01;09

Отражение и прохождение плоских волн на границе анизотропных случайных дискретных сред

© Ю.Л. Ломухин, Е.Б. Атутов

Отдел физических проблем при президиуме Бурятского Научного Центра СО РАН,
670047 Улан-Удэ, Россия
e-mail: evgeniy_atutov@mail.ru

(Поступило в Редакцию 9 апреля 2008 г. В окончательной редакции 24 июля 2008 г.)

Дано решение уравнений Максвелла в случайный дискретной анизотропной среде при использовании приближения однократного рассеяния и условии погружения в максимально упакованную среду. Определены коэффициенты отражения и прохождения плоских волн на границе пустота–случайная дискретная анизотропная среда. Проведено сравнение расчетных и экспериментальных данных по отражению и прохождению волн вблизи края леса как примера естественной анизотропной случайной дискретной среды.

PACS: 42.25.Dd

Введение

Случайные дискретные среды весьма распространены в природе и технике: объемные решетки [1], фотонные кристаллы [2], оптоволоконные линии [3], атмосферы [4] и весьма распространенные лесные среды, которые являются примером анизотропной с пространственной и частотной дисперсией случайной дискретной средой.

Целью настоящей работы является исследование электромагнитных явлений вблизи границы пустота–случайная анизотропная дискретная среда. Рассматривается поле плоской волны в безграничной случайной анизотропной дискретной немагнитной среде, состоящей из произвольным образом расположенных бесконечно длинных анизотропных цилиндрических элементов, находящихся в воздухе.

Неоднородности представляют собой сочетание двух областей: внутреннего цилиндра радиусом a_1 с диэлектрической и магнитной проницаемостью соответственно $\hat{\varepsilon}_a$, μ_1, и оболочки с $\hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}}$, μ_a^{cr} (верхний индекс „cr“ от англ. crown — крона), радиусом a_2 (рис. 1), $\hat{\varepsilon}_a$ и $\hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}}$ — тензоры.

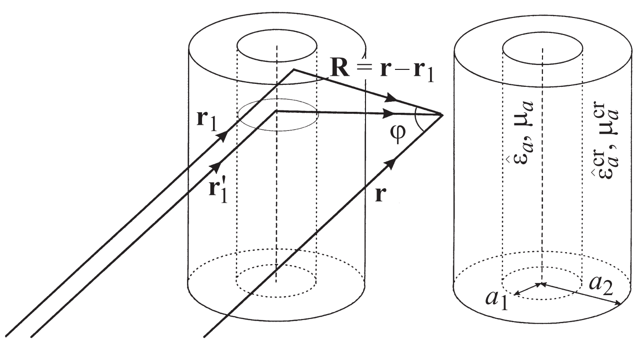

Рис. 1. Случайная дискретная среда.

Неоднородности будем характеризовать эффективной диэлектрической проницаемостью в виде

$$\hat{\varepsilon}_{\text{eff}_a} = \frac{\pi a_1^2 \hat{\varepsilon}_a + (a_2^2 - a_1^2)\hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}}}{\pi a_2^2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 (\hat{\varepsilon}_a - \hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}}) + \hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}},$$

$$\hat{\varepsilon}_{\text{eff}_a} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}_{\text{eff}}.$$

Среднее поле в случайной анизотропной дискретной среде

В соответствии с приведенными выше уравнениями (временную зависимость полей полагаем в виде $\exp(-i\omega t)$) получим

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = -i\omega\hat{\varepsilon}_a(r)\mathbf{E}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = i\omega\mu_a\mathbf{H} \tag{1}$$

и, считая, что

$$\hat{\varepsilon}_a(r) = \langle\hat{\varepsilon}_a(r)\rangle + \Delta\hat{\varepsilon}_a(r),$$

волновое уравнение, описывающее монохроматическую волну, запишем в виде

$$(\operatorname{rot}\operatorname{rot} - k^2)\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k^2 \frac{\Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})}{\langle\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})\rangle}\mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{2}$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — напряженность электрического поля в неоднородной среде, $k^2 = \omega^2\mu_a\langle\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})\rangle$, $\langle\hat{\varepsilon}_a(r)\rangle$ — фоновая диэлектрическая проницаемость, $\Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})$ — диэлектрическая проницаемость включений.

