

01;05

Проникновение магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 17 марта 2008 г.)

Предложен новый подход к расчету профиля магнитного поля внутри контакта, основанный на анализе непрерывного видоизменения токовой структуры, ведущего к уменьшению ее потенциала Гиббса. Этот подход позволяет найти ту конфигурацию, в которую переходит мейснеровское состояние при малом превышении внешним полем верхней границы мейснеровского режима, и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля.

Расчет показал, что существует критическое значение параметра пиннинга I_C в интервале $0.95-1$, разделяющее два возможных режима проникновения в контакт магнитного поля. При $I > I_C$ для любого значения внешнего поля возникает приграничная токовая структура, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. Если $I < I_C$, то такая ситуация реализуется лишь до значения внешнего поля H_{\max} . При больших значениях поля оно проникает в контакт на бесконечную глубину.

Магнитное поле в приграничных структурах уменьшается с глубиной почти линейно. Значения коэффициента наклона k представляют собой рациональные числа и остаются постоянными в конечных интервалах I . При выходе I за верхнюю границу такого интервала k скачкообразно увеличивается и принимает значение другого рационального числа.

Полученные результаты показывают, что при адиабатическом включении внешнего магнитного поля реализуются конфигурации, обеспечивающие максимальную крутизну роста магнитного поля.

PACS: 03.75.Lm, 47.32.-y

Введение

В последние годы внимание теоретиков и экспериментаторов привлекает проблема проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с интересом к искусственным структурам типа [1], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. С другой стороны, эта задача представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены, в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена весьма точно, что позволяет рассчитать структуру вихрей, найти энергию и силу пиннинга, а также понять различные детали происходящих процессов.

Искусственный периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость xz) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси z полосами диэлектрика толщины $2l$ вдоль оси y и ширины d вдоль оси x , периодически расположенными вдоль оси x на расстоянии L друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси z . На рис. 1, *b*

изображена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [1]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами контакта медленно изменяется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачкообразно. Обозначим усредненное по k -му участку между полосами значение скачка через φ_k (рис. 1, *a*). Пусть скачок фазы на ближайшем к границе

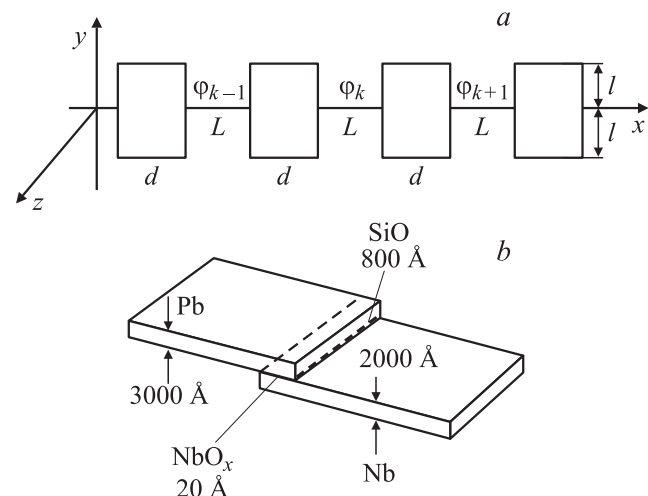


Рис. 1. *a* — модель периодически модулированного джозефсоновского контакта; *b* — структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта.

контакта участке равен φ_1 , и по мере продвижения внутрь φ_2 , φ_3 и т. д. Распределение величин φ_k описывает установившееся токовое состояние.

Далее будет рассматриваться распределение фаз, токов и магнитного поля при адиабатическом включении внешнего магнитного поля H_e . При достаточно малых значениях H_e у границы контакта возникает мейсснеровская конфигурация, когда значения φ_k убывают с ростом номера и равны нулю в глубине контакта. При этом магнитное поле, созданное приграничными токами, полностью компенсирует внешнее поле в глубине контакта. В работе [2] показано, что такая ситуация имеет место до тех пор, пока внешнее поле не достигает некоторого максимально возможного значения H_S , причем вплоть до этого значения поля мейсснеровское состояние является устойчивым. В сверхпроводниках первого рода предел мейсснеровского состояния определяется равенством энергий нормального и сверхпроводящего состояний с учетом энергии экранирующих токов. Если внешнее поле больше H_S , то образец переходит в нормальное состояние. В рассматриваемом случае джозефсоновского контакта эти соображения неприменимы.

