривая 2 характеризует поведение еще одного корня дисперсионного уравнения, который является устойчивым с $\text{Re}(s) < 0$, с одной стороны от поверхности Π , нейтрально устойчивым с $\text{Re}(s) = 0$ при $(k, Ra, W) \in \Pi$ и неустойчивым с $\text{Re}(s) > 0$ по другую сторону поверхности Π . Описанная закономерность подтверждается расчетами по вычислению корней дисперсионного уравнения (4) и при других значениях физических параметров.

Таким образом, поверхность Π , находится в трехмерной области неустойчивости пространства параметров $(k, Ra, W) \in \Pi$, разделяет эту область на две части: по одну сторону Π располагаются те значения параметров (k, Ra, W) , при которых дисперсионное уравнение имеет только один неустойчивый корень с $\text{Re}(s) > 0$, а по другую сторону оказываются значения (k, Ra, W) , при которых дисперсионное уравнение имеет два неустойчивых корня. Можно назвать Π поверхностью „вторичной потери устойчивости“.

В связи со сказанным далее под поверхностью нейтральной устойчивости будет подразумеваться именно поверхность Γ .

5. Влияние тепловой конвекции на закономерности развития неустойчивости свободной поверхности по отношению к избытку электрического заряда

Рассмотрим, как изменится классическая картина развития неустойчивости заряженной поверхности горизонтального жидкого слоя по отношению к избытку поверхностного заряда, если в самом слое создать условия для возникновения тепловой конвекции.

Исследуем изменение формы кривой нейтральной устойчивости в плоскости параметров (k, W) , построив сечения поверхности нейтральной устойчивости Γ

плоскостями $Ra = \text{const}$. Для краткости построенные таким образом линии пока будем называть „кривые нейтральной устойчивости“, не поясняя каждый раз их расположение в плоскости параметров (k, W) . При $Ra = 0$ получим результат классической теории [2,4]. Увеличивая значения Ra , проследим за появляющимися изменениями. Расчеты проведем при фиксированных значениях $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$ и $\alpha = 0.89$.

Как и в разд. 3, обозначим $k_W = \alpha^{-1}$ безразмерное значение наиболее неустойчивого волнового числа для неустойчивости по отношению к избытку поверхностного электрического заряда, когда подогрев со стороны дна отсутствует. Этому волновому числу соответствует критическое значение безразмерного параметра Тонкса–Френкеля $W_c = 2$. Символом $k_{Ra} = 2.7$ будем обозначать безразмерное значение наиболее неустойчивого волнового числа для термоконвективной неустойчивости, развивающейся при отсутствии поверхностного электрического заряда. Отвечающее этому волновому числу критическое значение параметра Рэлея, как и выше, обозначим $Ra_c = 1100.6$.

Согласно вышесказанному, при отсутствии вертикального градиента температуры ($Ra = 0$) форма кривой нейтральной устойчивости описывается уравнением

$$W = (\alpha k)^{-1} + \alpha k$$

со значением $\alpha = 0.89$. Эта кривая аналогична изображенной на рис. 1, *a*, но с минимумом $W_c = 2$, расположенным при $k_W = \alpha^{-1} \approx 1.1$. Расчеты показывают, что с ростом значения Ra изменения в форме кривой нейтральной устойчивости весьма незначительны вплоть до значения $Ra = 1100$ близкого к критическому, $Ra_c = 1100.6$.

На рис. 5, *a* представлены кривые нейтральной устойчивости, рассчитанные при значениях $Ra = 1100$ (кривая 1) и $Ra = 1101$ (линии 2 и 3). Рисунок показывает, что при $Ra = 1100$ в малой окрестности точки $k_{Ra} = 2.7$ в кривой нейтральной устойчивости формируется малый, но заметный в масштабе рисунка „провал“. Уже при $Ra = 1101$ этот „провал“ превращается в „разрыв“. Образуются две ветви кривой нейтральной устойчивости 2 и 3, которые формируют в окрестности $k_{Ra} = 2.7$ интервал AB (см. рис. 5, *b*) значений волновых чисел k , неустойчивых вне зависимости от величины W . На рис. 5, *b* в удобном масштабе и с использованием расчетов более высокой точности показаны этапы развития „провала“ с увеличением числа Рэлея от 1100 до 1101 . Выяснилось, что разрыв происходит при значении $Ra = 1100.638$. Это значение совпадает с критическим значением Ra_c , вычисленным с соответствующей точностью.

