02;07

Поляризационно-статистические процессы управления оптико-информационными системами

© Б.П. Кашников,[1] В.В. Макаров,[2] Г.И. Смирнов,[2] Н.Г. Шевченко[2]

[1] Институт физики полупроводников СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
[2] Международный институт нелинейных исследований СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
e-mail: smirnov.g.i@iae.nsk.su

(Поступило в Редакцию 29 августа 2006 г. В окончательной редакции 12 марта 2008 г.)

Исследована зависимость стохастических процессов в волоконных системах оптической информации от режимов поляризации излучения, параметров анизотропии и нелинейности оптоволокна. Установленные поляризационно-статистические свойства сигналов в оптоволоконных информационных системах позволяют моделировать новые методы управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями фотонов с целью повышения информативности оптических каналов связи.

PACS: 03.67.Hk, 42.25.Ja, 42.50.Dv

Введение

В настоящей работе представлена качественная модель поляризационных и статистических характеристик квазимонохроматического излучения в нелинейной анизотропной среде оптоволоконного коммуникационного канала связи, применяемого в системах обработки и передачи информации [1–3]. Для описания поведения излучения использовано уравнение для фотонной функции распределения в представлении когерентных состояний (представление Глаубера–Сударшана [4]). Дан детальный анализ зависимости стохастических режимов поляризации излучения, параметров анизотропии и нелинейности оптоволокна. При этом наибольший интерес представляют результаты моделирования новых поляризационно-статистических методов коррекции сигналов в оптических волноводах на базе управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями фотонов.

Нелинейные поляризационные явления в оптике и спектроскопии изучаются весьма активно (см., например, [3,5,6]). Далее показано, что учет стохастических факторов дает более точное представление о поляризационных свойствах сигналов при передаче и обработке квантовой информации, способствует повышению информативности оптических каналов связи. Актуальность проделанных исследований обусловлена открывающимися возможностями из использования при создании перспективных информационных технологий на основе оптоволоконных систем.

Весьма важным для статистики фотонов в задачах передачи и обработки информации является изучение флуктуаций излучения в оптических линиях связи, разработка путем управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями. Аналогичные процессы исследовались ранее для лазерных [5] и радиолокационных систем [7], для генных сетей в биоинформатике [8].

Уравнение для фотонной матрицы плотности в представлении когерентных состояний

Рассмотрим систему оптической информации на основе оптоволоконного коммуникационного канала с обратной связью по типу интерферометра. Согласно Глауберу и Сударшану, поведение квазимонохроматического излучения удобно описывать посредством фотонной матрицы плотности в представлении когерентных состояний, в котором бозевский оператор уничтожения фотонов диагонален [4]:

$$a_{sq}|z_{sq}\rangle = z_{sq}|z_{sq}\rangle. \tag{1}$$

Операторы рождения и уничтожения фотонов a^+_{sq}, a_{sq} подчиняются коммутационному соотношению

$$[a_{sq}, a^+_{s'q'}] = \delta_{qq'}\delta_{ss'}. \tag{2}$$

Индекс s указывает направление распространения встречных волн с амплитудами, пропорциональными величинам z_{sq}; q — индекс круговой поляризации ($s, q = \pm 1$). Хотя в этом представлении собственные вектора неортогональны

$$\langle z_{sq}|z'_{sq}\rangle^2 = \exp(-|z_{sq} - z'_{sq}|^2), \tag{3}$$

их набор является полным, и этого достаточно для получения однозначного разложения произвольного состояния системы фотонов по когерентным состояниям.

Часть гамильтониана, содержащая градиенты $\partial/\partial z_{sq}$, описывает процессы излучения и поглощения [4,5]. Ее учет приводит к появлению диффузии фотонов в z_{sq}-пространстве, что избавляет от необходимости вводить в дальнейшем какие-либо шумовые источники или делать предположения о корреляционных свойствах шумов.