Что будет происходить, когда внешнее поле превысит величину H_S и мейсснеровское состояние невозможно? Как известно [3], при отсутствии пиннинга в контакте установилась бы периодическая последовательность вихрей. Как влияет на ситуацию существование пиннинга? В работах [4,5] показано, что характер вихревой картины зависит от величины так называемого параметра пиннинга I , определение которого будет дано далее. При малых значениях I ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т. е. при превышении внешним полем некоторого значения $H_{\max} > H_S$ вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. Это напоминает ситуацию в сверхпроводниках 2-го рода. При больших значениях I вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю, т. е. ситуация аналогична сверхпроводнику 3-го рода.

В работе [4] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [5], показано, что существует некоторое критическое значение параметра пиннинга $I_C = 0.9716$, разделяющее эти два режима. При $I > I_C$ существует возможность неограниченного роста поля к границе контакта, т. е. при любом внешнем поле у границы может существовать токовая конфигурация конечной длины, обеспечивающая полную компенсацию поля внутри контакта вдали от границы. В [4] также рассчитаны профили магнитного поля внутри контакта, соответствующие максимально возможной крутизне спада магнитного поля внутрь контакта. Однако возможность существования такой конфигурации не гарантирует, что именно она обязательно будет возникать при адиабатическом включении внешнего магнитного поля, т. е. при медленном монотонном увеличении его от нуля, поскольку это решение является всего лишь одним из возможных. Кроме того, необходим анализ его устойчивости, так как

ситуация с бесконечным количеством вихрей является энергетически более выгодной. Не произойдет ли при каком-то значении внешнего поля переход от приграничной конфигурации конечной длины к бесконечной последовательности вихрей, как это происходит в сверхпроводниках 2-го рода при H_{C1} ?

В настоящей работе предлагается новый подход к расчету профиля магнитного поля внутри контакта, основанный на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения ее энергии (точнее, потенциала Гиббса). Такой подход более адекватно описывает происходящий процесс, который рассматривается как непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то — возрастают, т. е. вихри не ведут себя как заталкиваемые полем внутрь жесткие частицы, а как бы „втекают“ внутрь контакта.

Предложенный алгоритм позволяет найти конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения H_S , и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля, что одновременно дает ответ и на вопрос об устойчивости. Дополнительным плюсом этого подхода является то, что в дальнейшем можно попытаться развить его для нахождения распределения линейных вихрей у границы трехмерной джозефсоновской среды при анализе проникновения в нее магнитного поля. Другие методы расчета [2,4,6] такой возможности не дают.

Мейсснеровская конфигурация

В каждой ячейке должно быть выполнено условие квантования флюксоида [4,7]

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_m - \varphi_{m+1} = 0, \quad (1)$$

где φ_m — скачок фазы на соответствующем джозефсоновском контакте; Φ_0 — квант магнитного потока; Φ_m — полный магнитный поток через m -ю ячейку ($m \geq 1$), в рассматриваемой геометрии равный

$$\Phi_m = \mu_0 H S = \mu_0 S \left(\sum_{k=1}^m j_k L - H_e \right) = \mu_0 L S j_C \sum_{k=1}^m \sin \varphi_k - \Phi_e, \quad (2)$$

где j_C — критическая плотность тока, H_e и Φ_e — соответственно напряженность внешнего магнитного поля и его магнитный поток через ячейку площадью $S = 2ld$.

Подставив (2) в (1) для различных m и вычтя из уравнения для $(m+1)$ -го контакта уравнение для m -го, получим следующую систему разностных уравнений:

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I \sin \varphi_m \quad (m \geq 2), \quad (3)$$

где $I = 2\pi\mu_0 L S j_C / \Phi_0$ — так называемый параметр пиннинга.

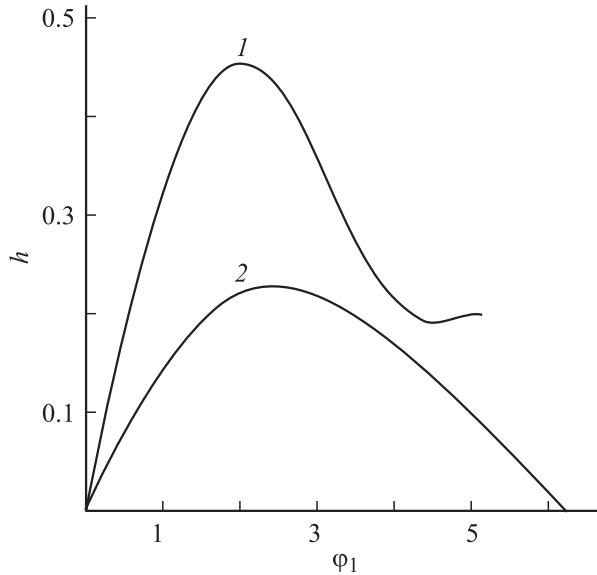


Рис. 2. Зависимость нормированной напряженности внешнего магнитного поля от скачка фазы на участке, ближайшем к границе контакта, для $I = 1.6$ — кривая 1 и $I = 0.5$ — 2.