На рис. 6 построены ветви кривой нейтральной устойчивости при $Ra = 1110$ и значениях остальных параметров, соответствующих рис. 5, *a*. Как видно из этих рисунков, при числах Рэлея выше значения $Ra = 1100.638$ наличие подогрева вносит в характер развития неустойчивости свободной заряженной поверхности жидкости

существенные изменения по сравнению с общеизвестной теорией этой неустойчивости [2]. При $Ra > 1100.638$ кривая нейтральной устойчивости состоит не из одной, как в изотермической ситуации (рис. 1, *a*), а из двух ветвей (ветви 2 и 3 на рис. 5 и рис. 6). Эти ветви пересекают ось Ok , а между точками их пересечения с Ok располагается интервал волновых чисел (на рисунках — AB), неустойчивых даже при отсутствии на поверхности электрического заряда. Ширина этого интервала, как следует из сравнения рис. 5, *a* и 6, растет с увеличением числа Рэлея. Очевидно, при значении $W = 0$ имеет место интервал волновых чисел, отвечающих за развитие чисто термо-конвективной неустойчивости. Развитая в настоящей работе линейная теория не предсказывает существенного влияния заряда на характер развития неустойчивости возмущений с волновыми числами из

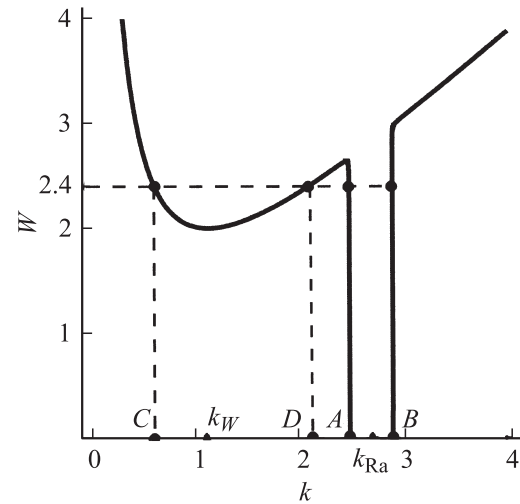


Рис. 6. Кривая нейтральной устойчивости в плоскости параметров (k, W) , рассчитанная по уравнению (6) при $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$; $\alpha = 0.89$ и $Ra = 1110$. На оси Ok обозначены интервалы AB и CD неустойчивых волновых чисел, формирующиеся при значении параметра $W = 2.4$.

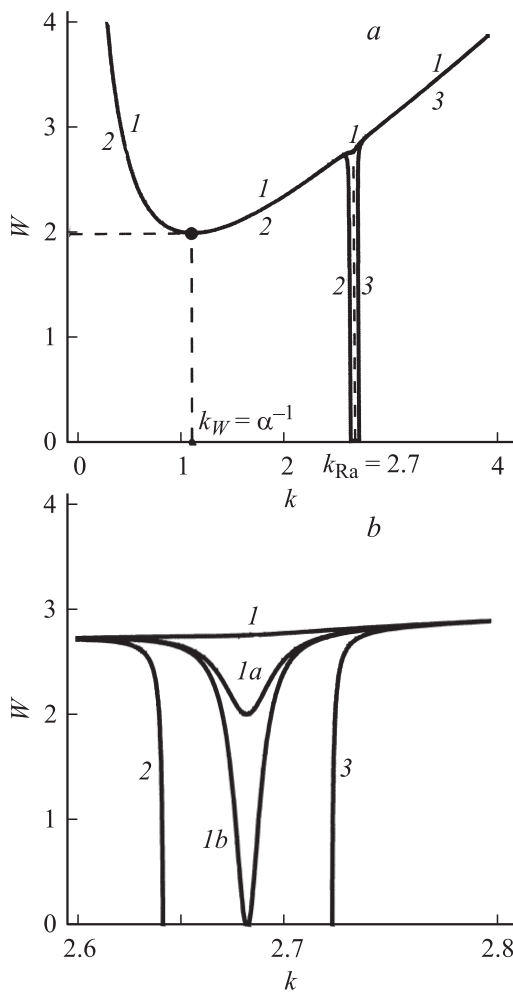


Рис. 5. Кривые нейтральной устойчивости в плоскости параметров (k, W) , рассчитанные по уравнению (6) при $\mu = 5.6 \cdot 10^{-7}$, $\alpha = 0.89$ и различных значениях параметра Ra . *a* — расчет с типичной точностью: 1 — $Ra = 1100$; 2, 3 — 1101 (два номера при одной линии означают совпадение соответствующих кривых в зоне нумерации); *b* — расчет с повышенной точностью в более детальном масштабе: 1 — $Ra = 1100$; 1*a* — 1100.608; 1*b* — 1100.638; 2, 3 — 1101.000.

интервала AB . В частности, расчеты показали, что инкременты нарастания амплитуды этих возмущений весьма слабо зависят от значений W .