Используя процедуры, аналогичные проделанным в работах [4,5], можно получить уравнение для фотонной матрицы плотности P с нормировкой

$$\int P(z_{sq}) \prod_{sq} d^2 z_{sq} = 1 \tag{4}$$

при малых энергиях излучения, когда в поляризации среды удерживаются только первая нелинейная по амплитудам световых волн поправка:

$$\frac{2}{\sigma}\frac{\partial P}{\partial t} + \sum_{s,q}\left(\frac{\partial J_{sq} P}{\partial z_{sq}} + \text{к.с.}\right) = 0, \tag{5}$$

где к.с. обозначает выражение, комплексно сопряженное предыдущему слагаемому, и

$$J_{sq} = (\xi + iq\Omega_0) z_{sq} - \alpha z_{s-q} - 2\beta z_{sq}\big[|z_{sq}|^2 + AB_{s-q}|z_{s-q}|^2 + B_{-sq}|z_{-sq}|^2 + AB_{-s-q}|z_{-s-q}|^2\big] - 2\beta A\tilde{B}_{sq} z_{s-q} z_{-sq} z^*_{-s-q} - \frac{\partial}{\partial z^*_{sq}}.$$

Из (5) видно, что ток вероятности J_{sq} без оператора градиента $\partial/\partial z^*_{sq}$ совпадает с классическим током. Уравнение (5) записано для одинаковых значений параметра генерации ξ для противоположных круговых компонент поля; σ — эффективная проводимость активного оптоволоконного элемента; параметр α характеризует анизотропию активного элемента $(0 < \alpha \le 1)$, β — параметр насыщения, A — коэффициент нелинейной связи противоположных круговых компонент поля; коэффициенты Ω_0, B_{sq}, $\tilde{B}_{sq}$ характеризуют аксиальную анизотропию среды. Такого рода анизотропия создается, в частности, сильным электромагнитным излучением, внешним продольным магнитным полем или определяется технологией изготовления оптоволокна.

Положим в (5) $z_{sq} = z_{-sq}$, рассмотрим более простое уравнение для фотонной функции распределения P, аналогичное такому уравнению в случае лазера с резонатором типа Фабри–Перо [10]:

$$\frac{2}{\sigma}\frac{\partial P}{\partial t} + \sum_{q=\pm 1}\left\{\frac{\partial}{\partial z_q}\left[(\xi + iq\Omega_0) z_q - \alpha z_{-q} - 2\beta z_q\left(B_q|z_q|^2 + AC_q|z_{-q}|^2\right) - \frac{\partial}{\partial z^*_q}\right]P + \text{к.с.}\right\} = 0; \tag{6}$$

$$B_q = 1 + B_{-sq}, \quad C_q = B_{s-q} + B_{-s-q} + \tilde{B}_{sq}.$$

Свойства излучения удобно характеризовать поляризационным тензором

$$\rho_{ij} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\xi_3 & \xi_1 - i\xi_2 \\ \xi_1 + i\xi_2 & 1-\xi_3 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

который выражается через параметры Стокса:

$$\xi_1 = \frac{2\,\overline{\mathrm{Im}(z_{+1} z^*_{-1})}}{|z_{+1}|^2 + |z_{-1}|^2}, \quad \xi_2 = \frac{\overline{|z_{-1}|^2 - |z_{+1}|^2}}{|z_{+1}|^2 + |z_{-1}|^2},$$

$$\xi_3 = \frac{2\,\overline{\mathrm{Re}(z_{+1} z^*_{-1})}}{|z_{+1}|^2 + |z_{-1}|^2}. \tag{8}$$

Усреднение понимается здесь как интегрирование со стационарной функцией распределения (предел P при $t \to \infty$). Все три параметра изменяются в пределах от -1 до $+1$. Через них легко выражается степень поляризации излучения, т.е. отношение интенсивности поляризационной части к полной интенсивности,

$$w = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}. \tag{9}$$

Из выражения (9) следует, что в неполяризованном состоянии $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$, а для полностью поляризованного света $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 = 1$.

Для волны, бегущей в направлении оси z, параметр ξ_3 характеризует линейную поляризацию вдоль осей x и y. Вероятность для фотона быть линейно поляризованным вдоль этих осей равна соответственно $(1+\xi_3)/2$ и $(1-\xi_3)/2$. Если $\xi_3 = 1$, то излучение поляризовано полностью вдоль оси x, а если $\xi_3 = 1$ — вдоль оси y. Параметр ξ_1 характеризует линейную поляризацию вдоль направлений, составляющих угол $\varphi = \pm 45°$ с осью x. Наконец, ξ_2 есть степень круговой поляризации. Вероятность фотону иметь правую или левую круговые поляризации равна $(1+\xi_2)/2$ или $(1-\xi_2)/2$.