Уравнение (2) представляется в интегральной форме

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi}\int\limits_V d^3\mathbf{r}_1 \hat{T}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)\frac{\Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r}_1)}{\langle\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})\rangle} E(\mathbf{r}_1). \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ — среднее поле в однородной среде с диэлектрической проницаемостью $\hat{\varepsilon}_a = \langle\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r})\rangle$,

$$\hat{T}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) = \frac{k^2}{\hat{\varepsilon}_a R_n}\left(\hat{j} - \frac{\mathbf{RR}}{R^2}\right)\exp(ikR)$$

— пропагатор электромагнитного поля, с точностью до 4π совпадающий с функцией Грина уравнения (2), $\hat{\mathbf{j}}$ — единичный тензор, а $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_1$ [5].

В нашем случае

$$\Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r}_1) = \begin{cases} \hat{\varepsilon}_{\mathrm{eff}_a}, & \mathbf{r}_1 \in V_n; \\ 0, & r_1 \notin V_n, \end{cases} \tag{4}$$

где V_n — объем n-го рассеивателя.

Если цилиндрические элементы размещены в соответствии с законом Пуассона, то плотность вероятности распределения расстояний между ними есть закон Релея:

$$f_1(R_n) = 2\pi\sigma R_n \exp(-\pi\sigma R_n^2), \quad R_n = |r - r_1'|, \tag{5}$$

где σ — средняя плотность неоднородностей.

Случайным в выражении (3) будет и распределение положения элементов по углу φ; считаем его равномерным

$$f_2(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \tag{6}$$

С учетом (4)–(6), ограничиваясь однократным рассеянием (приближение Борна), но, введя множитель β и усредняя по ансамблю реализаций, (3) запишем в виде

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \alpha \int\limits_0^\infty f_1(R_n) \int\limits_0^{2\pi} f_2(\varphi) \int\limits_{V_n} d\mathbf{r}_1 \hat{T}(\mathbf{R}_n)\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) dR_n d\varphi. \tag{7}$$

Множитель α определим из следующего условия. Положим в (7) $\sigma = \sigma_{\max} = \frac{1}{4a_2^2}$, т.е. перейдем к максимально плотной упаковке рассеивающих элементов, при этом дискретную среду можно считать сплошной с диэлектрической проницаемостью $\hat{\varepsilon}_{\mathrm{eff}_a}$ [6,7], тогда

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle \big|_{\sigma=\sigma_{\max}} = \mathbf{E}_{1c}(\mathbf{k}_1\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{2c}(\mathbf{k}_2\mathbf{r}), \tag{8}$$

где $\mathbf{E}_{1c}(\mathbf{k}_1\mathbf{r})$ и $\mathbf{E}_{2c}(\mathbf{k}_2\mathbf{r})$ — собственные плоские волны в анизотропной среде [8].

Подставив (7) в (8), определим α и получим:

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle = \mathbf{E}_0(k_0\mathbf{r})(1-\beta) + \beta\left[\mathbf{E}_{1c}(k_1\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{2c}(k_2\mathbf{r})\right], \tag{9}$$

$$\beta = \frac{\int\limits_0^\infty f_1(R_n) \int\limits_0^{2\pi} f_2(\varphi) \int\limits_{V_n} d\mathbf{r}_1 \hat{T}(\mathbf{R}_n)\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) dR_n d\varphi}{\int\limits_0^\infty f_1(R_n) \int\limits_0^{2\pi} f_2(\varphi) \int\limits_{V_n} d\mathbf{r}_1 \hat{T}(\mathbf{R}_n)\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) dR_n d\varphi \big|_{\sigma=\sigma_{\max}}}. \tag{10}$$

Из (9) следует, что среднее поле в случайной дискретной среде представляет собой суперпозицию волн прямого прохождения, ослабленных в $1-\beta$ раз и рассеянных, вследствие чего неизбежны интерференционные явления.

Интегралы, входящие в выражение (10), вычислены с применением метода стационарной фазы и метода Лапласа с учетом особенностей подынтегральной функции [7]. В результате имеем:

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{p_{\max}}{p}\right)^3} \exp[i(p - p_{\max})] \frac{\sum\limits_{n=0}^{\infty} (i)^{-n} J_n(p)}{\sum\limits_{n=0}^{\infty} (i)^{-n} J_n(p_{\max})}, \tag{10'}$$

где

$$p = \frac{k_0}{2\sqrt{\sigma}}, \qquad p_{\max} = \frac{k_0}{2\sqrt{\sigma_{\max}}},$$

$J_n(p)$ — функция Бесселя первого рода n-го порядка.

