

О зависимости макроскопических упругих свойств пористых сред от параметров стохастического пространственного распределения пор

© Иг.С. Коноваленко, А.Ю. Смолин, С.Ю. Коростелев, С.Г. Псахье

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,
634021 Томск, Россия
e-mail: igkon@ispms.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 5 августа 2008 г.)

Численно исследовано механическое поведение пористых керамических материалов со стохастической структурой порового пространства при сдвиговом нагружении. Расчеты проводились методом подвижных клеточных автоматов. Предложена методика количественного описания внутренней структуры таких материалов на основе дисперсии распределения пор по слоям образца, параллельным направлению нагружения. Проанализирована зависимость макроскопических упругих свойств пористых сред от особенностей их внутренней структуры. Показано, что у образцов с круглыми порами и порами, вытянутыми вдоль направления нагружения, существует корреляция между их осредненным модулем сдвига и дисперсией распределения пор. Таким образом, результаты позволяют сделать заключение о том, что модуль упругости таких сред является структурно чувствительной характеристикой. Предложенный подход дает возможность сравнивать упругие свойства образцов на основании данных об их поровой структуре.

PACS: 62.20-x, 62.20.de, 81.05.Rm

В последнее время очень широкое распространение получил класс спеченых керамических материалов. Как правило, они являются пористыми материалами, что с одной стороны улучшает такие их потребительские свойства, как малый вес, проницаемость и т.д., а с другой — усложняет предсказание их поведения в условиях эксплуатации, если известна форма пор, а их распределение в пространстве является периодическим, для определения упругих характеристик материала можно воспользоваться методами осреднения. Суть этих методов заключается в интерпретации реального пористого тела как анизотропной сплошной среды и отысканию ее эффективных модулей упругости [1–3]. В случае существенно непериодического распределения пор в пространстве упругие свойства материала обычно описывают, используя определенные эмпирические зависимости [4–6]. Подобные оценки дают зависимость лишь от общей пористости и справедливы в узких интервалах этого параметра [1–6].

В случае стохастического распределения пор упругие свойства сред в пространстве считаются, в общем случае, структурно чувствительными [1–6], хотя при этом морфология пор явным образом не учитывается, а используются, например, поправочные коэффициенты, эффективно отражающие концентрацию напряжений вокруг пор разной формы [4–6]. Это связано с тем, что получение универсального закона зависимости упругих свойств от морфологии пор является сложной задачей. Экспериментальные методы ее решения встречают ряд технических затруднений, например, сложность получения образцов с порами строго определенного размера, формы и ориентации по отношению к направлению

нагружения. Поэтому в настоящей работе исследование свойств материалов с разной формой пор при сдвиговом нагружении производилось численно, а именно на основе метода подвижных клеточных автоматов [7]. Рассматривается случай, когда морфология пор характеризуется их длиной, и при этом они имеют одинаковую ориентацию относительно направления нагружения.

В работе моделировалось поведение пористых керамических образцов с различным количеством и формой пор в условиях сдвигового нагружения (рис. 1, *a, b*). Размеры модельных образцов составляли $1140 \times 623.5 \mu\text{m}$, размер автоматов — $10 \mu\text{m}$.

Механическая нагрузка прикладывалась заданием одинаковой скорости в горизонтальном направлении верхнему слою автоматов при жестком закреплении автоматов нижнего слоя образца. На начальном этапе скорость движения автоматов верхнего слоя нарастала по синусоидальному закону от 0 до 1 м/с, а затем оставалась постоянной. Такая схема использовалась для устранения искусственных динамических эффектов и обеспечения плавного и быстрого выхода процесса деформирования образца на квазистационарный режим. По горизонтальной оси использовались периодические граничные условия. Задача решалась в условиях плоской деформации. Функция отклика автоматов имела линейный вид и соответствовала диаграмме нагружения керамики $\text{ZrO}_2(\text{Y}_2\text{O}_3)$ с пористостью 2% и средним размером пор, соизмеримым с размером зерна [8], модуль сдвига составлял 30.8 ГПа, коэффициент Пуассона — 0.3.

