# 01;06 Квазиимпульсный стохастический резонанс в металлических сверхрешетках

#### © А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет, 432970 Ульяновск, Россия e-mail: shuty@mail.ru

#### (Поступило в Редакцию 16 сентября 2008 г.)

На основе численного анализа системы связанных магнитных моментов многослойной металлической структуры исследован возбуждаемый продольным магнитным полем, включающим гармонический сигнал и шум, новый тип стохастического резонанса, который характеризуется наличием фазы покоя и фазы стохастических колебаний. Выявлена возможность управления резонансом за счет изменения величины статического поля, а также параметров шума и гармонического сигнала.

PACS: 05.45.Pq, 02.50.Ey, 75.70.Cn

### Введение

Исследования стохастической динамики в настоящее время интенсивно развиваются и являются одними из наиболее актуальных. Это связано, во-первых, со стремлением анализировать модели, наиболее приближенные к реальным системам, в динамику которых включаются различные случайные факторы, а во-вторых, с обнаружением ряда интересных эффектов, обусловленных влиянием шума [1]. К одному из таких эффектов относится стохастический резонанс, имеющий место в бистабильных системах различной природы и проявляемый в значительном увеличении их отклика на регулярный сигнал при оптимальной интенсивности шума [2–6]. Как правило, исследуются при этом структуры с сильным демпфированием [1].

Рассмотрение стохастичности, в том числе стохастического резонанса, широко проводится также в отношении магнитных систем [7–9]. При этом пленочные и многослойные магнитоупорядоченные структуры являются весьма удобными объектами (с точки зрения возбуждения и наблюдения различных режимов) для анализа универсальных закономерностей хаотической и стохастической динамики [10–12].

В настоящей работе проводится исследование стохастического резонанса, который возникает при регулярном и шумовом воздействии продольного магнитного поля в мультислойной структуре, состоящей из металлических нанослоев и имеющей антиферромагнитный тип упорядочения магнитных моментов.

#### Основные уравнения и соотношения

Примем, что структура состоит из большого числа  $(n \gg 1)$  слоев магнитного металла с намагниченностью  $\mathbf{M}_i$  (i — номер слоя), разделенных немагнитными прослойками. Границы раздела слоев будем считать достаточно гладкими, а ферромагнитные слои — одно-

родно намагниченными. Данные приближения широко используются при исследовании ориентационных фазовых переходов в мультислойных наноструктурах [13], а их корректность подтверждается экспериментально при рассмотрении ферромагнитного резонанса в структурах (Fe/Cr)<sub>n</sub> [14]. Для структур данного типа магнитная анизотропия складывается из однослойной наведенной анизотропии и кристаллографической кубической анизотропии с осями [100] и [010], лежащими в плоскости слоев.

Плотность свободной энергии системы определяется выражением

$$F = \sum_{i}^{n} \left[ -(\mathbf{H} + \mathbf{h})\mathbf{M}_{i} + \frac{K_{1i}}{4} \left( \sin^{2} 2\psi_{i} + \cos^{4} \psi_{i} \sin^{2} 2\varphi_{i} \right) + \left( K_{ui} - 2\pi M_{i}^{2} \right) \cos^{2} \psi_{i} + \frac{J}{2} \mathbf{m}_{i} \mathbf{m}_{i+1} \right], \qquad (1)$$

где  $\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i/M_i$ , J — константа билинейной связи, обусловленной косвенным обменным взаимодействием магнитных моментов ближайших слоев, которая зависит в общем случае от параметров системы, включая толщину ферромагнитных слоев и прослоек;  $K_{1i}$  — первая константа кубической анизотропии,  $K_{ui}$  — константа ростовой анизотропии;  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{h}$  — статическое и переменное магнитные поля;  $\varphi_i$  — отсчитываемый от оси [100] азимутальный угол, определяющий плоскостную ориентацию магнитного момента;  $\psi_i$  — угол выхода вектора  $\mathbf{M}_i$  из плоскости пленки.

