

01;03

## Компьютерное моделирование ЭГД-течений в системе электродов игла—плоскость

© Ю.К. Стишков, В.А. Чирков

Научно-образовательный центр „Электрофизика“ Санкт-Петербургского государственного университета,  
198504 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: stishkov@paloma.spbu.ru

(Поступило в Редакцию 29 ноября 2007 г.)

Проведено комплексное исследование структуры электрогидродинамических (ЭГД) течений в системе электродов игла—плоскость на основе анализа совокупности экспериментальных данных и результатов компьютерного моделирования. Разработан алгоритм итерационного моделирования распределения объемного заряда в жидкости. Моделирование проведено с использованием системы ANSYS. Получены поля скоростей и давлений, а также электрические характеристики ЭГД-течений. В результате анализа полученного материала выявлен ряд особенностей ЭГД-течений в рассматриваемой системе электродов. Выявлены особенности зонной структуры, определены характерные размеры зоны пониженного давления у активного электрода, а также размеры зон ускорения и торможения жидкости в межэлектродном промежутке.

PACS: 47.65.-d

### Введение

Общая система электрогидродинамики (ЭГД) отображает тесную взаимосвязь явлений проводимости, зарядообразования и гидродинамики. Взаимосвязь переменных (электрическое поле, заряд, ток, скорость, давление и т.д.) существенно нелинейна, ввиду чего аналитическое решение системы не представляется возможным. Анализ уравнений может быть проведен только в некоторых приближениях, в упрощенных постановках с пренебрежениями. Поэтому для развития упрощений, необходимых для теоретического описания и выявления физических основ процесса, наряду с экспериментальными исследованиями проводится численное моделирование ЭГД-задач. Для того чтобы понять, справедливы ли сделанные предположения в постановке задачи, необходимо сопоставлять данные проведенного моделирования с экспериментальными данными. Проведение работ по экспериментальному исследованию ЭГД-течений в различных геометриях, с различными жидкостями, с разными граничными и начальными условиями помогает определить пригодность модели, используемой для описания ЭГД-течений, выявить область ее соответствия с наблюдаемыми явлениями и в результате произвести ее уточнение.

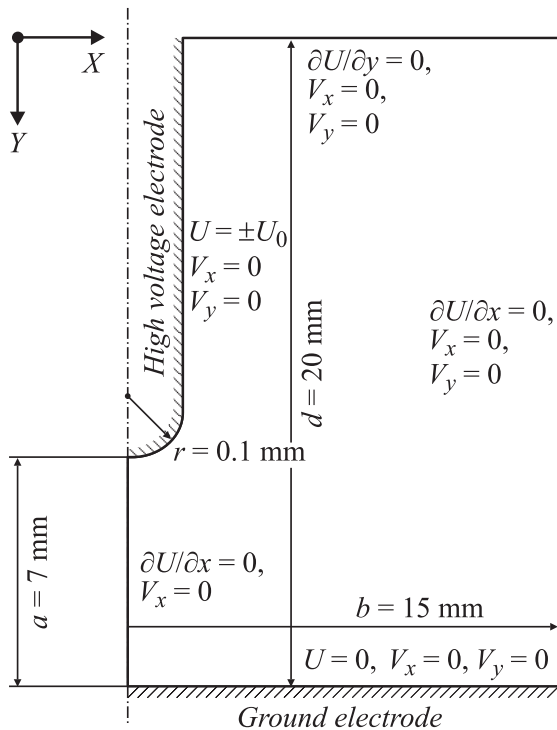
До сих пор исследования касались в основном двумерных ЭГД-течений, возникающих в системе электродов „цилиндр над плоскостью“, либо „цилиндр—цилиндр“ [1–3]. В то же время в технических устройствах наиболее часто используются ЭГД-течения в системе электродов игла—плоскость. В этой системе при равных напряжениях, одинаковых радиусах кривизны активных электродов и для тех же межэлектродных расстояний по сравнению с системой электродов цилиндр—плоскость наблюдаются значительно большие скорости течения жидкости и более существенные градиенты давлений [4].