Поровая структура моделируемых образцов задавалась двумя способами. В первом одиночные автоматы удалялись в случайном порядке. Во втором — после

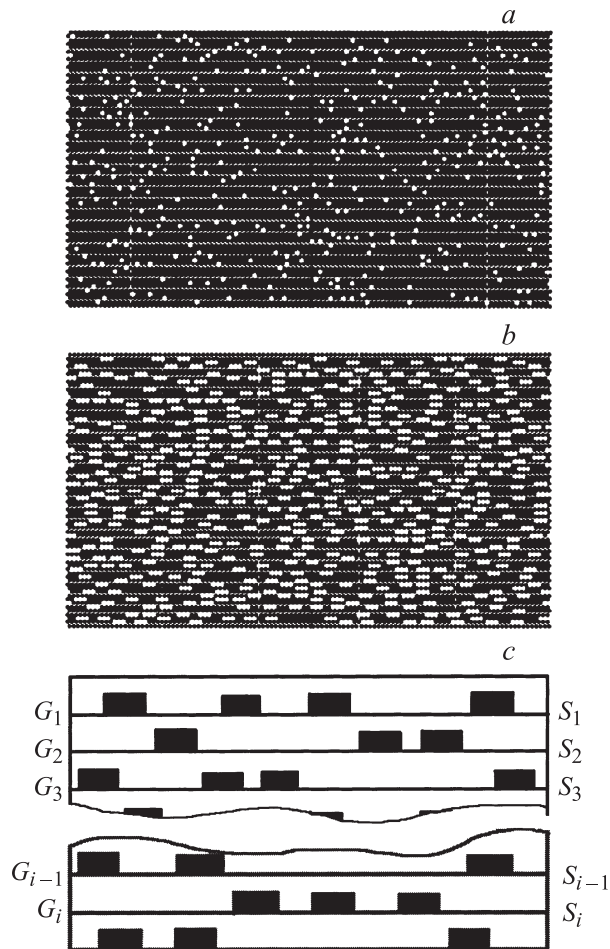


Рис. 1. Модельные образцы с пористостью 20% и различной формой пор (*a, b*), а также схема слоистой модели с характеристиками ее слоев (*c*).

случайного выбора автомата помимо него удалялись также близлежащие автоматы в горизонтальном направлении. Подобная процедура выполнялась для следующих значений пористости: 5, 10 и 20%.

Полученные результаты показали, что при одинаковой величине общей пористости образец на рис. 1, *a* обладает большим эффективным модулем сдвига, чем образец на рис. 1, *b*. С возрастанием значения пористости разница в упругих свойствах образцов увеличивается, а сами они убывают. Так, при пористости образцов 5% их модули сдвига различаются на 8%, а при пористости 20% — уже на 31%. Единственным фактором различия между рассматриваемыми модельными образцами является форма содержащихся в них пор. Следовательно, результаты моделирования однозначно показывают наличие зависимости упругих свойств пористых сред от особенностей поровой структуры (в данном случае — формы пор) при сдвиговом нагружении. Расхождение с экспериментально наблюдаемой, например для керамики, структурной „нечувствительностью“ упругих свойств пористого материала обусловлено тем, что

рассмотренные модельные образцы представляют собой не просто материал со стохастически распределенными и ориентированными порами различных форм и размеров (как это имеет место на практике), а некоторую „конструкцию“ из пор определенной формы и ориентации по отношению к направлению нагружения.