Далее ограничимся случаем продольного линейно поляризованного переменного поля ( $\mathbf{H} \parallel \mathbf{h}$ ) и ориентацией внешних магнитных полей вдоль оси [100]. Магнитные слои принимаются идентичными, т. е.  $M_i = M$ ,  $K_{1i} = K_1$ ,  $K_{ui} = K_u$ , а константа связи J — положительной, что обеспечивает антиферромагнитную связь магнитных моментов соседних слоев. Таким образом, вся совокупность магнитных слоев разбивается на две подсистемы, обозначаемые ниже индексом j = 1, 2. Уравнения движения для векторов намагниченности каждой из магнитных подсистем в сферической системе координат имеют вид [15]:

$$\dot{\varphi}_{j}M\cos\psi_{j} = \gamma \frac{\partial F}{\partial\psi_{j}} - \frac{\lambda}{M} \frac{1}{\cos\psi_{j}} \frac{\partial F}{\partial\varphi_{j}},$$
$$\dot{\psi}_{j}M = -\frac{\lambda}{M} \frac{\partial F}{\partial\psi_{i}} - \gamma \frac{1}{\cos\psi_{i}} \frac{\partial F}{\partial\varphi_{i}},$$
(2)

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\lambda$  — параметры диссипации. При численном анализе будем использовать параметры реальной структуры (Fe/Cr)<sub>n</sub>. Для слоев железа принимаем M = 1620 G,  $K_1 = 4.6 \cdot 10^5$  erg/cm<sup>3</sup>,  $K_u = 2.06 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup>,  $\lambda = 5 \times \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.76 \cdot 10^7$  (Oe · s)<sup>-1</sup>. Параметры слоев хрома явно в (1) не входят — они определяют величину константы связи *J* [13,14].

В отсутствии переменного поля из-за больших размагничивающих полей при плоскостном поле H магнитные моменты лежат в плоскости слоев, т.е. равновесные углы  $\psi_{0j} = 0$ . Анализ равновесных состояний показывает [16], что при исходных (когда H = 0) углах магнитных моментов  $\varphi_{01} = -\varphi_{02} = \pi/2$  в интервале значений  $0 < H \leq H_a$  равновесной является неколлинеарная симметричная ( $\varphi_{02} = -\varphi_{01}$ ) их ориентация.

Увеличение поля приводит к уменьшению угла между магнитными моментами  $\Delta \varphi_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02}$ . Данный угол при критическом значении поля  $H_a$  достигает минимальной величины

$$\Delta \varphi_0 = 2 \arccos\left(\frac{J+K_1}{6K_1}\right)^{1/2},\tag{3}$$

после чего в результате ориентационного фазового перехода устанавливается коллинеарная и сонаправленная с полем ориентация магнитных моментов. Восстановление неколлинеарной конфигурации при уменьшении H происходит в результате обратного фазового перехода, когда  $H = H_b < H_a$ . Таким образом, изменение величины подмагничивающего поля сопровождается петлями ориентационного гистерезиса и связанными с ними состояниями бистабильности.

Выражения для критических значений полей имеют вид:

$$H_a = \frac{K_1}{M} \left(\frac{2J + 2K_1}{3K_1}\right)^{3/2}, \quad H_b = \frac{2}{M} \left(J - K_1\right).$$
(4)

С увеличением константы связи петля гистерезиса сужается, а угол  $\Delta \varphi_0$  уменьшается и при значении  $J = J_{ab}$ , соответствующем равенству  $H_a = H_b$ , обращается в нуль вместе с исчезновением петли гистерезиса.

Уравнения движения (2) с учетом хорошо выполняемых для металлических магнитных пленок соотношений  $4\pi M^2 \gg 2K_1$  и  $\lambda \ll \gamma M$  могут быть преобразованы к системе [15]:

$$\ddot{\varphi}_j + 4\pi\lambda\dot{\varphi}_j + 4\pi\gamma^2 \frac{\partial F}{\partial\varphi_j} = 0, \quad \dot{\psi}_j = -\frac{\ddot{\varphi}_j}{4\pi M}.$$
 (5)

При этом благодаря симметричной ориентации полей относительно осей анизотропии магнитные моменты двух подсистем всегда находятся в противофазе:  $\varphi_1(t) = -\varphi_2(t) = \varphi(t), \psi_1(t) = -\psi_2(t) = \psi(t)$ . Кроме того, в связи с малостью углов их выхода из плоскости пленок (для используемых параметров  $\psi(t)_{\text{max}} \sim 10^{-2} \text{ deg}$ ) пространственную прецессию можно заменить плоскостным колебанием. В результате система уравнений (5) сводится к уравнению:

$$\ddot{\varphi} + 4\pi\lambda\dot{\varphi} + 4\pi\gamma^2 [(H+h(t))M\cos\varphi + (K_1\cos 2\varphi - J)\sin 2\varphi] = 0.$$
(6)