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование особенностей ЭГД-течений в системе электродов игла—плоскость и проведение компьютерного моделирования процесса в аналогичных условиях. Исследуемая модель является осесимметричной. Она представляет собой цилиндрическую кювету, в которую помещены активный и пассивный электроды — игла и плоскость соответственно.

### Моделирование

С учетом осевой симметрии исследуемой системы при моделировании была реализована двухмерная осесимметричная конечно-элементная модель. Геометрия модели (рис. 1) близко соответствует использованной в эксперименте: цилиндр с высотой  $d = 20$  mm и диаметром  $2b = 30$  mm, внутри которого расположена игла с диаметром основания  $0.2$  mm и радиусом закругления кончика  $r = 0.1$  mm; межэлектродное расстояние  $a = 7$  mm. Исследуемая жидкость — трансформаторное масло; его свойства: электрическая проводимость  $\sigma = 10^{-12} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2.2$ , механическая плотность  $\gamma = 850 \text{ kg/m}^3$ , динамическая вязкость  $\eta = 0.02 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ . Входными данными программы моделирования являются напряжение на электродах, условия на стенках модели, величина плотности объемного заряда и его начальное распределение. Граничные условия показаны на рис. 1. Разность потенциалов между электродами равняется  $5 \text{ kV}$ . Значение плотности объемного заряда составляет  $0.15 \text{ C/m}^3$ .

Сравним дрейфовую скорость движения ионов и скорость течения жидкости в основной области МЭП, т.е. оценим значение электрического числа Рейнольдса,



**Рис. 1.** Граничные условия и геометрия компьютерной модели. Обозначения:  $U$  — потенциал,  $V_x, V_y$  — „ $x$ “ и „ $y$ “-компоненты скорости.

определяемого по формуле:

$$\text{Re}_{\text{el}} = \frac{v_{\text{fluid}}}{b_i E},$$

где  $v_{\text{fluid}}$  — характерная скорость жидкости,  $b_i$  — подвижность ионов,  $E$  — напряженность электрического поля.

В данной задаче (что будет показано дальше) скорости имеют порядок десятых долей метра в секунду, подвижность ионов в трансформаторном масле оценивается величиной  $10^{-8} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , характерное значение напряженности электрического поля —  $10^6 \text{ V/m}$ . Таким образом, электрическое число Рейнольдса будет иметь значение порядка нескольких десятков. Следовательно, скорость движения жидкости значительно преобладает над средней дрейфовой скоростью ионов, и поэтому ионы, образующие объемный заряд, можно считать „вмороженными“ в жидкость и перемещающимися по линиям тока жидкости. Одним из известных механизмов вмораживания ионов в жидкость следует считать образование сольватных оболочек [5].

В рамках рассматриваемой модели сделано предположение о том, что распределение заряда в заряженной струе однородно (т.е. внутри области с объемным зарядом значение самой плотности постоянно). Такое допущение правомерно, если ионы „вморожены“ в жидкость. В этом случае заряд перемещается вдоль линий тока, и следовательно, на всем протяжении межэлектродного

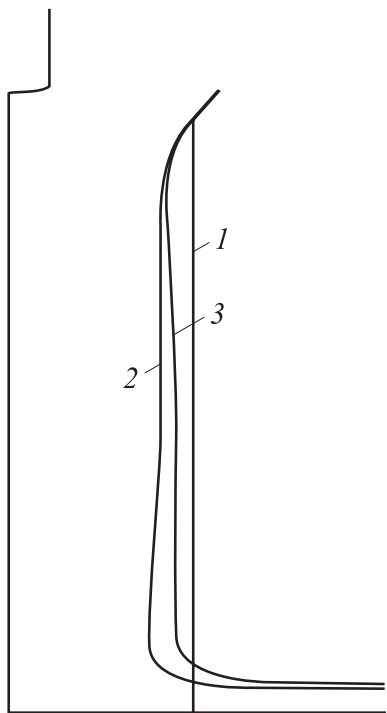
промежутка его плотность остается постоянной (в случае несжимаемой жидкости). Также следует отметить, что в рассматриваемом приближении в струе ЭГД-течения находится заряд только одного знака, знака активного электрода, в результате чего процессы рекомбинации в области центральной струи отсутствуют и не могут изменить плотность заряда в струе.