Поляризационно-статистические свойства квазимонохроматического излучения

Исследование уравнений Фоккера–Планка (6) проведем для случая $\xi - \alpha \gg \beta$. Трудности решения задачи с учетом анизотропии активного элемента обусловлены непотенциальностью тока вероятности для поляризованных компонент поля. Учет анизотропии активного элемента в аналитическом виде удается провести для случая слабой нелинейной связи противоположных круговых компонент излучения или ее отсутствия $(A \le 1)$ и при $\mathrm{Im}(B_q + B_{-q}) = \mathrm{Im}(C_q + C_{-q}) = 0$.

Уравнение (6) для функции распределения фотонов в этом случае удобно рассматривать в сферических координатах

$$z_q = \left[\frac{n}{2}(1 - q\cos\theta)\right]^{1/2} \exp\left[\frac{i}{2}(\psi + q\varphi)\right]. \tag{10}$$

Введенные переменные имеют ясный физический смысл:

$$n = n_{+1} + n_{-1} = |z_{+1}|^2 + |z_{-1}|^2 \tag{11}$$

— полное число фотонов;

$$\cos\theta = (n_{-1} - n_{+1})/n \tag{12}$$

— относительная разность чисел фотонов с противоположными круговыми поляризациями, ψ и φ представляют собой сумму и разность фаз круговых компонент поля.

В новой системе координат уравнение для фотонной функции распределения принимает вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\sigma}{n}\frac{\partial}{\partial n}n^2\Big\{P\big[\xi-\alpha\cos\varphi\sin\theta-n\beta(D_1+D_2\cos^2\theta)\big]$$

$$-\frac{\partial P}{\partial n}\Big\}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\Big\{P\cos\theta\big[-\alpha\cos\varphi$$

$$+n\beta(D_2\sin\theta+D_4\,\mathrm{tg}\,\theta)\big]-\frac{1}{n}\frac{\partial P}{\partial n}\Big\}+\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big\{P\Big[\frac{\alpha\sin\varphi}{\sin\theta}$$

$$+\beta n(F_1\cos\theta-F_3)+\Omega_0\Big]-\frac{1}{n\sin^2\theta}\Big(\frac{\partial P}{\partial\varphi}+\cos\theta\frac{\partial P}{\partial\psi}\Big)\Big\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\psi}\Big\{P\big[\alpha\sin\varphi\,\mathrm{ctg}\,\theta-\beta n(F_2-F_4\cos\theta)\big]$$

$$-\frac{1}{n\sin^2\theta}\Big(\frac{\partial P}{\partial\psi}+\cos\theta\frac{\partial P}{\partial\varphi}\Big)\Big\}=0, \quad (13)$$

где

$$2D_{1,2}=\mathrm{Re}[B_{+1}+B_{-1}\pm A(C_{+1}+C_{-1})],$$

$$D_3=\mathrm{Re}(B_{-1}-B_{+1}),$$

$$2D_4=\mathrm{Re}[B_{-1}+B_{+1}+A(C_{-1}-C_{+1})],$$

$$2F_{1,2}=\mathrm{Im}[B_{+1}+B_{-1}\mp A(C_{+1}+C_{-1})],$$

$$2F_{3,4}=\mathrm{Im}[B_{+1}-B_{-1}\pm A(C_{+1}-C_{-1})].$$

Уравнение (5) не содержит явным образом функций угла ψ. Поэтому его общее решение целесообразно представить разложенным в ряд Фурье по $\psi/2$:

$$P=\sum_{m=-\infty}^{\infty}P_m(n,\theta,\varphi,t)\exp\Big(\frac{im\psi}{2}\Big),\quad P_m=P^*_{-m}. \quad (14)$$

С помощью нулевой гармоники $P_{m=0}(n,\theta,\varphi,t)$ этого разложения находятся средние от величин, содержащих одинаковое количество операторов рождения и уничтожения; в частности, среднее от оператора числа фотонов с определенной круговой поляризацией $n_q=a^+_q a_q$. Сдвиг частоты и затухание для круговой компоненты поля определяет гармоника $P_{m=1}(n,\theta,\varphi,t)$.