Ранее было показано [10,11], что при реализации узких петель гистерезиса под воздействием продольного переменного поля, изменяющегося по гармоническому закону  $h(t) = h_h \sin(\omega t)$  и имеющего амплитуду  $h_h$ , близкую к ширине петли, в рассматриваемой системе развиваются различные регулярные и хаотические режимы. На достаточно малых частотах ( $\omega \le 10-40$  MHZ) возбуждаются периодические режимы, имеющие вид перескоков между тремя равновесными состояниями (с  $\varphi_0^{(1)} = 0$  и  $\varphi_0^{(2)} = -\varphi_0^{(3)} \ne 0$ ).

В качестве примера на рис. 1 приведена временная зависимость азимутального угла колебаний магнитных моментов  $\varphi(t)$  при амплитуде периодического поля  $h_h = 0.2$  Ое и частоте  $\omega/2\pi = 3$  MHz (где не оговорено дополнительно, берется это же значение частоты); в условных единицах на рисунке показана также зависимость h(t). Константа связи принимается равной  $J = 1.13 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup> (близкой к значению  $J_{ab} \approx 1.15 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup>), подмагничивающее поле



**Рис. 1.** Временная зависимость азимутального угла колебаний магнитных моментов в отсутствие шума при величине статического поля H = 2227.4 Ое, амплитуде периодического поля  $h_h = 0.2$  Ое и частоте  $\omega/2\pi = 3$  MHz.

Журнал технической физики, 2009, том 79, вып. 7



Рис. 2. Временная зависимость колебательного угла при H = 2227.4 Oe,  $h_h = 0.15$  Oe,  $\sigma = 6.5$ , 10, 15 Oe (a-c) и H = 2228.1,  $h_h = 1$ ,  $\sigma = 20$  Oe (d);  $\tau = 2 \cdot 10^{-12}$  s; серой линией (c) в условных единицах представлена функция sin $(\omega t)$ .

H = 2227.4 Ое (что отвечает середине петли гистерезиса). Режимы данного типа характеризуются наличием "нулевых" фаз, в которых  $\varphi(t) = 0$ , и короткими переходными участками с высокочастотными затухающими колебаниями магнитных моментов; при этом период режимов равен периоду переменного поля (или, в ряде случаев, вдвое его больше), а амплитуда определяется преимущественно углом  $\Delta \varphi_0$ .

# Численный анализ стохастического резонанса

При амплитуде периодического поля  $h_h$ , недостаточной для возбуждения приведенных колебательных режимов, может быть реализован стохастический резонанс, когда гармонический отклик системы на регулярный сигнал имеет максимум при определенном уровне шума. Шумовое воздействие возьмем аддитивно с периодическим полем, считая его также продольным. При этом переменное магнитное поле записывается в виде:

$$h(t) = h_h \sin(\omega t) + \sigma \xi(t), \qquad (7)$$

где  $\sigma$  – параметр, являющийся амплитудой шумового процесса, а  $\xi(t)$  — случайная величина на интервале [-1, 1], которая дискретно изменяется с шагом по времени  $\tau$ , выступающим в роли времени корреляции.

На рис. 2 приведена временная зависимость колебательного угла при  $h_h = 0.15$  Ое и различном максимальном отклонении от нулевого среднего значения случайной составляющей поля:  $\sigma = 6.5$ , 10, 15 Ое (a-c) при  $\tau = 2 \cdot 10^{-12}$  s (здесь и далее), остальные параметры соответствуют рис. 1; рис. 2, *d* отвечают следующие значения: *H* = 2228.1 Ое, *h<sub>h</sub>* = 1 Ое,  $\sigma = 20$  Ое. Из приведенного рисунка видно, что в рассматриваемой системе при малом уровне шума колебания отсутствуют или имеют место отдельные всплески (*a*), при слишком интенсивном шуме динамика стохастическая (*c*), а в пределах некоторой величины шумового воздействия отсклик системы имеет сильно выраженную регулярную составляющую, совпадающую по частоте с гармоническим сигналом (*b*, *d*), — временная зависимость регулярного сигнала представлена в условных единицах на рис. 2, *c* (серая линия).