Для иллюстрации другого нового эффекта, проявляющегося при $Ra > 1100.638$, на рис. 6 пунктирными линиями выполнено вспомогательное построение. Оно показывает, что при $W > W_c = 2$ существуют значения W (в качестве примера на рис. 6 выбрано $W = 2.4$), при которых множество неустойчивых волновых чисел состоит из двух интервалов AB и CD .

Из рис. 5, *a* и 6 следует, что ширина одного интервала — AB — управляется изменением параметра Ra , а ширина другого — CD — регулируется значениями параметра W . Вспомогательное построение (рис. 6) обнаруживает наличие двух интервалов, только если $k_W \neq k_{Ra}$, и если левый край A интервала AB не захватывает точку $k = k_W$. Расчеты показывают, что с ростом Ra интервал AB расширяется, и точка A сдвигается влево, достигая точки $k = k_W$ при $Ra = 2541$. Если значение числа Рэлея больше $Ra = 2541$, то независимо от величины $W > W_c = 2$ множество неустойчивых значений волновых чисел представляет собой один общий интервал, более широкий, чем интервал неустойчивых волновых чисел в условиях отсутствия подогрева.

Кроме представленных были проанализированы кривые нейтральной устойчивости при других значениях α и μ . Выяснилось, что для слоев воды толщиной от 1 mm до 1 cm (см. соответствующие значения физических параметров в разд. 3) получаются кривые нейтральной устойчивости со свойствами, аналогичными рассмотренным, но с другим значением волнового числа $k = k_W$, при котором на кривой нейтральной устойчивости достигается минимум $W_c = 2$. При изменении толщины слоя воды значение k_W изменяется от 0.37 для

1 mm до 3.7 для 1 cm. При толщине 7.3 mm реализуется ситуация $k_W = k_{Ra} = 2.7$, когда не наблюдается образования двух интервалов значений неустойчивых волновых чисел. Для толщины слоя более 7.3 mm выполняется неравенство $k_{Ra} < k_W$, и разрыв (интервал AB) кривой нейтральной устойчивости в отличие от ситуации, представленной на рис. 5, *a* и *b*, оказывается расположенным слева от точки $k = k_W$. При этом интервал AB располагается слева от интервала CD . Расчеты показали, что при $\mu < 10^{-5}$ все цифры в записи $k_{Ra} = 2.7$ и $Ra_c = 1101.6$ остаются верными при изменении α , по крайней мере, в диапазоне $10^{-3} < \alpha < 10^3$.

Обнаруженные свойства кривой нейтральной устойчивости означают, что развитие неустойчивости заряженной поверхности жидкого слоя по отношению к избытку поверхностного заряда может происходить в различных режимах, зависящих как от разности температур между дном и свободной поверхностью, так и от глубины жидкости. Отчетливые отличия от изотермической теории развития неустойчивости заряженной поверхности жидкости возникают при разности температур, характеризующейся критическими (в смысле условий развития конвекции) значениями числа Рэлея, которые при $\mu < 10^{-5}$ определяются как $Ra > 1101.6$. В этом случае существует режим развития неустойчивости заряженной поверхности жидкого слоя, значительно отличающийся от общеизвестного. Главное свойство этого режима — совместное участие в развитии неустойчивости двух диапазонов неустойчивых волновых чисел. Каждый из диапазонов определяет свой непрерывный набор неустойчивых длин волн. На начальной стадии развития неустойчивости суперпозиция этих волн предопределяет форму того геометрического образования, которое развивается на свободной поверхности в условиях неустойчивости. Наличие двух диапазонов неустойчивых волновых чисел свидетельствует о развитии возмущений двух геометрически различных конфигураций — двух „рисунков“ искажения свободной поверхности. Сам характер этих „рисунков“ на основании развитой здесь линейной теории определить невозможно. Для этого необходимо рассмотреть нелинейную стадию развития неустойчивости.

Согласно анализу рис. 5 и 6 ширина одного из интервалов неустойчивых волновых чисел чувствительна к значению поверхностной плотности электрического заряда, а другого — к приложенной между дном и свободной поверхностью разности температур. По физическому смыслу, по крайней мере на начальной стадии развития неустойчивости, один из интервалов неустойчивых волновых чисел следует связать с образованием конусов Тейлора, а другой — с формированием ячеек Бенара. Изменяя значения W и Ra , можно независимо регулировать форму этих двух образований.

Кроме ширины каждый из интервалов неустойчивых волновых чисел характеризуется положением его центра на оси Ok . Естественно предположить, что k_{Ra} характеризует примерное положение центра одного интервала

на оси Ok , а k_W — другого (см. рис. 6). С физической точки зрения значение k_{Ra}/k_W (в рассмотренных при расчетах ситуациях $k_{Ra}/k_W = 2.7\alpha^*/h^*$) характеризует отношение двух характерных линейных масштабов. Один из них характеризует искажение свободной поверхности за счет неустойчивости волновых чисел из интервала с примерным центром k_W , а другой — искажение, отвечающее интервалу с примерным центром k_{Ra} . Видно, что относительные размеры $k_{Ra}/k_W = 2.7\alpha^*/h^*$ соответствующих искажений (четкость одного искажения на фоне другого), можно регулировать, изменяя размерное значение глубины жидкого слоя и размерное значение капиллярной постоянной.