В работе применен итерационный алгоритм моделирования заряженной струйки. Пробное распределение объемного заряда на первом шаге задавалось в области вокруг электрода-иглы и в межэлектродном промежутке. Область с объемным зарядом в межэлектродном промежутке представляла собой цилиндр, соосный с осью симметрии модели, с некоторым радиусом  $R_c = sR_n$ , где  $R_n$  — радиус кончика иглы,  $s$  — параметр, отвечающий за ширину заряженной области. Между итерациями область объемного заряда корректировалась только в межэлектродном промежутке, а вокруг электрода-иглы — оставалось неизменной. Основным критерием оценки решения являлось сохранение конвективного тока в профильных сечениях модели. Сила конвективного тока вычислялась по следующей формуле:

$$I = \int_0^{R_c} v \rho 2\pi r dr = \rho \int_0^{R_c} v 2\pi r dr,$$

где  $v$  — проекция скорости жидкости на ось симметрии, а  $\rho$  — объемная плотность заряда. Интеграл вычислялся по линии, лежащей в профильном сечении, непосредственно от оси симметрии до границы области объемного заряда. Учитывая изначально сделанное предположение о неизменности объемной плотности заряда  $\rho$  в плоскости поперечного сечения, ее (плотность) можно вынести за знак интеграла. В таком случае сила тока представляет собой произведение расхода жидкости через поперечную площадку радиуса  $R_c$  на значение плотности  $\rho$ . Следовательно, сохранение силы тока в профильных сечениях эквивалентно сохранению расхода жидкости. Поэтому для улучшения решения в соответствии с заданным критерием необходимо совпадение границы области объемного заряда с линией тока жидкости, полученной непосредственно для данного распределения заряда.

Основываясь на вышеизложенных рассуждениях, для поиска оптимального решения выполнялась следующая последовательность действия. После решения первого шага задачи определялись координаты линии тока (с фиксированной начальной точкой на границе области с объемным зарядом), которые записывались в файл. Точка на границе области объемного заряда, по которой выбиралась линия тока (а точнее говоря, расстояние  $R_c$  от этой точки до оси), является свободным параметром задачи, но этот параметр может изменяться только до начала всего решения и остается неизменным между итерациями. На втором шаге решения (вторая итерация) объемная плотность заряда задавалась в области между



**Рис. 2.** Границы заряженной области (1), 2 — после первой, 3 — после пятой итерации.

осью симметрии модели и полученной линией тока. С учетом этого при определении силы тока в сечениях (при вычислении соответствующего интеграла) значение  $R_c$  определялось уровнем конкретного сечения и зависело от координаты полученной на предыдущей итерации линии тока. При получении нового решения и новой конфигурации линий тока описанная последовательность действий повторялась.

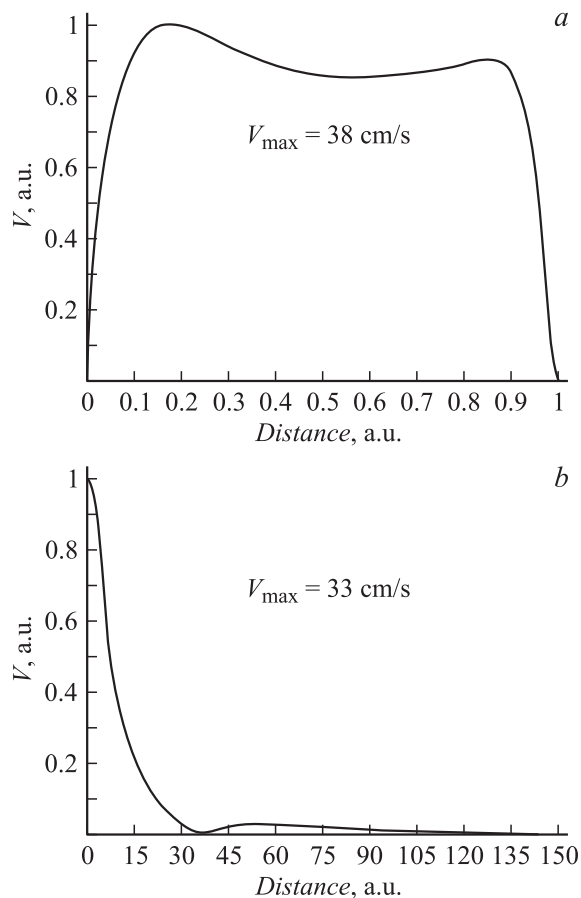
В ходе расчетов для контроля описанного выше критерия оценки сходимости решения использовались профильные сечения на уровнях: 0.1, 0.2, ..., 0.9 от межэлектродного расстояния. Разработанный алгоритм позволяет получать решение с неизменным расположением линий тока уже после пятой итерации. При этом выбранный критерий сохранения силы тока после пяти итераций для сечения на уровне 0.7 от межэлектродного промежутка выполнялся на 99%, а для уровня 0.9 — на 96%. (при напряжении 5 kV).