В качестве граничных условий к (3) используем стремление к нулю φ_m при стремлении m к бесконечности, а также условие (1) для $m = 1$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -I \sin \varphi_1 + 2\pi h, \quad (4)$$

где $h = H_e/H_0$ — нормированная напряженность внешнего поля, $H_0 = \Phi_0/\mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью S проходит один квант магнитного потока Φ_0 .

Найдем точное решение системы (3). Представим ее в виде рекуррентного закона

$$\varphi_{m+1} = 2\varphi_m - \varphi_{m-1} + I \sin \varphi_m \quad (m \geq 2). \quad (5)$$

Задавая значениями φ_1 , будем численно искать соответствующие им возможные значения φ_2 , при которых существует решение в виде монотонно убывающей с ростом m комбинации значений φ_m . Далее из уравнения (4) найдем соответствующее полученному решению значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля h .

На рис. 2 приведены полученные графики зависимости $h(\varphi_1)$ для некоторых значений I . Начальный участок кривой до максимума соответствует мейсснеровскому режиму. Максимально возможное значение h_S соответствует величине магнитного поля H_S , выше которой мейсснеровское решение отсутствует. Развитие ситуации при дальнейшем увеличении поля будем исследовать на базе анализа потенциала Гиббса системы.

Методика вычислений

Рассмотрим конфигурацию, в которой скачки фазы φ_m в контактах с $m > N + 1$ равны нулю. По мере роста

внешнего поля и увеличения толщины приграничного слоя значение N может выбираться сколь угодно большим, поэтому это условие не ограничивает общности задачи. Потенциал Гиббса такой конфигурации высотой в 1 m записывается в виде [2]

$$G = E - \int B H dV = \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 \mu_0 S} \times \left[\sum_{i=1}^{N+1} \left(\frac{1}{2} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + I(1 - \cos \varphi_i) \right) - 2\pi \varphi_1 h \right]. \quad (6)$$

В рассматриваемой геометрии термодинамическая напряженность магнитного поля H во всех точках одинакова и равна напряженности внешнего поля H_e . Кроме того, при выводе (6) использовались соотношения (1) (при $\varphi_{N+2} = 0$), что позволило получить

$$\int B H dV = H_e \sum_i \Phi_i = \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{N+1} (\varphi_i - \varphi_{i+1}) = \frac{H_e \Phi_0}{2\pi} \varphi_1.$$

Будем трактовать величину G как высоту (или потенциальную энергию) горного рельефа, заданного на многомерном множестве координат. Установившиеся при каком-либо значении внешнего поля h конфигурации соответствуют минимумам энергии (впадинам) в этом рельефе. Если значение h скачком увеличится на какую-то малую величину, это приведет к некоторому видоизменению рельефа, в результате чего конфигурация (набор координат), соответствующая минимуму прежнего рельефа, теперь окажется на склоне нового. Дальнейшее изменение формы этой конфигурации можно рассматривать как „скатывание“ по новому рельефу с уменьшением „потенциальной энергии“. Пусть этот процесс происходит как результат большого количества маленьких шагов. Логично предположить, что в каждой „точке“ скатывание происходит вдоль линии наискорейшего спуска, т. е. вдоль градиента функции G . Это означает, что при каждом шаге все „координаты“ φ_i получают приращения, пропорциональные соответствующей проекции градиента

$$\Delta \varphi_i = - \frac{\partial G}{\partial \varphi_i} \delta,$$

где $\delta > 0$ — малый постоянный множитель, задающий величину шага.

Далее вычисляем все $\frac{\partial G}{\partial \varphi_i}$ в новой точке, т. е. при новых значениях φ_i , и производим следующий шаг. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не приходим к новой устойчивой конфигурации, находящейся во впадине рельефа, соответствующего заданному h .