Из всех гармоник лишь для $P_m=0$ имеется независящее от времени стационарное решение. Стационарные условия соответствуют ситуации, когда $P_{m=0}=0$. В квазистационарном режиме, а здесь рассматривается лишь этот случай, общее решение уравнения (13) можно с помощью стационарной функции распределения приближенно представить в виде

$$P_m(n,\theta,\varphi,t)\simeq C_m\exp(i\Delta v_m t)P_{m=0}(n,\theta,\varphi). \quad (15)$$

Константы C_m определяются начальными условиями. Приближение (7) связано, очевидно, с предположением, что релаксация по переменным n, θ, φ происходит гораздо быстрее, чем релаксация по углу ψ.

Рассмотрим стационарное решение уравнения (13) для $A\le 1$. Индекс $m=0$ у стационарной функции распределения будет далее опускаться. Как следует из (13), стационарная функция распределения имеет экспоненциальный характер

$$P(n,\theta,\varphi)\simeq P_0\exp[f(n,\theta,\varphi)], \quad (16)$$

причем показатель экспоненты велик $\xi\bar{n}\gg 1$. Поэтому при вычислении нормировочной константы P_0 можно воспользоваться методом перевала. Знание этой константы необходимо, ибо все поляризованные и флуктуационные характеристики излучения определяются посредством параметрического дифференцирования $\ln P_0$.

Координаты точки перевала n_0, θ_0 и φ_0, определяющие положение максимума функции $P(n,\theta,\varphi)$, связаны классическими стационарными уравнениями:

$$\sin\theta_0=1,\ \ \alpha\cos\varphi_0=\xi-n_0\beta D_1,\ \ \alpha\sin\varphi_0=n_0\beta F_3-\Omega_0. \quad (17)$$

Эти уравнения определяют линейно поляризованное излучение с поворотом плоскости поляризации на угол $\varphi_0/2$ от оси x в положительном направлении. При $F_3=\Omega_0=0$ разность фаз, соответствующая максимуму, $\varphi_0=\pi$, т. е. плоскость поляризации направлена по оси y (ось большей „добротности“).

Предположим, что максимум (8) функции распределения резко выражен. Тогда основной вклад в значение интеграла, который получается при вычислении P_0, дает окрестность точки максимума. Отсюда следует, что в условиях резко выраженного максимума при определении средних значений можно ограничиться использованием приближенного выражения для стационарной функции распределения, найденного в окрестности максимума.

Вблизи максимума функция распределения $P(n,\theta,\varphi)$ удовлетворяет приближенному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial n}n_0^2\Big\{P[\alpha\sin\varphi_0(\varphi-\varphi_0)-\beta DD_1(n-n_0)]-\frac{\partial P}{\partial n}\Big\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\theta}\Big\{P[-\alpha\cos\varphi_0+n_0\beta D_2]n_0(\theta-\theta_0)-\frac{\partial P}{\partial\theta}\Big\}$$

$$+\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big\{Pn_0[\alpha\cos\varphi_0(\varphi-\varphi_0)-\beta F_3(n-n_0)]-\frac{\partial P}{\partial n}\Big\}=0. \quad (18)$$

Можно заметить, что это уравнение допускает разделение переменных

$$P(n,\theta,\varphi)=P_1(\theta)P_2(n,\varphi), \quad (19)$$

где

$$P_1=\exp\Big(-\frac{\theta}{2}(\theta-\theta_0)^2\Big),\quad b=n_0(n_0\beta D_2-\alpha\cos\varphi_0). \quad (20)$$

Из общего уравнения (13) следует, что условия стационарности функции распределения выполняются, когда ток вероятности имеет форму вихря

$$\mathbf{J} = \operatorname{rot} \mathbf{M}, \tag{21}$$

где $\mathbf{M}$ — произвольный вектор. Используя соотношения (19), (20), для определения функции $P_2(n, \varphi)$ получим систему уравнений:

$$\frac{\partial P_2}{\partial n} + \frac{1}{n_0^2}\frac{\partial M_\theta}{\partial \varphi} = P_2[\alpha \sin\varphi_0(\varphi - \varphi_0) - \beta D_1(n - n_0)],$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \varphi} - \frac{\partial M_\theta}{\partial n} = P_2 n_0[\alpha \cos\varphi_0(\varphi - \varphi_0) - \beta F_3(n - n_0)], \tag{22}$$

где M_θ — компонента вектора $\mathbf{M}$. Вблизи стационарных значений n_0 и φ_0 компонента $M_\theta = \text{const} P_2$. Константу, связывающую функции M_θ и P_2, можно определить из условия совместимости уравнений.