Функция (9), описывающая среднее поле в случайной дискретной среде, очевидно, должна совпадать с решением волнового уравнения для сплошной среды ($\beta \to 1$) и с решением волнового уравнения для свободного пространства ($\beta \to 0$). Данные условия выполняются благодаря введению коэффициента β, содержащему параметр p, значение которого для сплошной среды $p = p_{\max}$, а для свободного пространства $p \to \infty$. Случайной дискретной среде соответствуют значения p, лежащие в интервале $p_{\max} < p < \infty$.

Коэффициенты отражения и прохождения

Пусть плоская (ТЕМ) волна распространяется в направлении $\mathbf{k}_{01}$ перпендикулярно оптической оси и падает на границу раздела под углом φ_1 (рис. 2). Рассчитаем коэффициенты отражения и прохождения в случае, когда граница раздела сред совпадает с плоскостью yoz. Плоскость падения Σ совпадает с yox.

Рассмотрим два типа поляризации: первая поляризация — $\mathbf{E}$ параллелен осям цилиндров, вторая — $\mathbf{E}$ перпендикулярен осям рассеивателей.

Рассеивающие анизотропные цилиндрические элементы параллельны оси oz. Диэлектрическую проницаемость цилиндрических элементов считаем такой же, как

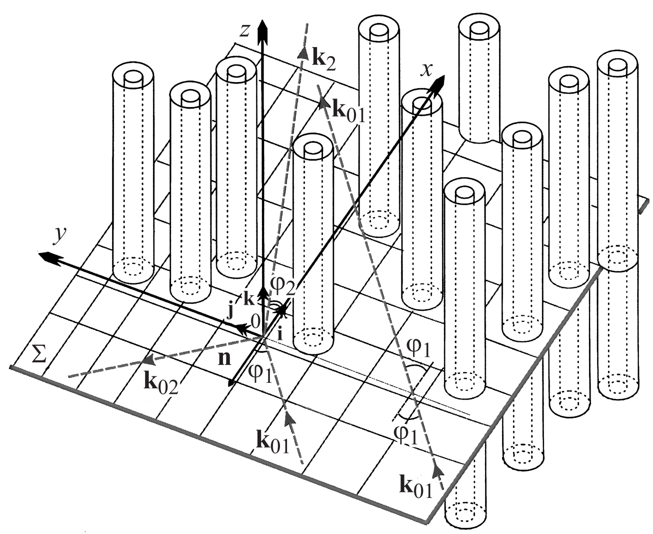

Рис. 2. Случайная дискретная среда, граница раздела yoz, плоскость падения $\Sigma(yox)$.

у одноосной кристаллической среды. Пусть оптическая ось параллельна оси oz. В этом случае тензор $\hat{\varepsilon}_{\mathrm{eff}_a}$ будет диагональным:

$$\hat{\varepsilon}_{\mathrm{eff}_a} = \begin{pmatrix} \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\mathrm{eff}^{\parallel}_a} \end{pmatrix}.$$

В случае первой поляризации, когда $\mathbf{E} = \{0, 0, E_z\}$, $\mathbf{H} = \{H_x, H_y, 0\}$, в соответствии с уравнениями (1) для пустоты ($\hat{\varepsilon}_a \to \varepsilon_0$, ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства) имеем следующие компоненты в области $x < 0$:

$$\begin{cases} E_x = 0, \\ E_y = 0, \\ E_z = \frac{i}{\omega\varepsilon_0}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} H_x = -\frac{i}{\omega\mu_0}\frac{\partial E_z}{\partial y}, \\ H_y = \frac{i}{\omega\mu_0}\frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ H_z = 0. \end{cases} \tag{11}$$

Отсюда E_z подчиняется уравнению

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \omega^2\varepsilon_0\mu_0 E_z = 0. \tag{12}$$

Решение последнего ищем в виде $E_z = E_{0z}\exp\big(i(\mathbf{k}_0\mathbf{r})\big)$, подставив его в (12), получим $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

Поле в области $x < 0$, представляем в виде

$$\langle \mathbf{E}_1 \rangle = \langle E_1^{\mathrm{inc}} \rangle + V_{\perp}\langle \mathbf{E}_1^{\mathrm{ref}} \rangle,$$

или

$$\langle \mathbf{E}_1 \rangle = \mathbf{k}E_{0z}\Big(\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + V_{\perp}\exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big)\Big), \tag{13}$$

где $\mathbf{E}_1^{\mathrm{inc}}$ — падающее на границу раздела сред поле, $\mathbf{E}_1^{\mathrm{ref}}$ — отраженное поле, $V_{\perp}$ — коэффициент отражения.