Перед тем как записать выражения для $\frac{\partial G}{\partial \varphi_i}$, учтем граничное условие равенства нулю магнитного поля в глубине контакта. Его можно записать в виде

$$I \sum_{m=1}^{N+1} \sin \varphi_m = 2\pi h. \quad (7)$$

Условие (7) можно трактовать как задание φ_{N+1} в виде функции всех остальных φ_m

$$\varphi_{N+1} = \arcsin\left(2\pi h/I - \sum_{i=1}^N \sin \varphi_i\right), \quad (8)$$

что следует учитывать при вычислении производных $\partial G/\partial \varphi_i$. Тогда выражения для „проекции градиента“ G имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \partial G/\partial \varphi_i &= 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + I \sin \varphi_i \\ &\quad - \partial G/\partial \varphi_{N+1} \cos \varphi_i / \cos \varphi_{N+1} \quad (2 \leq i \leq N), \\ \partial G/\partial \varphi_1 &= \varphi_1 - \varphi_2 + I \sin \varphi_1 - 2\pi h \\ &\quad - \partial G/\partial \varphi_{N+1} \cos \varphi_1 / \cos \varphi_{N+1}, \\ \partial G/\partial \varphi_{N+1} &= \varphi_{N+1} - \varphi_N + I \sin \varphi_{N+1}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В качестве начальной точки для этого алгоритма возьмем точку на границе мейсснеровского режима H_S , т. е. решение системы (5) для такого φ_1 , при котором h равно своему максимальному значению h_S . Дадим h какое-то небольшое приращение Δh и предоставим возможность „точке“ двигаться по „линии наискорейшего спуска“, как это объяснялось выше. В смысле программирования это означает задать цикл, в каждом шаге которого новые значения φ_m при $1 \leq m \leq N$ вычисляются по формуле

$$\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial \varphi_m} \delta$$

с учетом (9), а φ_{N+1} — по (8). В конце концов придем к конфигурации, в которой все производные $\partial G/\partial \varphi_i$ обратятся в нуль, т. е. будут выполнены условия (3). Это и есть искомая устойчивая равновесная конфигурация, соответствующая $h = h_S + \Delta h$. Далее, начиная от этой конфигурации, можно дать новое приращение Δh и т. д. Таким образом можно исследовать распределение скачков фазы φ_i , а значит токов и магнитных полей внутри контакта, во всем диапазоне изменения внешнего поля.

Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

Компьютерные расчеты полностью подтвердили возможность использования предложенного алгоритма для расчета проникновения поля в контакт. Действительно, постепенно увеличивая значение h , удастся проследить последовательное изменение профиля проникающего в контакт магнитного поля. При I , превышающем некоторое критическое значение I_C , расчет при любом значении внешнего поля h (которое является постоянным параметром на каждом этапе расчета) приводит к приграничной конфигурации конечной длины, удовлетворяющей условиям (3). Глубина проникновения увеличивается с ростом параметра h . Если $I < I_C$, то такая картина имеет место лишь до некоторого значения $h_{\max}(I)$. При больших значениях поля длина

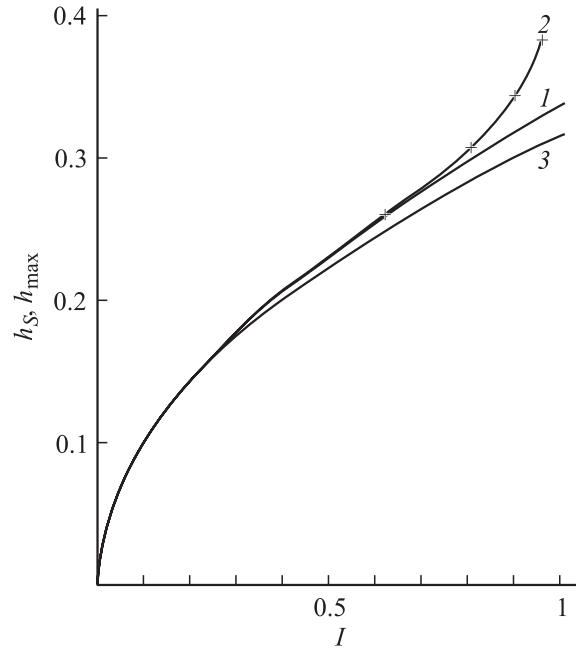


Рис. 3. Зависимости $h_S(I)$ (кривая 1) и $h_{\max}(I)$ (2) в области $I < I_C$, а также график \sqrt{I}/π (кривая 3), соответствующий границе мейсснеровского режима при малом пиннинге.

приграничной конфигурации по ходу расчета все время увеличивается, при этом потенциал Гиббса монотонно убывает, но условия (3) продолжают не выполняться. Это означает, что расчет может продолжаться бесконечно, а поле проникает в контакт на бесконечную глубину.

Расчет показывает, что при $I = 0.95$ еще существует максимальное значение h_{\max} , но уже при $I = 1$ решение находится при любом h . Это означает, что критическое значение I_C находится между 0.95 и 1, что согласуется со значением $I_C = 0.9716$, полученным в [4].