Динамика магнитных моментов в случае выявленного стохастического резонанса имеет фазы покоя и фазы стохастических колебаний, симметрично включающих как положительную, так и отрицательную область значений угла  $\varphi$ . При увеличении подмагничивающего поля (удаляясь от критического значения  $H_b$ ) и соответствующем увеличении амплитуд  $h_h$  и  $\sigma$  можно добиться сужения стохастических фаз (d) динамического режима. В силу указанной особенности возбуждаемых колебаний данный стохастический резонанс может быть назван квазиимпульсным.

Для исследования спектра полученной динамики необходимо рассматривать абсолютную величину угла колебаний магнитных моментов. На рис. 3 приведен спектр мощности колебаний модуля азимутального угла  $|\varphi|(t)$  при параметрах, отвечающих рис. 2, *b*, *d* (*a* и *b* соответственно), и при H = 2227.4 Ое,  $h_h = 0.15$  Ое,  $\omega/2\pi = 6$  MHz,  $\sigma = 10$  Ое (*c*). Видно, что максимальной является мощность на частоте гармонического сигнала, а сужение стохастических фаз (*b*), как и следовало ожидать, приводит к некоторому уменьшению мощности на частоте  $\omega$  и увеличению ее на кратных частотах  $2\omega$  и  $3\omega$ .

Зависимость от уровня шума  $\sigma$  мощности колебаний на частоте регулярного сигнала S<sub>w</sub> приведена на рис. 4 для  $h_h = 0.15$ , 0.1, 0.05 Ое (кривые 1-3) и H = 2227.4 Oe; на вставке показана зависимость  $S_{\omega}$  от частоты и амплитуды периодического поля при значении  $\sigma = 10$  Oe, приблизительно отвечающем максимуму мощности. Зависимость  $S_{\omega}(\sigma)$  качественно повторяет зависимость отношения сигнал/шум от интенсивности шума (являясь, однако, более плавной), но требует для численного анализа значительно меньше расчетного времени. Данная зависимость в рассматриваемом эффекте имеет хорошо выраженный максимум, что и отражает проявление стохастического резонанса. При этом с уменьшением амплитуды h<sub>h</sub>, — т.е. с удалением ее от значений, при которых возбуждаются колебательные режимы без дополнительного шумового воздействия, данный максимум уменьшается, однако его расположение (как и при измерении частоты  $\omega$ ) практически не изменяется. Зависимость резонансного максимума мощности колебаний на частоте  $\omega$  от амплитуды периодического поля близка к виду  $S_{\omega} \sim h_{h}^{1/2}$ .

Уменьшение частоты гармонического сигнала (относительно рассмотренной) не приводит к существенному



**Рис. 3.** Спектр мощности колебаний модуля азимутального угла  $|\varphi|(t)$  при параметрах, отвечающих рис. 2, *b* (*a*) рис. 2, *d* (*b*) и при *H* = 2227.4 Oe,  $h_h = 0.15$  Oe,  $\omega/2\pi =$ = 6 MHz,  $\sigma = 10$  Oe (*c*).



**Рис. 4.** Зависимость мощности колебаний на частоте гармонического сигнала  $S_{\omega}$  от уровня шума  $\sigma$  при  $h_h = 0.15$  (1), 0.1 (2), 0.05 (3) Ос и H = 2227.4 Ос; на вставке — зависимость  $S_{\omega}$  от частоты и амплитуды сигнала при  $\sigma = 10$  Ос



Рис. 5. Зависимость от уровня шума  $\sigma$  мощности колебаний  $S_{\omega}$  при  $h_h = 0.15$  Ое и различном шаге по времени изменении случайного параметра;  $\tau$ :  $I = 0.1 \cdot 10^{-10}$ ,  $2 = 0.3 \cdot 10^{-10}$ ,  $3 = 1 \cdot 10^{-10}$ ,  $4 = 10^{-10}$  s.

изменению качества резонансного эффекта, так как стохастическая фаза колебаний всегда реализуется при соответствующей фазе периодического магнитного поля. Увеличение частоты приводит к некоторому слиянию отдельных стохастических фаз, и мощность колебаний магнитной системы на частоте сигнала падает, т.е. проявление стохастического резонанса ухудшается. Зависимость максимума мощности колебаний от  $\omega$  на частоте периодического поля близка к линейной.