Напряженность магнитного поля из (11) получим в виде

$$\langle \mathbf{H}_1 \rangle = \mathbf{i}\frac{E_{0z}}{\omega\mu_a}\Big(k_{01y}\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + V_{\perp}k_{02y}\exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big)\Big)$$
$$-\mathbf{j}\frac{E_{0z}}{\omega\mu_a}\Big(k_{01y}\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + V_{\perp}k_{01y}\exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big)\Big). \tag{14}$$

Поскольку в квадратных скобках (9) входит $\mathbf{E}_{2c}(k_2 r)$ — собственная волна в сплошной среде, то k_2 для нее определим исходя из уравнений (1). Запишем для области $x > 0$

$$\begin{cases} E_x = 0, \\ E_y = 0, \\ E_z = \frac{i}{\omega\varepsilon^{\parallel}_{\mathrm{eff}_a}}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} H_x = -\frac{i}{\omega\mu_a}\frac{\partial E_z}{\partial y}, \\ H_y = \frac{i}{\omega\mu_a}\frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ H_z = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Отсюда E_z подчиняется уравнению

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \omega^2\varepsilon^{\parallel}_{\mathrm{eff}_a}\mu_a E_z = 0. \tag{16}$$

В соответствии с (9) поле в области $x > 0$ запишем в виде

$$\langle \mathbf{E}_2 \rangle = T_{\perp}\big[\mathbf{E}_0(1-\beta) + \beta\mathbf{E}_{2c}\big], \tag{17}$$

где $T_{\perp}$ — коэффициент прохождения по среднему полю.

Из (11) получим

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{k}E_{0z}\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big). \tag{18}$$

Из (15) имеем

$$\mathbf{H}_0 = \frac{E_{0z}}{\omega\mu_a}\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big)(\mathbf{i}k_{01y} - \mathbf{j}k_{01x}). \tag{19}$$

Поле $\mathbf{E}_2 = \{0, 0, E_{2z}\}$ описывается уравнением (16), решение которого ищем как

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{k}E_{0z}\exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\perp}\mathbf{r})\big). \tag{20}$$

Подставив в (16), получим

$$k_2^{\perp} = \omega\sqrt{\varepsilon^{\parallel}_{\mathrm{eff}_a}\mu_a}.$$

Поэтому (17) принимает вид

$$\langle \mathbf{E}_2 \rangle = \mathbf{k}T_{\perp}\Big[\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big)(1-\beta) + \beta\exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\perp}\mathbf{r})\big)\Big]. \tag{21}$$

Из (15) и (20) получим

$$\langle \mathbf{H}_2 \rangle = T_{\perp}\frac{E_{0z}}{\omega\mu_a}\Big\{\mathbf{i}\big[k_{01,y}(1-\beta)\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big)$$
$$+\beta k^{\perp}_{2,y}\exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\perp}\mathbf{r})\big)\big] - \mathbf{j}\big[k_{01,x}(1-\beta)\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big)$$
$$+\beta k^{\perp}_{2,x}\exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\perp}\mathbf{r})\big)\big]\Big\}. \tag{22}$$

Имеем граничные условия

$$\begin{cases} \big[\mathbf{n}(\langle \mathbf{E}_1 \rangle - \langle \mathbf{E}_2 \rangle)\big] = 0 \\ \big[\mathbf{n}(\langle \mathbf{H}_1 \rangle - \langle \mathbf{H}_2 \rangle)\big] = 0 \end{cases}, \quad x = 0. \tag{23}$$

Подставив (13), (19), (21), (22) в граничные условия (23), находим

$$T_{\perp} = 1 + V_{\perp}. \tag{24}$$

$$V_{\perp} = \beta\frac{k_0\cos(\varphi_1) - k_2^{\perp}\cos(\varphi_{2,\perp})}{2k_0\cos(\varphi_1) + \beta\big(k_2^{\perp}\cos(\varphi_{2,\perp}) - k_0\cos(\varphi_1)\big)}. \tag{25}$$