На рис. 2 представлены границы заряженной области после первой и пятой итераций. Для наглядности изображения масштаб рисунка по горизонтальной оси (по сравнению с вертикальной) увеличен в пять раз. Заряженная струйка имеет воронкообразное сужение непосредственно под игольчатым электродом, а в дальней зоне представляет собой почти правильный цилиндр, поперечное сечение которого изменяется в пределах — 5%. Итеративный процесс достаточно быстро сходится, и различие между последними двумя итерациями несущественно.

## Результаты компьютерного моделирования и их обсуждение

Рассмотрим полученные результаты. На рис. 3 приведены графики осевого и профильного распределения скоростей.

Как видно из графика (рис. 3, *a*), осевое распределение скорости имеет максимум на уровне 0.2 МЭП. При этом наиболее интенсивный разгон происходит в непосредственной близости к активному электроду (рис. 4, *a*). Далее наблюдается область квазиоднородного течения — абсолютное значение ускорения на большей части МЭП существенно меньше, чем в приэлектродных областях, и движение жидкости происходит равномерно со средней скоростью 35 cm/s. У противозэлектрода наблюдается второй незначительный максимум скорости, который связан с увеличением напряженности электрического поля вблизи заземленного электрода под действием натекающего объемного заряда и, следовательно, возрастанием объемных сил, действующих на жидкость. Существенный спад модуля скорости наблюдается непосредственно у поверхности противозэлектрода, что объясняется резким изменением направления движения струйки. Полуширина графика профиля скорости составляет примерно 7 радиусов иглы (на рис. 3, *b*