На рис. 3 приведены полученные зависимости $h_S(I)$ и $h_{\max}(I)$ в области $I < I_C$, а также кривая \sqrt{I}/π , соответствующая границе мейсснеровского режима при малом пиннинге (квазинепрерывная конфигурация [2]). Из сопоставления кривых видно, что проникновение вихрей в приграничную область контакта заметно изменяет значение границы мейсснеровского режима лишь при достаточно больших значениях параметра пиннинга, близких к критическому.

Согласно (1), магнитное поле внутри m -й ячейки может быть вычислено по формуле

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi. \quad (10)$$

На рис. 4 приведены рельефы магнитного поля внутри контакта для некоторых небольших значений I (1.2, 1.5, 2.0). Они иллюстрируют возможность интерпретировать полученную конфигурацию φ_m как последовательность вихрей, проникших в контакт. Из аналогии с вихрями в длинном джозефсоновском контакте [3] следует, что центры вихрей на рис. 4 находятся в ячейках с максимальными значениями h_m . При этом анализ распреде-

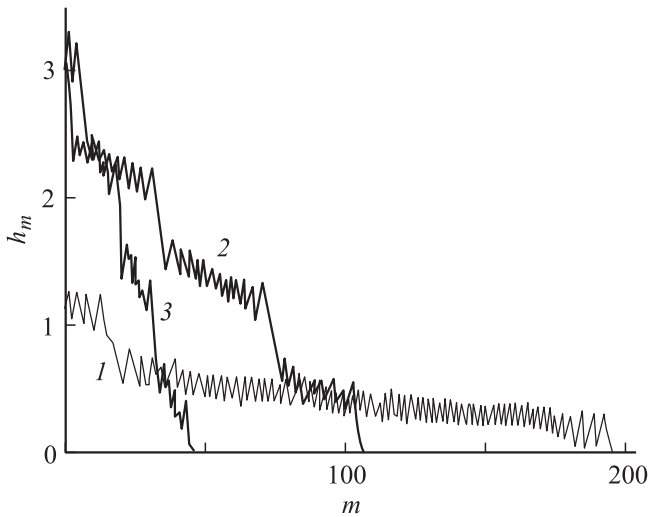


Рис. 4. Зависимости магнитного поля внутри контакта от расстояния до границы (в количестве ячеек) для небольших значений параметра пиннинга: $I = 1.2$ — кривая 1, 1.5 — 2, 2 — 3.

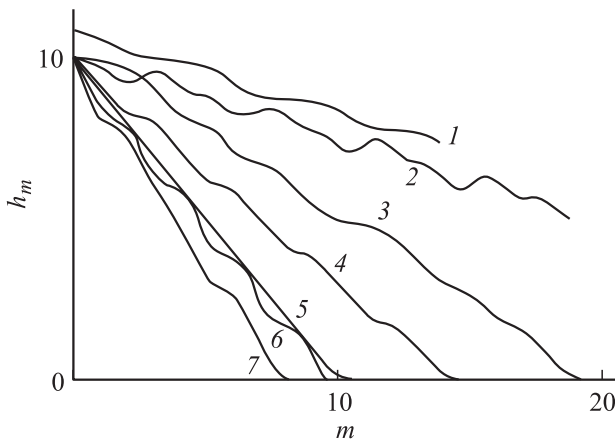


Рис. 5. Зависимости магнитного поля внутри контакта от расстояния до границы для больших значений параметра пиннинга: $I = 3.42$ — кривая 1, 3.4 — 2, 5 — 3, 5.5 — 4, 9 — 5, 10 — 6, 10.5 — 7.

ления скачков фазы φ_m показывает, что это те ячейки, в которых φ_m впервые превосходят значения $2\pi k + \pi$ (k — целое число). Отсюда следует, что для трактовки картины как последовательности вихрей нужно каждый раз, как только φ_m превосходит π , вычитать из него целое число раз по 2π , чтобы все $|\varphi_m| < \pi$. При этом количество вычитенных 2π равно числу квантов магнитного потока в соответствующем вихре.

Вихревая интерпретация позволяет объяснить поведение кривых рис. 4. На нижнем участке имеются мелкие осцилляции, поскольку между вихрями (с одним квантом Φ_0) есть промежутки. Второй участок осцилляций определяется чередованием ячеек с двумя и одним квантами Φ_0 , третий — с тремя и двумя Φ_0 и т.д. Участки монотонного роста, напротив, соответствуют

случаям, когда вихри с одинаковым количеством Φ_0 находятся в нескольких ячейках подряд.