Для того чтобы понять, чем определяется разница эффективных модулей образцов с разной формой пор, представим пористый образец как набор слоев, площадь контакта между которыми определяется пористостью контактирующей слоев (рис. 1, *c*). При сдвиге такого образца сила сопротивления F между любыми двумя соседними слоями будет одинакова, она определяется из соотношения $F = S_i G \gamma_i$, где S_i — площадь „контакта“ i -й пары соседних слоев, γ_i — их относительный сдвиг, G — модуль сдвига материала. Если гипотетически заменить каждую i -ю пару слоев (содержащую поры) беспористыми слоями с эффективным модулем сдвига G_i^{eff} , то выражение для силы можно переписать следующим образом:

$$F = S_i G \gamma_i = S \frac{S_i}{S} \Gamma \gamma_i = S G_i^{\text{eff}} \gamma_i,$$

где S — номинальная площадь сечения образца в направлении сдвига. Следовательно, эффективный модуль сдвига определяется выражением

$$G_i^{\text{eff}} = \frac{S_i}{S} G. \quad (1)$$

Из расчетов следует, что образцы с различной структурой пор характеризуются разными эффективными модулями G_i^{eff} при одинаковой общей пористости, и следовательно, средней величиной площади „контакта“ слоев. Однако из распределения площадей „контакта“ S_i в этих образцах по слоям (рис. 2) можно заметить, что отклонения S_i относительно среднего значения в образцах на рис. 1, *a* и *b* разные.

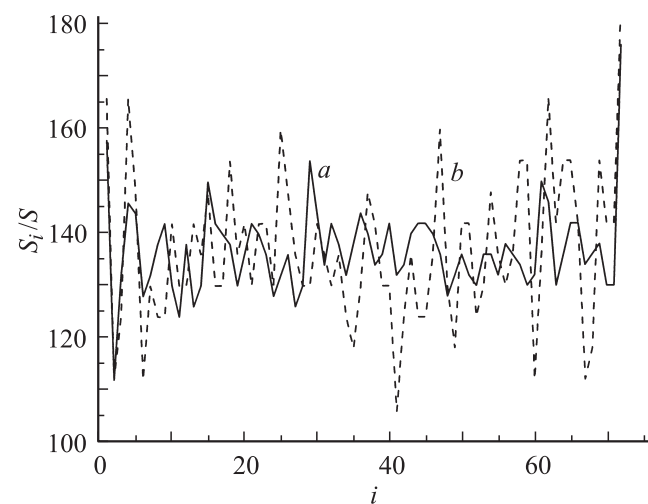


Рис. 2. Относительная площадь „контакта“ i -й пары соседних слоев в зависимости от номера слоя. Подписи кривых соответствуют образцам на рис. 1.

Эффективный модуль сдвига G^{eff} и безразмерная дисперсия $D(S)$ для различных образцов

Пористость образца $C, \%$	Образец с круглыми порами		Образец с порами, вытянутыми в горизонтальном направлении	
	$G^{\text{eff}}, \text{GPa}$	$D_a(S)$	$G^{\text{eff}}, \text{GPa}$	$D_b(S)$
20	14.23	71.86	10.69	210.31
10	21.83	52.96	18.75	113.9
5	26.03	28.67	24.1	105.1

Поскольку распределение пор в образце генерируется посредством датчика случайных чисел, то S_i является дискретной случайной величиной. Степень „разброса“ значений S_i относительно ее среднего значения характеризуется дисперсией $D(S)$. В таблице представлены данные об эффективных модулях и дисперсии S_i для различных образцов, из которых следует, что G^{eff} убывает с увеличением $D(S)$. Разная степень изменения $D(S)$ с увеличением пористости у образцов с разной формой пор обусловлена несколькими факторами, в частности — несовершенством датчика случайных чисел, а также разным числом дополнительных условий, налагаемых на геометрическое положение пор в образце, и исключающих „слияние“ или „контакт“ пор.

Покажем, что в рамках слоистой модели любое отклонение S_i от среднего (а следовательно, увеличение дисперсии $D(S)$) приводит только к уменьшению эффективного модуля сдвига всего образца G^{eff} . Вследствие однородности напряженного состояния эффективный модуль G^{eff} определяется в приближении Рейса [9]:

$$\frac{1}{G^{\text{eff}}} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{G_i^{\text{eff}}}, \quad (2)$$

где G_i^{eff} — модуль сдвига и $\eta_i = 1/n$ — объемная доля i -го слоя образца. Рассмотрим модельный образец с пористостью C , состоящий из двух „слоев“ материала,