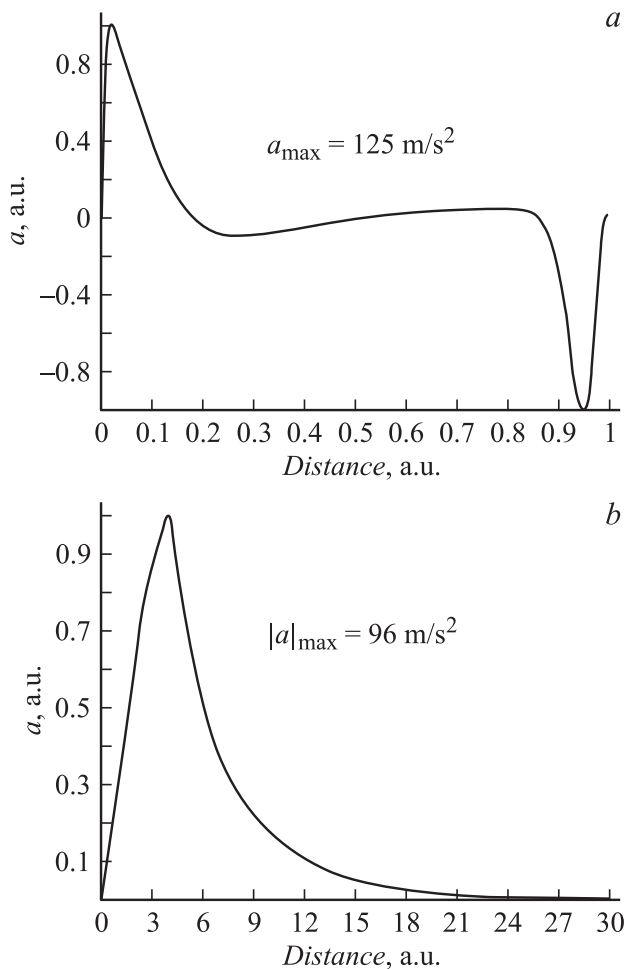


**Рис. 3.** Осевое распределение модуля скорости (*a*) и профиль модуля „y“-компоненты скорости в середине МЭП (*b*).

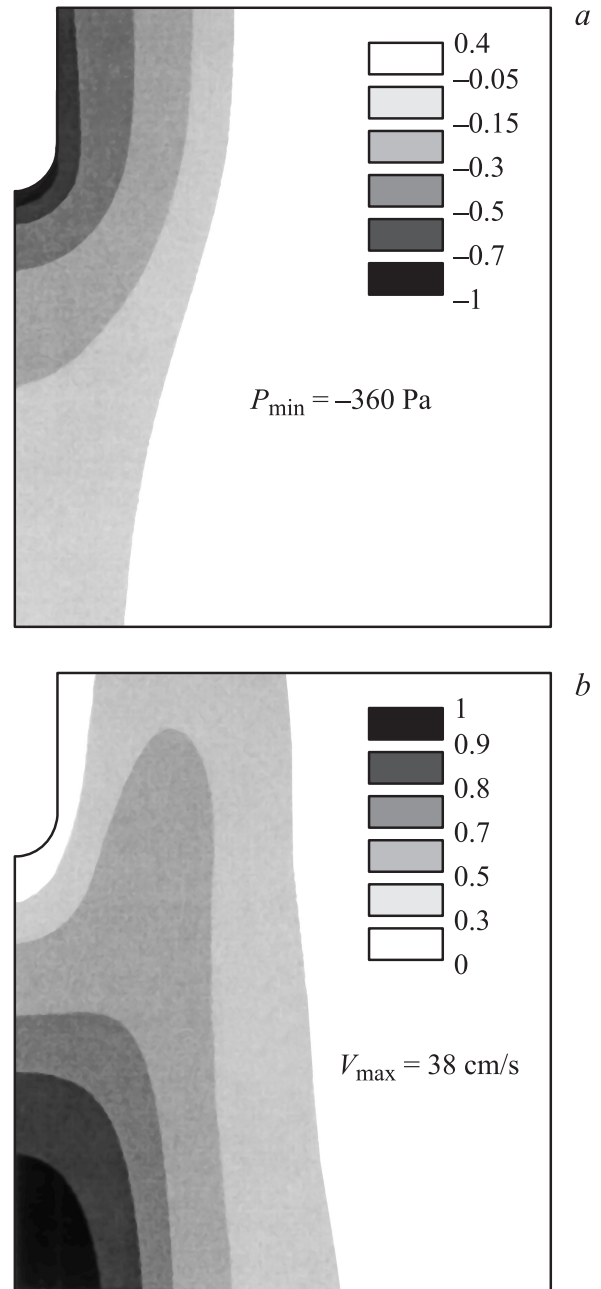
и 4, *b* горизонтальные оси графиков нормированы на радиус электрода-иглы). Видно, что большие скорости движения жидкости характерны только для узкой центральной струйки цилиндрической формы, а в остальной части кюветы скорости значительно меньше.

На рис. 4, *b* представлена зависимость производной продольной компоненты скорости по поперечной координате. Излом поперечной производной является характерным признаком перехода от силового течения внутри струи к вязкому снаружи. В электрогидродинамике силовая часть течения совпадает с областью локализации объемного заряда [6]. На основе этого свойства в результате анализа экспериментальных данных была определена толщина заряженной струи, которая использовалась при моделировании. Характерная точка излома графика, полученного в результате моделирования, расположена на расстоянии 4 радиусов электрода-иглы от оси и соответствует заданной границе заряженной области.