Не останавливаясь на деталях вычислений, выпишем общее выражение для фотонной функции распределения в окрестности максимума:

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{1}{1+\rho^2}\left[\frac{a_1}{2}(n-n_0)^2 - a_{12}(n-n_0)(\varphi-\varphi_0) + \frac{a_2}{2}(\varphi-\varphi_0)^2\right] - \frac{b}{2}(\theta-\theta_0)^2, \tag{23}$$

где

$$\rho = \frac{2\alpha\sin\varphi_0 + \Omega_0}{\xi - 2\alpha\cos\varphi_0}, \quad a_1 = \beta(D_1 + \rho F_3),$$

$$a_{12} = n_0\beta(\rho D_1 - F_3),$$

$$a_2 = n_0\alpha(\rho\sin\varphi_0 - \cos\varphi_0).$$

Условия максимума функции распределения

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad b > 0, \quad (a_1 a_2 - a_{12}^2) > 0 \tag{24}$$

совпадают с условиями устойчивости решения (17)

$$\xi - 2\alpha\cos\varphi_0 > 0, \quad F_3\sin\varphi_0 - D_1\cos\varphi_0 > 0,$$

$$n_0\beta D_2 - \alpha\cos\varphi_0 > 0. \tag{25}$$

В условиях резко выраженного максимума коэффициенты a и b подчиняются более жестким требованиям:

$$(a_1 a_2 - a_{12}^2)/a_1 \gg 1, \quad b \gg 1. \tag{26}$$

Используя соотношения (17) и условия устойчивости (25), можно получить явное выражение для полного числа фотонов в режиме линейной поляризации:

$$n = n_0 = \frac{\xi D_1 + \Omega_0 F_3 + \sqrt{\alpha^2(D_1^2 + F_3^2) - (\xi F_3 - \Omega_0 D_1)^2}}{\beta(D_1^2 + F_3^2)}. \tag{27}$$

Если анизотропия добротности достаточно мала, то значение выражения под корнем в (27) может стать отрицательным. В этом случае определение стационарной разности фаз теряет смысл, и режим линейно поляризованного излучения становится неустойчивым. Происходит расщепление по частотам для противоположных круговых компонент излучения, вызванное аксиальной анизотропией нелинейной среды. Учитывая, что в новых переменных элемент объема представим в форме

$$\prod_q d^2 z_q = \frac{n}{16}\sin\theta dn d\theta d\varphi d\psi, \tag{28}$$

видим, что нормировка функции распределения выражается следующим образом:

$$P_0 = \frac{\sqrt{b(a_1 a_2 - a_{12}^2)}}{2\pi^{5/2}(1+\rho^2)n_0}. \tag{29}$$

Результаты моделирования поляризационно-статистических процессов управления флуктуациями фотонов

Флуктуационные характеристики излучения определяются с помощью дифференцирования $\ln P_0$ по параметрам a и b. Например, квадратичные флуктуации полного числа фотонов имеют вид

$$\overline{(\Delta n)^2} = 2(1+\rho^2)\frac{\partial \ln P_0}{\partial a_1} = \frac{a_2(1+\rho^2)^2}{a_1 a_2 - a_{12}^2}. \tag{30}$$

Аналогичным образом можно определить флуктуации и средние значения для чисел фотонов с круговой

$$n_{\pm 1} = \frac{n}{2}(1 \mp \cos\theta) \tag{31}$$

и линейной

$$n_{x,y} = \frac{n}{2}(1 \pm \sin\theta\cos\varphi) \tag{32}$$

поляризациями:

$$n_{\pm 1} = \frac{n_0}{2}, \quad \overline{(\Delta n)^2} = \frac{1}{4}\left[(\Delta n)^2 + \frac{n_0^2}{b}\right],$$

$$\overline{n_x} = \frac{n_0}{2}(1 + \cos\varphi_0) - \overline{(\Delta n)^2}\left(\frac{a_{12}\sin\varphi_0}{a_2} + \frac{a_1\cos\varphi_0}{4a_2}\right) + \frac{n_0}{4b}\cos\varphi_0,$$

$$\overline{\Delta n_{x,y}} = \frac{(\Delta n)^2}{4a_2}\Big[a_2(1 \pm \cos\varphi_0)^2 \mp 2a_{12}n_0(1+\cos\varphi_0) + a_1 n_0^2\sin^2\varphi_0\Big]. \tag{33}$$