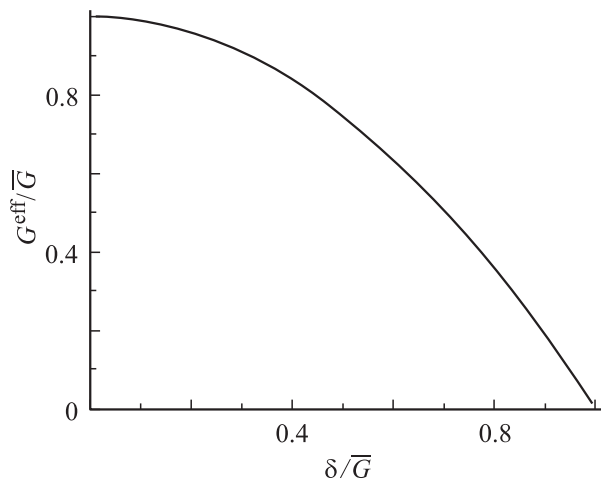


Рис. 3. Зависимость эффективного модуля сдвига двуслойного образца от отклонения модулей слоев от среднего в относительных величинах.

каждый из которых характеризуется своим значением пористости C_i и модулем сдвига G_i^{eff} , причем

$$G_1^{\text{eff}} = \bar{G} + \delta, \quad (3)$$

$$G_2^{\text{eff}} = \bar{G} - \delta, \quad (4)$$

где δ — отклонение эффективного модуля сдвига слоя G_i^{eff} от среднего \bar{G} . Заметим, что δ^2 прямо пропорционально дисперсии $D(S)$ согласно формуле (1).

Формула (2) для двуслойного образца с учетом (3) и (4) примет вид

$$\frac{1}{G^{\text{eff}}} = \frac{0.5}{\bar{G} + \delta} + \frac{0.5}{\bar{G} - \delta}.$$

Рассчитанная по этой формуле зависимость безразмерного эффективного модуля сдвига от относительного отклонения модулей слоев представлена на рис. 3. Видно, что с ростом δ (что соответствует увеличению дисперсии $D(S)$) происходит уменьшение эффективного модуля сдвига всего образца G^{eff} .

Таким образом, на основе проведенных расчетов показана зависимость упругих свойств сред со стохастическим распределением пор от их структуры, а также предложен количественный параметр для ее описания. Так, в условиях чистого сдвига эффективный модуль упругости тела с порами круглой формы и порами, вытянутыми вдоль направления нагружения, определяется не только средней величиной пористости, но и дисперсией распределения пористости по слоям, параллельным направлению сдвига.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-08-12179-офи), проекта 3.6.2.3 программы 3.6.2 фундаментальных исследований СО РАН, а также междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 29.

Список литературы

- [1] Аннин Б.Д., Калмакаров А.Л., Колтаков А.Г. и др. Расчет и проектирование композиционных материалов и конструкций. Новосибирск: Наука, 1993. 256 с.
- [2] Победра Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984, 1984. 336 с.
- [3] Сендецки Дж. Механика композиционных материалов. Т. 2. М.: Мир, 1978. 563 с.

- [4] *Скороход В.В.* // Порошковая металлургия — 77. Киев: Наукова думка, 1977. С. 120–129.
- [5] *Скороход В.В.* // Инж.-физ. журн. 1959. Т. 2. Вып. 8. С. 51.
- [6] *Андреевский Р.А., Сливак И.И.* Прочность тугоплавких соединений и материалов на их основе. Справ. изд. Челябинск: Металлургия, 1989. 368 с.
- [7] *Psakhie S., Horie Y., Ostermeyer G.* et al. // Theor. and Appl. Fract. Mech. 2001. N 37. P. 311–334.
- [8] *Кульков С.Н., Буякова С.П., Масловский В.И.* // Вестн. Томского гос. ун-та. 2003. № 13. С. 34–57.
- [9] *Reuss A.A.* // Z. Angew. Math. und Mech. 1929. Bd 9. N 1. S. 49–58.