На рис. 5, *a* представлен контурный график давления под игольчатым электродом. Непосредственно под игольчатым электродом имеется зона значительно пониженного давления, которая практически совпадает с



**Рис. 4.** Производная от осевого графика скорости (*a*) и модуль производной от графика профиля „*y*“-компоненты скорости в середине МЭП (*b*).



**Рис. 5.** Контурные графики давления (*a*) и скорости (*b*) вблизи поверхности электрода иглы.

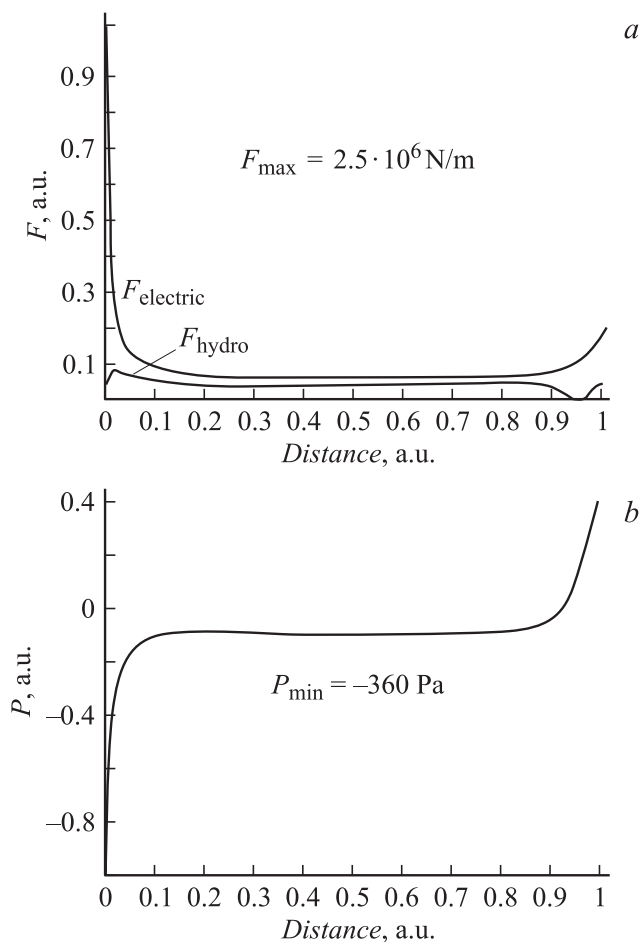
границами заряженной полосы, окружающей игольчатый электрод. На протяжении остальной части межэлектродного промежутка давление незначительно понижено. Это хорошо прослеживается на линейном графике давления (рис. 6, *b*). На рис. 5, *b* представлена карта линий уровня скорости ЭГД-течения. Непосредственно у поверхности игольчатого электрода расположен слой неподвижной жидкости. При движении вдоль оси происходит стремительный разгон жидкости; при удалении от оси в поперечном направлении скорость течения быстро спадает.

На рис. 6, *a* приведены графики плотностей кулоновской ( $F_{\text{electric}}$ ) и гидродинамической ( $F_{\text{hydro}}$ ) сил. Плотности сил вычислены по формулам