Увеличение временно́го параметра *т* приводит к значительному уменьшению уровня шума, отвечающе-

го реализации стохастического резонанса. В качестве примера на рис. 5 приведена зависимость от параметра  $\sigma$  мощности колебаний  $S_{\omega}$  при  $h_h = 0.15$  Ое и различном времени корреляции случайного процесса, остальные параметры сохранены прежними. Следует заметить, что в отсутствие шума в рассматриваемой системе колебания магнитных моментов возбуждаются периодическим продольным магнитным полем на частотах  $\omega/2\pi < 0.4$  GHz [10,11], что ниже выбранных частот случайного изменения поля h(t). Характер колебаний при рассматриваемом квазиимпульсном стохастическом резонансе и основные его особенности с изменением корреляционного времени сохраняются.

#### Заключение

Проведенный анализ возбуждения колебательных режимов связанных магнитных моментов в многослойной металлической структуре продольным переменным магнитным полем, имеющим гармоническую и шумовую составляющие, выявил новый, квазиимпульсный тип стохастического резонанса. При реализации данного режима динамика магнитных моментов имеет фазы покоя и фазы стохастических колебаний, которые приходятся на определенные фазы внешнего гармонического сигнала.

За счет подбора параметров магнитных полей достигается сужение временных интервалов, отвечающих стохастическим колебаниям, что в спектральной характеристике динамики сопровождается увеличением мощности колебаний на частотах, кратных частоте гармонического сигнала. Квазиимпульсный стохастический резонанс наиболее эффективно проявляется на низких частотах (до 1–5 MHz) периодического поля; с повышением частоты происходит слияние стохастических фаз режима, и мощность колебаний на частоте сигнала падает.

Уровень шума, отвечающий проявлению резонанса, может как значительно превосходить уровень гармонического сигнала, так и быть сравнимым с ним, в зависимости от времени корреляции случайного процесса. Обнаруженная сильная зависимость реализации резонансного эффекта от нескольких параметров шумового воздействия существенно увеличивает возможности управления представленной колебательной динамикой. При численном исследовании данного стохастического резонанса использовалась наиболее простая модель случайного процесса, однако основные особенности выявленного эффекта должны сохраняться и в случае других типов шумового воздействия.

В заключение следует заметить, что, как показали дополнительные исследования, при поперечном воздействии шума имеет место иной тип стохастического резонанса: фаза стохастических колебаний отсутствует, а динамика магнитных моментов близка к колебаниям, возбуждаемым продольным периодическим полем при отсутствии шума.

Работа поддержана грантом президента РФ (№ МД-3169.2007.2).

## Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [2] Гинзбург С.Л., Геращенко О.В. // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. Вып. 4 (10). С. 921–931.
- [3] *Геращенко О.В.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 6. С. 82–86.
- [4] Анищенко В.С., Ануфриева М.В., Вадивасова Т.Е. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 20. С. 12–17.
- [5] Ланда П.С., Ушаков В.Г. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86. Вып. 5. С. 356–359.
- [6] Zhou B., Xu W. // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 38.
  N 4. P. 1146–1151.
- [7] Kalmykov Y.P., Raikher Y.L., Coffey W.T., and Titov S.V. // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. P. 012 415.
- [8] Mantegna R.N., Spagnolo B., Testa L., Trapanese M. // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 10E519.
- [9] Testa L., Trapanese M. // Physica B: Cond. Mat. 2008. Vol. 403. N 2–3. P. 486–490.
- [10] Шутый А.М., Семенцов Д.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003.
  Т. 78. Вып. 8. С. 952–956.
- [11] Семенцов Д.И., Шутый А.М. // УФН. 2007. Т. 177. № 8. С. 831–857.
- [12] Шутый А.М. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 3. С. 181–186.
- [13] Демокритов С.О., Дровосеков А.В., Крейнес Н.М., Нембах Х., Рикарт М., Холин Д.И. // ЖЭТФ. 2002. Т. 122. Вып. 6 (12). С. 1233–1246.
- [14] Дровосеков А.Б., Жотикова О.В., Крейнес Н.М., Мещеряков В.Ф., Миляев М.А., Ромашев Л.Н., Устинов В.В. Холин Д.И. // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. Вып. 5 (11). С. 1817– 1833.
- [15] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука-Физматлит, 1994. 464 с.
- [16] Шутый А.М., Семенцов Д.И. // ФММ. 2004. Т. 97. Вып. 2. С. 24–31.