Все формулы для дисперсий записаны с точностью до членов порядка ξ. В них можно переходить к пределу $\cos\varphi_0 = -1$, за исключением формулы для $\overline{(\Delta n_x)^2}$, которая имеет громоздкий вид и поэтому выписана для случая $\sin^2\varphi_0 \gg \sqrt{\beta}/\alpha$. Флуктуационную часть в выражении для $\overline{n_x}$ необходимо удерживать лишь, когда $\cos\varphi \approx -1$ и эта добавка сравнима с величиной $n_0(1+\cos\varphi_0)/2$ либо играет основную роль. Так как свое максимальное значение добавка принимает на границе устойчивости режима (17), причем

$$\max(\cos\varphi_0) = F_3(F_3^2 + D_1^2)^{-1/2}, \tag{34}$$

то ввиду относительной малости аналогичная флуктуационная добавка в выражении для $\overline{n_y}$ опущена.

Также легко можно вычислить коэффициент деполяризации излучения

$$d = (1-w)(1+w)^{-1}, \tag{35}$$

который является функцией параметров Стокса (см. формулы (8), (9)):

$$d = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4} + \frac{a_1(1+\rho^2)}{a_1a_2 - a_{12}}\right]. \tag{36}$$

Затухания средних полей, обусловленные фазовыми флуктуациями, находятся с помощью уравнения (13). Как следует из соотношений (14), (15), приближенное решение уравнения (13) можно представить в виде

$$P(n,\theta,\varphi,\psi,t) = P_1(\theta)P_2(n,\varphi)P_3(\psi,t). \tag{37}$$

Выражения для функций P_1 и P_2 даны в (20), (23). Функция

$$P_3(\psi,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp\left[i\left(\frac{m\psi}{2} + \Delta v_m t\right)\right] \tag{38}$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial P_3}{\partial t} = \frac{\sigma}{\overline{n}}\frac{\partial^2 P_3}{\partial\psi^2}. \tag{39}$$

После подстановки выражения (38) в это уравнение определяются сдвиги частоты и декременты затухания для средних от операторов типа a^m:

$$\mathrm{Re}\,\Delta v_m = 0, \quad \mathrm{Im}\,\Delta v_m = \frac{\sigma m^2}{4n_0}. \tag{40}$$

При $m=1$ выражение для $\mathrm{Im}\,\Delta v_m$ представляет собой ширину линии излучения

$$\mathrm{Im}\,\Delta v_m = \sigma/4n_0. \tag{41}$$

Частотный сдвиг отсутствует, поскольку $\mathrm{Re}\,\Delta v_m = 0$. Флуктуация полного числа фотонов и деполяризация растут вблизи области неустойчивости режима (17), определяемой неравенствами

$$\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \le \varphi_0 \le \frac{3\pi}{2} - \varphi_1, \quad \varphi_1 = \arcsin\frac{F_3}{\sqrt{D_1^2 + F_3^2}}, \tag{42}$$

полученными из условия максимума $a_1a_2 \ge a_{12}^2$.