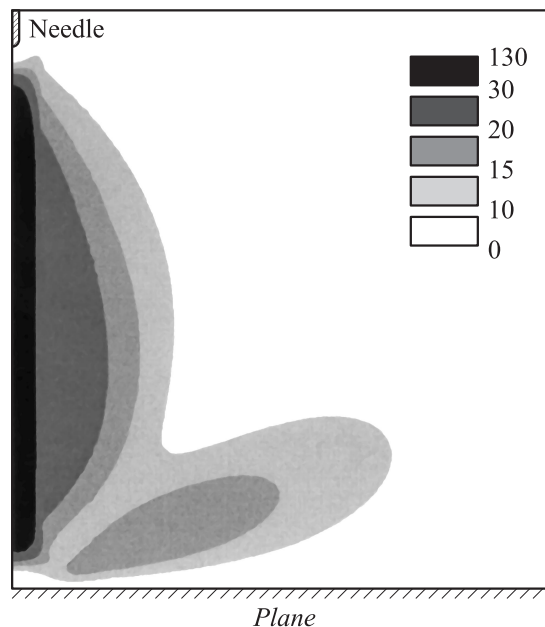
$$F_{\text{electric}} = \rho E,$$

$$F_{\text{hydro}} = \gamma a,$$

где  $\rho$  — объемная плотность заряда,  $\gamma$  — механическая плотность жидкости,  $E$  — напряженность электрического поля,  $a$  — ускорение жидкости. На начальном и конечном участках разность сил обуславливается большими градиентами давлений: движение жидкости под действием кулоновских сил происходит из области меньшего давления в область большего (рис. 6, *b*). На основной части МЭП разности сил и их абсолютные значения невелики; течение носит вязко-диссипативный характер: движущая сила уравновешена силой вязкого сопротивления. Непосредственно под активным электродом имеется область разряжения — значение давления (относительно атмосферного) составляет  $-360$  Па. На протяжении остальной части межэлектродного промежутка давление практически постоянно и значительно возрастает лишь непосредственно перед противозлектродом.



**Рис. 6.** Очевые графики плотностей электростатической и гидродинамической сил (*a*) и относительного давления (*b*).



**Рис. 7.** Контурный график значения электрического числа Рейнольдса в МЭП.

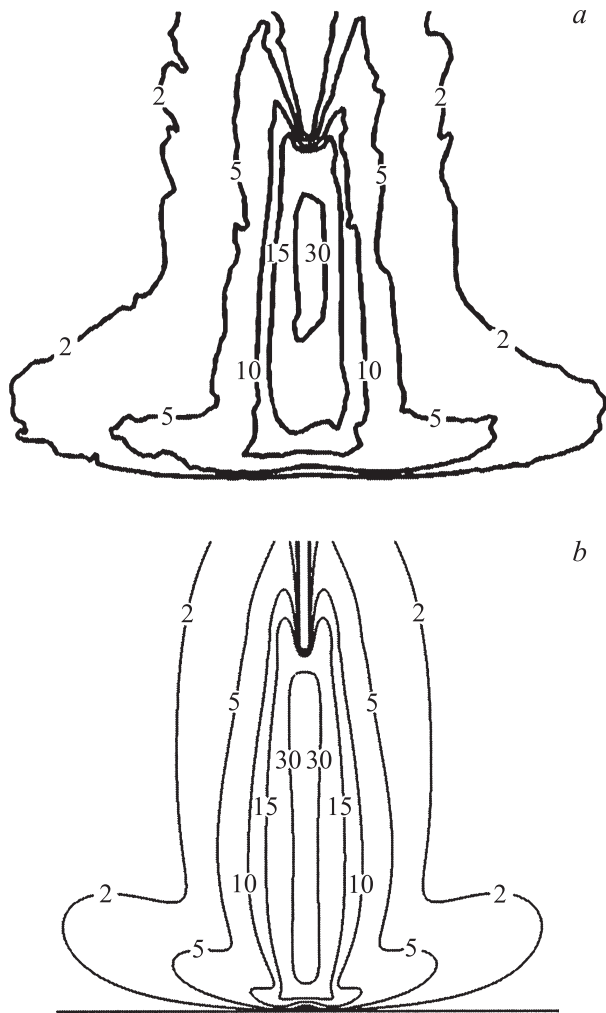
При проведении моделирования было сделано предположение об однородности распределения плотности объемного заряда в центральной струе течения. Такое предположение оправдано, если средняя скорость дрейфа ионов значительно меньше скорости жидкости (т. е. если заряд вморожен в жидкость). Результаты непосредственной проверки данного условия представлены на рис. 7. На нем приведен контурный график значения электрического числа Рейнольдса в МЭП, полученный как отношение модуля скорости жидкости (в каждом элементе сетки) к произведению значений электрического поля (в этих же элементах) на подвижность ионов. На графике выделена область, где скорость жидкости более чем в 10 раз превышает скорость дрейфа ионов. Ширина этой области в несколько раз больше поперечных размеров заряженной струи, и поэтому предположение об однородности распределения плотности заряда в струе можно считать обоснованным.