Расчет по вышеописанному алгоритму показывает, что минимальное значение I , при котором в рельефе отсутствуют спадающие участки (т.е. нет осцилляций), равно 3.41. На рис. 5 изображены зависимости для случаев $I = 3.40$ и 3.42 . На первой из них есть спады и подъемы, а вторая имеет монотонный характер. В Приложении приведен приближенный аналитический расчет критического значения I , дающий значение 3.35.

На рис. 5 приведены зависимости для больших значений I . Видно, что с ростом параметра пиннинга крутизна рельефа возрастает. Но иногда один и тот же наклон, т.е. один и тот же профиль поля в образце, наблюдается в целом диапазоне значений I .

Представляет интерес поведение зависимостей при $I \geq 2\pi$. В работе [6] предлагается считать решением системы (3) при $I \geq 2\pi$

$$\varphi_m = \pi m(m+1)Int(I/2\pi) + \arcsin(Int(I/2\pi)2\pi/I), \quad (11)$$

откуда для рельефа магнитного поля, в соответствии с (10), получается линейный рост

$$h_m = 2\pi m Int(I/2\pi). \quad (12)$$

Действительно, подстановка показывает, что выражение (11) удовлетворяет системе уравнений (3). Однако оно является не более чем одним из бесчисленного множества возможных решений системы (3). При исследуемом нами адиабатическом включении внешнего магнитного поля совсем не обязательно реализуются именно (11) и (12).

Расчет показывает, что при $I = 2\pi = 6.283$ рельеф только на краях немного отличается от прямой, полностью совпадающей с (12), когда каждая следующая ячейка содержит на один квант Φ_0 больше, чем предыдущая; при $I = 4\pi$ каждая следующая „ступенька“ выше предыдущей на $2\Phi_0$, но при $2\pi < I < 4\pi$ результаты могут отличаться от (11) и (12), хотя и они являются решениями (3).

Предположим, что реализуется самый круто поднимающийся рельеф. Пока рельеф (12) является самым крутым, то он и имеет место. Но если появляется другое, более круто поднимающееся решение, то именно оно будет реализовано. В этом решении какой-то из вихрей должен содержать на два кванта больше, чем предыдущий, и при этом далее лестница вихрей не должна иметь спускающихся участков. Такое может произойти, если параметр пиннинга I превысит некоторое пороговое значение, при котором впервые возможна конфигурация, состоящая из бесконечного ряда вихрей с ν квантов Φ_0 по одну сторону от ее центра и с $(\nu + 2)$ — по другую.

Для вычисления этого порогового значения воспользуемся использованным ранее подходом (см. Приложение). В этом случае правая часть уравнения (A1) примет вид $(\nu + 2)2\pi$, а (A2) и (A3) не изменятся, в

результате чего в уравнении (A8) 2π заменится на 4π . Тогда пороговое значение I для существования решения примерно равно 9.5. Это означает, что в диапазоне $2\pi < I < 9.5$ профиль магнитного поля не изменяется и описывается выражением (9) с $k = 1$. При $9.5 < I < 4\pi$ крутизна лестницы растет. Аналогичный расчет показывает, что при изменении I в диапазонах $4\pi - 15.8$, $6\pi - 22.0$, $8\pi - 28.3$, $10\pi - 34.6$ рельефы представляются собой прямые, описываемые выражением (12), с небольшими отклонениями у краев. Видно, что все эти диапазоны с большой точностью задаются выражениями $2\pi k - 2\pi k + \pi$.

Именно такая ситуация и наблюдается на рис. 4. При $I = 9.5$ рельеф тот же, что при $I = 2\pi$, а при $I = 10.5$ он становится более крутым.

Следует отметить, что рассматриваемый алгоритм позволяет исследовать развитие ситуации, т.е. находить последовательность конфигураций, возникающих одна за другой при увеличении магнитного поля. При этом иногда рельеф имеет один и тот же вид при различных h (точнее говоря, небольшие изменения происходят только у границы), но при некоторых значениях поля он проскакивает внутрь на одну ячейку. Это имеет место, например, при $2\pi < I < 9.5$, когда количество квантов Φ_0 в соседних ячейках меняется следующим образом: 01234567... В других случаях есть конкурирующие конфигурации, сменяющие друг друга при изменении поля. Например, для $I = 10$ при $h = 13$ реализуется описываемая формулой (12) последовательность 0123456... (11)(12), при $h = 13.8$ она изменяется на 022446688(10)(10)(12)(12), а при $h = 14.6$ снова возникает предыдущая, но сдвинутая на ячейку: 01234... (11)(12)(13). Эти два рельефа можно сравнить на рис. 5, где один из них соответствует $I = 10$, а другой совпадает с прямой, соответствующей $I = 9.5$. Сменяющих друг друга рельефов может быть и больше двух. Например, при $I = 10.5$ в зависимости от магнитного поля h возможны конфигурации 01335688..., 02245779..., 0235578... и 02346689....