При значительном увеличении значений W и (или) Ra интервалы неустойчивых волновых чисел расширяются и объединяются в один. Этот же эффект достигается, если $k_{Ra}/k_W = 1$ и интервалы накладываются друг на друга. Очевидно, при этом формируются искажения свободной поверхности только одного типа. Форму этих искажений в рамках линейной теории определить невозможно.

Заключение

Общепринятые теоретические представления о закономерностях развития неустойчивости заряженной поверхности горизонтального жидкого слоя по отношению к избытку поверхностного электрического заряда не отражают ряда специфических эффектов, проявляющихся, когда между дном и свободной поверхностью поддерживается положительная разность температур, т.е. в условиях действия в жидком слое механизмов развития тепловой конвекции. В присутствии этих механизмов множество неустойчивых волновых движений, реализующихся на закритически заряженной поверхности, существенно шире, чем в изотермических обстоятельствах. Это множество в зависимости от значений параметров рассматриваемой физической системы может состоять из одного или двух интервалов.

В случае двух интервалов неустойчивых волновых чисел каждому из них соответствует своя геометрическая конфигурация искажения, формирующегося на свободной поверхности в результате развития неустойчивости. Форма каждого искажения зависит от набора формирующих его неустойчивых волновых движений, т.е. от ширины соответствующего интервала неустойчивых волновых чисел. В свою очередь, ширина каждого из интервалов регулируется своим параметром: ширина одного — растет с увеличением поверхностной плотности заряда, а ширина другого — увеличивается с ростом разности температур между дном и свободной поверхностью. Отчетливость эффекта „раздвоения“ множества неустойчивых волновых движений можно усилить, ослабить или полностью подавить, изменяя толщину жидкого слоя и капиллярную постоянную жидкости. Эти параметры отвечают за относительные

размеры двух видов искажений свободной поверхности, одно из которых формируется преимущественно за счет механизма дестабилизации поверхности электрическими силами, а другое — главным образом, за счет развития тепловой конвекции.

При подавлении эффекта „раздвоения“ множества неустойчивых волновых движений формируется только один общий интервал значений неустойчивых волновых чисел, который оказывается шире, чем в изотермической ситуации.

Список литературы

- [1] *Tonks L.A.* // *Phys. Rev.* 1935. Vol. 48. P. 562–568.
- [2] *Френкель Я.И.* // *ЖЭТФ.* 1936. Т. 6. № 6. № 4. С. 348–350.
- [3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* *Электродинамика сплошных сред.* М.: Наука, 1992. 662 с.
- [4] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Коромыслов В.А., Белоножко Д.Ф.* // *ЖТФ.* 1997. Т. 67. Вып. 8. С. 27–33.
- [5] *Taylor G.I., McEwan A.D.* // *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 22. N 1. P. 1–15.
- [6] *Габович М.Д.* // *УФН.* 1983. Т. 140. № 1. С. 137–151.
- [7] *Bailey A.G.* // *Atomization and Spray Technology.* 1986. Vol. 2. P. 95–134.
- [8] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Шевченко С.И.* // *Научное приборостроение.* 1991. Т. 1. № 3. С. 25–43.
- [9] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости.* М.: Наука, 1972. 392 с.
- [10] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А.* *Устойчивость конвективных течений в жидкостях.* М.: Наука, 1989. 320 с.
- [11] *Дразин Ф.* *Введение в теорию гидродинамической устойчивости.* М.: Физматлит, 2005. 288 с.
- [12] *Гетлинг А.В.* *Конвекция Релея–Бенара. Структуры и динамика.* М.: Эдиториал, 1999. 248 с.
- [13] *Шишкин Н.С.* // *УФН.* 1947. Т. 31. № 4. С. 461–490.
- [14] *Фабер Т.Е.* *Гидроаэродинамика.* М.: Постмаркет, 2001. 560 с.
- [15] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // *ЖТФ.* 2006. Т. 76. Вып. 9. С. 42–45.
- [16] *Гольдштейн Р.В., Городцов В.А.* *Механика сплошных сред. Ч. I.* М.: Наука, 2000. 256 с.
- [17] *Изаксон В.Х., Юдович В.И.* // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1968. № 4. С. 23–28.
- [18] *Изаксон В.Х.* *ПМТФ.* 1969. № 3. С. 89–92.
- [19] *Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И.К. Кикоина.* М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.