Здесь

$$\cos(\varphi_{2,\perp}) = \sqrt{1 - \left(\frac{k_0}{k_2^{\perp}}\right)^2\sin^2(\varphi_1)}.$$

При второй поляризации, когда $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}$, $\mathbf{H} = \{0, 0, H_z\}$, в области $x < 0$ имеем

$$\begin{cases} E_x = \frac{i}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial H_z}{\partial y}, \\ E_y = -\frac{i}{\omega\varepsilon_0}\frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ E_z = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} H_x = 0, \\ H_y = 0, \\ H_z = -\frac{i}{\omega\mu_0}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right). \end{cases} \tag{26}$$

Отсюда H_z подчиняется уравнению

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 H_z = 0. \tag{27}$$

В соответствии с (1) в области $x > 0$ имеем компоненты:

$$\begin{cases} E_x = \frac{i}{\omega \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a}} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \\ E_y = -\frac{i}{\omega \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a}} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ E_z = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} H_x = 0, \\ H_y = 0, \\ H_z = -\frac{i}{\omega \mu_0} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \end{cases} \tag{28}$$

Отсюда H_z подчиняются уравнениям

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \omega^2 \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a} \mu_0 H_z = 0. \tag{29}$$

Решение уравнения (27) ищем в виде $H_z = H_{0z} \times \times \exp\big(i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r})\big)$, подставив в (27), получим

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

Поле в области $x < 0$ запишем в виде

$$\langle \mathbf{E}_1 \rangle = \mathbf{E}_1^{\mathrm{inc}} + V_{\parallel} \mathbf{E}_1^{\mathrm{ref}}, \tag{30}$$

где $V_{\parallel}$ — коэффициент отражения. Согласно (26),

$$\mathbf{E}_1^{\mathrm{inc}} = \mathbf{i} E_x^{\mathrm{inc}} + \mathbf{j} E_y^{\mathrm{inc}} = \frac{H_{0z}}{\omega \varepsilon_a} \Big(-\mathbf{i} k_{01y} \exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + \mathbf{j} k_{01x} \exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) \Big),$$

$$\mathbf{E}_1^{\mathrm{ref}} = \mathbf{i} E_x^{\mathrm{ref}} + \mathbf{j} E_y^{\mathrm{ref}} = \frac{H_{0z}}{\omega \varepsilon_a} \Big(-\mathbf{i} k_{02y} \exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big) + \mathbf{j} k_{02x} \exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big) \Big).$$

Напряженность магнитного поля в области $x < 0$ есть

$$\langle \mathbf{H}_1 \rangle = \mathbf{k} H_{0z} \Big(\exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + V_{\parallel} \exp\big(i(\mathbf{k}_{02}\mathbf{r})\big) \Big). \tag{31}$$

В области $x > 0$ в соответствии с (9) имеем

$$\langle \mathbf{E}_2 \rangle = T_{\parallel} \big[\mathbf{E}_0 (1 - \beta) + \beta \mathbf{E}_{1c} \big], \tag{32}$$

$T_{\parallel}$ — коэффициент прохождения.

В соответствии с (26)

$$\mathbf{E}_0 = \frac{H_{0z}}{\omega \varepsilon_a} \Big(-\mathbf{i} k_{01y} \exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) + \mathbf{k} k_{01x} \exp\big(i(\mathbf{k}_{01}\mathbf{r})\big) \Big).$$

Решение уравнения (29) ищем в виде $H_z = H_{0z} \times \times \exp\big(i(\mathbf{k}_1^{\parallel}\mathbf{r})\big)$, подставив в (29), получим

$$k_1^{\parallel} = \omega \sqrt{\varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a} \mu_a}.$$

Из (28) имеем

$$\mathbf{E}_1 = \frac{H_{0z}}{\omega \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}}} \Big[-\mathbf{i} k^{\parallel}_{2,y} \exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\parallel}\mathbf{r})\big) + \mathbf{j} k^{\parallel}_{2,x} \exp\big(i(\mathbf{k}_2^{\parallel}\mathbf{r})\big) \Big].$$

Магнитное поле в области $x > 0$ есть

$$\langle \mathbf{H}_2 \rangle = T_{\parallel} \mathbf{H}_{0z} \exp\big(i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r})\big). \tag{33}$$