Как видно из рис. 4 и 5, во всех случаях проникающее в контакт магнитное поле зависит от глубины почти линейно, с некоторыми более или менее выраженными осцилляциями. Крутизна рельефа увеличивается с ростом параметра пиннинга. На рис. 6 изображен график зависимости крутизны k (т.е. усредненного изменения величины h на длине одной ячейки) от I . Значения коэффициента наклона k представляют собой рациональные дроби. Один и тот же наклон может реализоваться при различных значениях I , расположенных в непрерывном диапазоне. Такие же результаты получены в работе [4], в которой рассчитывались наиболее круто спадающие рельефы. Этот факт позволяет сделать вывод о том, что при адиабатическом включении внешнего магнитного поля реализуется конфигурация, обеспечивающая максимальную крутизну рельефа магнитного поля у границы контакта. Об этом свидетельствуют совпадение найденного I_C с полученными в [4,5] значением $I_C = 0.9716$,

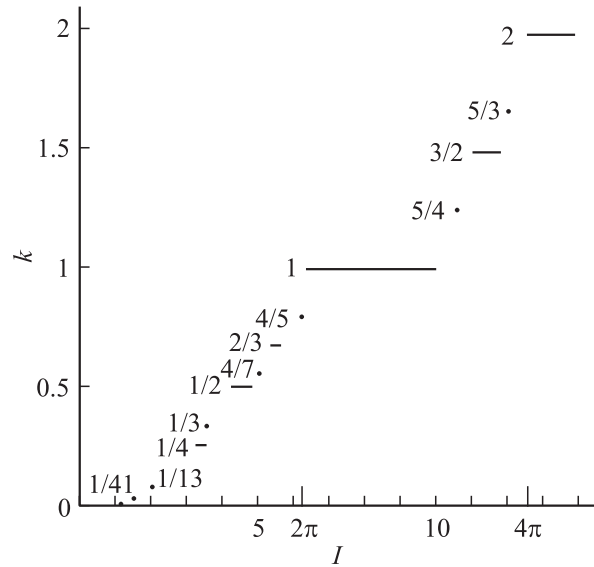


Рис. 6. Зависимость крутизны спада магнитного поля внутри контакта (т.е. усредненного изменения величины h на длине одной ячейки) от I .

а также сходство зависимости $h_{\max}(I)$ (рис. 2) с кривой, полученной в [4].

Заключение

Предложен новый подход к расчету профиля магнитного поля внутри контакта, основанный на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения ее потенциала Гиббса. Процесс проникновения магнитного поля в контакт рассматривается как непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то — возрастают, т.е. вихри не ведут себя как заталкиваемые полем внутрь жесткие частицы, а как бы „втекают“ внутрь контакта. Предложенный алгоритм позволяет найти конфигурацию, в которую переходит меиснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения H_S , и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля, что одновременно дает ответ и на вопрос об устойчивости.

Компьютерные расчеты по предложенному методу показали, что существует критическое значение I_C , находящееся в интервале 0.95–1, разделяющее два возможных режима проникновения в контакт внешнего магнитного поля. Для $I > I_C$ расчет при любом значении внешнего магнитного поля H_e приводит к приграничной токовой конфигурации конечной длины, полностью компенсирующей внешнее поле в глубине контакта. Если $I < I_C$, то такая ситуация реализуется лишь до некоторого значения внешнего поля H_{\max} . При больших значениях поля оно проникает в контакт на бесконечную глубину. Построен график зависимости $H_{\max}(I)$.

В тех случаях, когда в глубине контакта магнитное поле равно нулю (как при $I > I_C$, так и при $I < I_C$, но $H_e < H_{\max}$) у границы оно уменьшается с глубиной почти линейно, с некоторыми более или менее выраженными осцилляциями. Значения коэффициента наклона представляют собой рациональные дроби и остаются постоянными в конечных интервалах I . При выходе I за верхнюю границу такого интервала коэффициент наклона скачком увеличивается и принимает значение другой рациональной дроби.

Сопоставление полученных выводов и графиков с результатами исследований, в которых рассчитывались наиболее круто спадающие рельефы, позволяет сделать вывод о том, что при адиабатическом включении внешнего магнитного поля при всех его значениях реализуются конфигурации, обеспечивающие максимальную крутизну роста магнитного поля с приближением к границе контакта.