Для выяснения характера зависимости от параметров поляризационной анизотропии среды для $\overline{(\Delta n)^2}$ и d удобно записать в виде

$$\overline{(\Delta n)^2} = \frac{\alpha}{\beta\gamma}\left\{\frac{\alpha}{[\alpha^2(D_1^2+F_3^2) - (\xi F_3 - \Omega_0 D_1)^2]^{1/2}} + \frac{n_0\beta}{\alpha}\right\}, \tag{43}$$

$$d = \frac{1}{b} - \frac{a_1}{a_2}\overline{(\Delta n)^2}. \tag{44}$$

По мере приближения к границе устойчивости режима с линейной поляризацией увеличивается роль первого слагаемого в фигурных скобках выражения (43). Если близость к границе устойчивости этого режима такова, что

$$\left[\alpha^2(D_1^2+F_3^2) - (\xi F_3 - \Omega_0 D_1)^2\right]^{1/2} \ll \alpha^2/\xi, \tag{45}$$

зависимость флуктуаций полной энергии и коэффициента деполяризации от параметров анизотропии среды определяется в основном этим слагаемым:

$$\overline{(\Delta n)^2} = \frac{\alpha^2}{\beta\gamma}\left[\alpha^2(D_1^2+F_3^2) - (\xi F_3 - \Omega_0 D_1)^2\right]^{-1/2}, \tag{46}$$

$$d = \frac{\xi a_1\overline{(\Delta n)^2}}{n_0\alpha^2}.$$

Относительная дисперсия полного числа фотонов в этом случае значительно превышает ее обычное значение:

$$\overline{(\Delta n)^2}/n_0^2 \gg \beta/\xi^2. \tag{47}$$

Существование режима линейной поляризации связано с наличием анизотропии активной среды. С приближением к границе неустойчивости этого режима флуктуации полной энергии растут по той причине, что за ней начинается область устойчивости режима расщепленных по частотам круговых компонент с другой энергией. Флуктуации полной энергии не могут, очевидно, превышать разность энергий в этих двух режимах $\Delta n \sim \xi/\beta$. Так как, с другой стороны, при $\alpha \ll \xi$ полная энергия оценивается как $\overline{n} \sim \xi/\beta$, то отсюда получаем оценку для верхней границы флуктуаций $\overline{(\Delta n)^2}/\overline{n}_0^2 \sim \alpha^2/\xi^2$. Верхнюю границу величины флуктуаций можно также определить с помощью условия резкого максимума (26) или приближенного соотношения

$$\frac{\xi}{\beta}\left[\alpha^2(D_1^2+F_3^2) - (\xi F_3 - \Omega_0 D_1)^2\right]^{1/2} \gg 1, \tag{48}$$

из которого следует: $\overline{(\Delta n)^2}/\overline{n}_0^2 \ll \alpha^2/\xi^2$.

Если параметры α и ξ принимают значение $\xi \simeq 10^{-1}$, $\alpha \simeq 10^{-2}$, то условие (48) позволяет приблизиться к границам устойчивости (42) с точностью 10^{-3} rad. Вообще при таких значениях параметров α и ξ и относительные флуктуации полного числа фотонов изменяются в пределах $10^{-5} \ll \overline{(\Delta n)^2}/\overline{n}_0^2 \ll 10^{-2}$, а коэффициент деполяризации — в пределах $10^{-15} \ll d \ll 10^{-12}$.

Таким образом, установленные в настоящей работе поляризационно-статистические свойства информационных сигналов позволяют моделировать новые методы управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями фотонов, а также коррекции ошибок при передаче и обработке информации.

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований президиума РАН „Математические методы в нелинейной динамике" и Программой государственной поддержки ведущих научных школ (грант НШ-1716.2003.1).

Список литературы

[1] *Желтиков А.М.* // УФН. 2008. Т. 177. № 7. С. 737–762.
[2] *Валиев К.А.* // УФН. 2005. Т. 175. № 1. С. 3–39.
[3] *Komarov A., Leblond H., Sanchez F.* // Phys. Rev. A 2005. Vol. 72. P. 063 811–063 817.
[4] *Глаубер Р.* // Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М.: Мир, 1966. С. 93–279.
[5] *Желнов Б.Л., Смирнов Г.И.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Вып. 11. С. 1801–1807.
[6] *Antsiferov V.V., Smirnov G.I.* Coherent Radiation Processes in Plasma. Cambridge: CISP, 236 p.
[7] *Анциферов В.В., Смирнов Г.И., Устюгов Ю.А., Чесноков Ю.С.* Принципы высокоинформативной локации. Новосибирск: СГУПС, 1997. 135 с.
[8] *Golubyatnikov V.P., Likhoshvai V.A., Matushkin Yu.G.* et al. // Proc. 6th Int. Conf. „Human and Computers". University of Aizu, Japan, 2003. P. 200–205.