Подставив (30), (31), (32) и (33) в (19), определим $V_{\parallel}$ и $T_{\parallel}$:

$$T_{\parallel} = 1 + V_{\parallel}, \tag{34}$$

$$V_{\parallel} = \beta \frac{k_0 \cos(\varphi_1) - k_1^{\parallel} \cos(\varphi_{2,\parallel})}{2k_0 \cos(\varphi_1) + \beta \big(k_1^{\parallel} \cos(\varphi_{2,\parallel}) - k_0 \cos(\varphi_1) \big)}, \tag{35}$$

где

$$\cos(\varphi_{2,\parallel}) = \sqrt{1 - \left(\frac{k_0}{k_1^{\parallel}} \right)^2 \sin^2(\varphi_1)}.$$

Отметим что, если $\beta = 1$ и $\varepsilon^{\parallel}_{\mathrm{eff}_a} = \varepsilon^{\perp}_{\mathrm{eff}_a}$, т.е. вторая область сплошная изотропная среда, то (24), (25), (34), (35) переходят в известные формулы Френеля.

Результаты и их обсуждение

Приведем расчетные и экспериментальные данные по отражению и преломлению плоских волн на боковой стене реального лесного массива — случайной дискретной анизотропной среды.

На рис. 3 представлены рассчитанные по формулам (25) и (35) зависимости величин $V'_{\perp} = 20 \lg |V_{\perp}|$, $V'_{\parallel} = 20 \lg |V_{\parallel}|$ от параметра p при нормальном падении плоской волны на кромку леса. Параметры среды следующие: радиус стволов — $a_1 = 0.09$ m, радиус кроны — $a_2 = 1.42$ m. Согласно [9], при частоте $f = 110$ MHz

$$\hat{\varepsilon}_a = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 20 + i9 & 0 & 0 \\ 0 & 20 + i9 & 0 \\ 0 & 0 & 40 + i4 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\varepsilon}_a^{\mathrm{cr}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{36}$$

Из рис. 3 видно, что коэффициенты отражения от случайной дискретной среды с изменением плотности

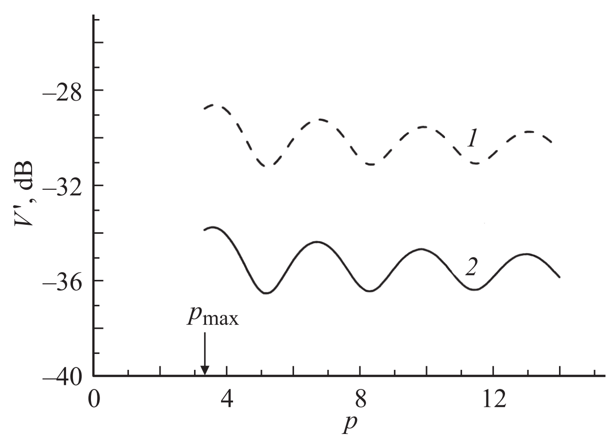

Рис. 3. Зависимость коэффициентов отражения от плотности среды (*1* — $V'_{\parallel}$, *2* — $V_{\perp}$).

носят осциллирующий характер. Объясняется это тем, что, как следует из (9), среднее поле есть результат интерференции прямых волн и волн, рассеянных дискретными неоднородностями. При этом случайная среда с данной плотностью будет эквивалентна некоторой квазипериодической структуре со средним расстоянием между элементами, равными $1/(2\sqrt{\sigma})$. Из (9) и (10) видно, что, если выполняется условие

$$p - p_{\max} \approx n\pi,$$

то при $n = 1, 3, 5 \ldots$ будем наблюдать максимум прохождения и соответственно при $n = 2, 4, 6 \ldots$ — минимум. Это условие аналогично условию Вульфа–Брэггов. Кроме того, из рис. 3 следует, что величины коэффициентов отражения при первой и второй поляризациях в силу анизотропии рассеивающих элементов различны.

На рис. 4 представлены расчетные зависимости коэффициентов отражения по среднему полю для двух поляризаций от угла падения φ_1. Расчеты выполнены для случая, когда $f = 110\,\text{MHz}$, $a_1 = 0.09\,\text{m}$, $a_2 = 1.42\,\text{m}$, $p = 7$, а $\hat{\varepsilon}_a$ соответствует (36). Здесь представлены экспериментальные данные для случая, когда вектор $\mathbf{E}$ параллелен осям цилиндров: описание эксперимента см. в [10], экспериментальные данные — в [11].