Важным дополнительным плюсом предложенного подхода является то, что в дальнейшем его можно попытаться развить для нахождения распределения линейных вихрей у границы трехмерной джозефсоновской среды при анализе проникновения в нее магнитного поля. Другие методы расчета такой возможности не дают.

Приложение

Значение параметра пиннинга, выше которого рельеф магнитного поля может монотонно подниматься к границе, т. е. не иметь спадающих участков, можно оценить аналитически, не прибегая к численному расчету. При этом значении I после бесконечно длинной последовательности соседних вихрей, каждый с ν квантами магнитного потока Φ_0 , впервые может возникнуть конфигурация из бесконечного числа вихрей в соседних ячейках с $(\nu + 1)$ квантами. Если это не так, то спадающие участки неизбежны.

Пусть все ячейки с $m > 0$ содержат по $(\nu + 1)\Phi_0$, а с $m \leq 0$ — по $\nu\Phi_0$. Такая конфигурация описывается системой [7]

$$\varphi_{m+1} - \varphi_m + I \sum_{i=m+1}^{\infty} \sin \varphi_i = (\nu + 1)2\pi \quad (m > 0), \quad (A1)$$

$$\varphi_{m-1} - \varphi_m + I \sum_{i=m-1}^{-\infty} \sin \varphi_i = \nu 2\pi \quad (m < 0), \quad (A2)$$

$$\varphi_1 - \varphi_{-1} + I \sum_{i=1}^{\infty} \sin \varphi_i = \nu 2\pi \quad (m = 0). \quad (A3)$$

Вычтя из каждого уравнения для m соответствующее уравнение для $(m - 1)$, получим

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I \sin \varphi_m \quad (m \neq 1), \quad (A4)$$

$$\varphi_2 - 2\varphi_1 + \varphi_{-1} = I \sin \varphi_1 + 2\pi. \quad (A5)$$

На грани скольжения находится вихрь в ячейке с $m = 1$; значит, он и сдвинут наиболее от своего центрального положения в ячейке. Поэтому будем считать все φ_m , кроме φ_1 , малыми [7], тогда линеаризованная система (A4) имеет решение вида

$$\varphi_m = \varphi_1 \gamma^{-m} \quad (m \leq -1), \quad (A6)$$

$$\varphi_m = \varphi_1 \gamma^{m-1} \quad (m \geq 1), \quad (A7)$$

где $\gamma = 1 + I/2 - \sqrt{I + I^2/4}$ — решение характеристического уравнения $\gamma^2 - (2 + I)\gamma + 1 = 0$.

Подставив $\varphi_2 = \varphi_{-1} = \varphi_1 \gamma$ в (A5), получим следующее уравнение для нахождения φ_1 :

$$2(\gamma - 1)\varphi_1 = I \sin \varphi_1 + 2\pi. \quad (A8)$$

Легко показать, что для существования решения (A8) параметр I должен превышать значение 3.35. Важно, что уравнением (A8) определяется возможность бесконечного подъема „лестницы“ к границе образца, так как при движении из глубины контакта после безвихревого участка появляется последовательность соседних вихрей с Φ_0 , затем — с $2\Phi_0$, далее с $3\Phi_0$ и т.д.

Следует отметить, что возможность бесконечного подъема „лестницы“ к границе образца является необходимым, но не достаточным условием того, что именно эта конфигурация будет реализована в наиболее крутом рельефе. Существуют и другие возможные конфигурации, хотя и имеющие участки со спадом магнитного поля, но за счет более резкого подъема между ними обеспечивающие более крутой рост поля по мере приближения к границе контакта. Поэтому следует ожидать, что реальное значение I , при котором в наиболее крутом рельефе поле монотонно растет к границе, будет выше теоретического значения $I = 3.35$. Точный численный расчет дает значение $I = 3.41$, что, с одной стороны, подтверждает ожидания, а с другой — свидетельствует о хорошем количественном согласии приближенного теоретического результата с найденной численно величиной.

Список литературы

- [1] Golubov A.A., Serpuchenko I.L., Ustinov A.V. // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67. P. 1256.
- [2] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 68–74.
- [3] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970.
- [4] Dorogovtsev S.N., Samuhin A.N. // Europhys. Lett. 1994. Vol. 25. P. 693–698.
- [5] Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
- [6] Parodi F., Vaccarone R. // Physica C. 1991. Vol. 173. P. 56–63.
- [7] Zelikman M.A. // Superconductor Sci. & Techn. 1997. Vol. 10. № 7. P. 469–474.