Из рис. 4 хорошо видно соответствие теоретических и измеренных результатов. Расчет показывает, что в случае поляризации, когда вектор $\mathbf{E}$ перпендикулярен осям цилиндров, и при $\varphi_1 = 47°$ происходит полное прохождение поля во вторую среду — эффект, аналогичный явлению Брюстера для сплошных сред. Отметим, что подобный эффект наблюдал Г.Д. Малюжинец для одномерных решеток [12].

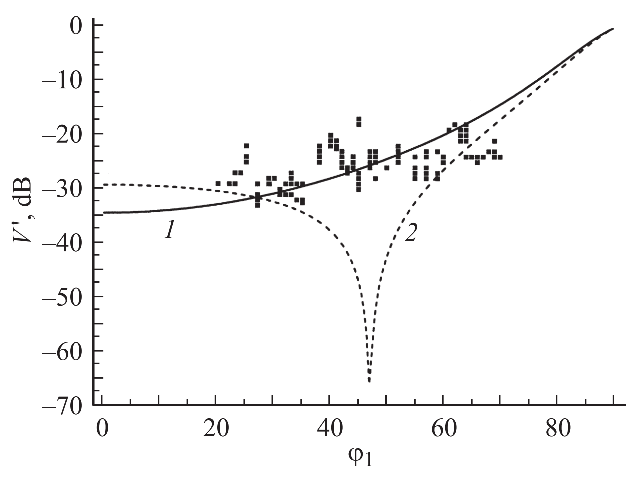

Рис. 4. Угловая зависимость коэффициентов отражения: теоретическая зависимость *1* — для $V'_{\perp}$, *2* — для $V'_{\parallel}$; ■ — экспериментальные данные для $V'_{\parallel}$.

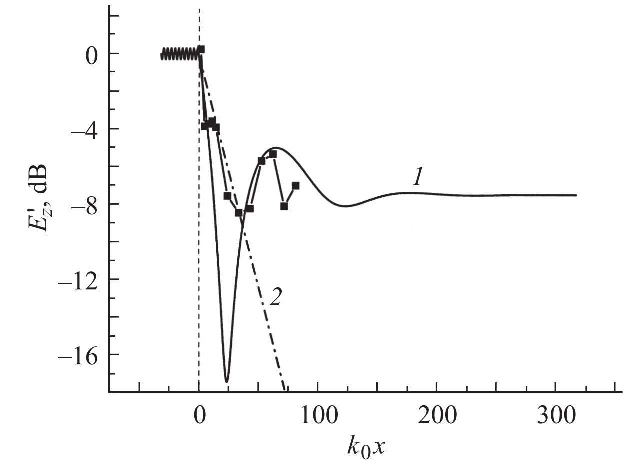

Рис. 5. Дистанционная зависимость поля при первой поляризации: теоретическая зависимость *1* — для $p = 4.3$, *2* — для $p = p_{\max}$; ■ — экспериментальные данные для $p = 4.3$.

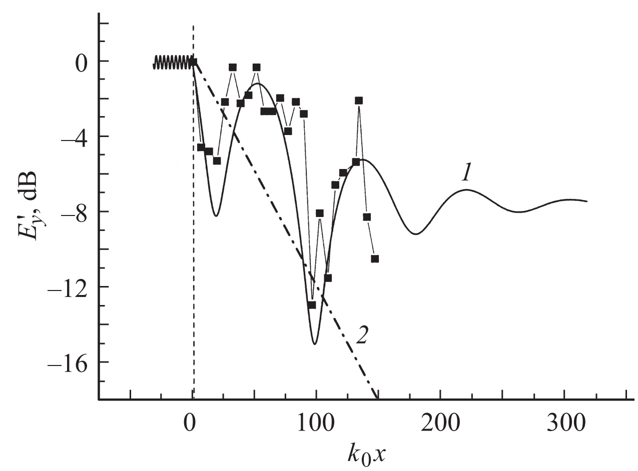

Рис. 6. То же, что для рис. 5, при второй поляризации.

На рис. 5 и 6 показаны теоретические и экспериментальные дистанционные зависимости полей $E'_y = 20\lg(E_y)$ и $E'_z = 20\lg(E_z)$ при переходе точки наблюдения по нормали к границе из свободного пространства в лесную среду. Расчеты выполнены для случая: $f = 152\,\text{MHz}$, $a_1 = 0.09\,\text{m}$, $a_2 = 1.42\,\text{m}$, $p = 4.3$.

$$\hat{\varepsilon}_a = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 30 + i15 & 0 & 0 \\ 0 & 30 + i15 & 0 \\ 0 & 0 & 20 + i14 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\varepsilon}_a^{\text{cr}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь вертикальные пунктирные линии показывают границу раздела сред. Каждая экспериментальная точка на рис. 5 получена усреднением по 18 реализациям, на рис. 6 по 22 реализациям. Среднее квадратическое отклонение не превышает 3.8 dB.

Из рис. 5 и 6 видно хорошее качественное согласие измеренных и расчетных данных. В частности, перед границей из-за сложения падающих на границу волн и слабо отраженного поля наблюдается интерференция волн. При переходе через границу и по мере углубления точки наблюдения в среду поле при обеих поляризациях испытывет сильные пространственные флуктуации в отличие от случая погружения в сплошную среду, когда поле изменяется плавно по экспоненциальному закону (штрихпунктир на рисунках). Эти флуктуации вызваны интерференцией прямой волны, затухающей по экспоненте с погружением в среду, и волн, рассеянных дискретными элементами. При этом в силу анизотропных свойств скорость затухания прямого поля с погружением в среду для разных поляризаций различна.

Отметим также, что при $k_0x > 150$ уровни поля при обеих поляризациях практически не изменяются и имеют одинаковую величину. Такая эволюция дистанционной зависимости объясняется тем, что прямая волна на расстоянии от 0 до $k_0x = 150$ затухает и остается только рассеянная компонета, амплитуда которой слабо зависит от расстояния.

Заключение

В работе дано решение уравнений Максвелла для случайной дискретной анизотропной среды с использованием приближения однократного рассеяния и условия погружения в плотноупакованную среду. Установлено, что среднее поле в случайной дискретной анизотропной среде представляет собой суперпозицию волн прямого прохождения и рассеяннных волн.

Обнаружен флуктуационный характер среднего поля вблизи границы. При этом область интерференции при второй поляризации более протяженна, чем при первой. По мере углубления в среду, во-первых, флуктуации убывают и поле определяется рассеянной компонентой, слабо зависящей от расстояния до границы, во-вторых, исчезает поляризационная зависимость.

Определены коэффициенты отражения и прохождения плоских волн на границе воздухслучайная дискретная анизотропная среда. Выявлена квазипериодическая зависимость данных физических величин от средней плотности среды.

Обнаружен минимум в угловой зависимости коэффициента отражения при падении плоской волны на границу одноосной анизотропной случайной дискретной среды в случае, когда вектор **H** параллелен оптической оси (явление, аналогичное углу Брюстера при отражении от изотропной сплошной среды).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранит № 08-02-98003-р-сибирь_а.

Список литературы

[1] *Ветлужский А.Ю., Ломухин Ю.Л.* // РиЭ. 2004. Т. 49. № 3. С. 282–287.
[2] *Bikash C. Gupta, Zhen Ye.* // Phys. Rev. 2003. Vol. E67. P. 036 606.
[3] *Павлова Е.Г.* // Lightwave Russian Edition. 2005. № 3. С. 54–56.
[4] *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
[5] *Кузьмин В.Л., Романов В.П.* // УФН. 1996. Т. 166. № 3. С. 247–278.
[6] *Ломухин Ю.Л., Атутов Е.Б.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. Вып. 3. С. 15–21.
[7] *Атутов Е.Б., Ломухин Ю.Л.* // РиЭ. 2007. Т. 52. № 11. С. 1360–1366.
[8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М.: Наука, 1982. 620 с.
[9] *Торговников Г.И.* Диэлектрические свойства древесины. М.: Лесная промышленность, 1986. 128 с.
[10] *Хомяк Е.М., Плетнев В.И., Доржиев Б.Ч.* // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общие вопросы радиоэлектроники. 1987. Вып. 7. С. 77–84.
[11] *Плетнев В.И., Занабадаров М.Д., Хомяк Е.М.* // Тез. докл. конф. „Ультракороткие радиоволны и электромагнитная совместимость“. Улан-Удэ, 1983. С. 166–168.
[12] *Шестопалов В.П., Сиренко Ю.К.* Динамическая теория решеток. Киев: Наук. думка, 1982. 216 с.