### Эксперимент и его сравнение с компьютерной моделью

Натурный эксперимент проведен в условиях, совпадающих с компьютерной моделью. Визуализация ЭГД-течений и обработка данных эксперимента осуществлялись в соответствии с методикой, опубликованной в [7].

На рис. 8 представлены контурные графики скорости: экспериментальный и полученный в результате моделирования; значения скоростей указаны в см/с. Экспериментальные данные обработаны при помощи оригинальной программы по обработке ЭГД-течений *EHD reader* [8]. Графики имеют качественно идентичный





**Рис. 8.** Контурные графики скорости: экспериментальный (а) и полученный в результате моделирования (б); значения скорости указаны в см/с.

вид. Силавая область течения локализована в узкой струе вдоль оси симметрии модели. Существенный спад скорости наблюдается непосредственно у поверхности противоэлектрода.

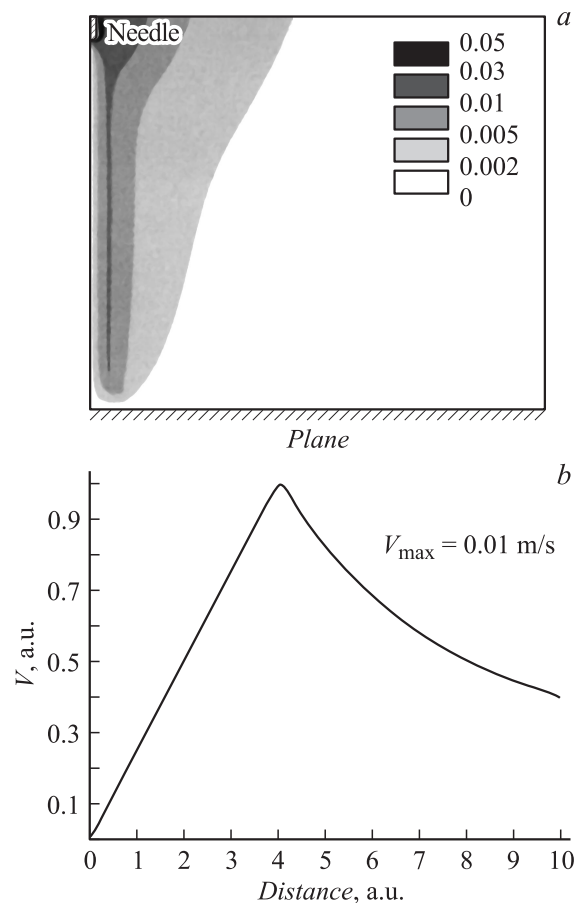
В то же время при детальном анализе графиков прослеживаются некоторые различия. Так, в компьютерной модели линии максимального уровня скорости — 30 см/с более вытянуты в направлении нормали к плоскому электроду, а линии уровня 15 и 10 имеют в нижней части характерное сужение. Эти особенности связаны с тем, что в компьютерной модели не учтено миграционное расплывание заряженной струйки в процессе ее движения через межэлектродный промежуток.

Характерной особенностью ЭГД-течений в системе электродов игла—плоскость в отличие от системы электродов провод—плоскость (для которой результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментом) являются большие значения плотности объемного заряда, что приводит к появлению достаточно сильного

поперечного электрического поля. В результате данного факта возрастает дрейфовая скорость ионов, направленная поперек движения жидкости. Поэтому в нижней части заряженной струи, по-видимому, становится заметным миграционное расплывание заряженной струйки в собственном поперечном поле, что в свою очередь выражается в снижении плотности объемного заряда и, следовательно, приводит к уменьшению сил, действующих на жидкость. В результате в эксперименте наблюдается зона более плавного торможения, чем в модели.

Для подтверждения сделанного предположения о миграционном расплывании струйки можно привести следующие рассуждения. На рис. 9 приведены графики „х“ — компоненты дрейфовой скорости (контурный и определенный вдоль поперечного пути), вычисленной как произведение подвижности ионов в трансформаторном масле на напряженность электрического поля.

Характерное время, за которое жидкость, двигаясь со средней скоростью 30 см/с, преодолевает межэлектродный промежуток, составляет 0.02 с. Следовательно, за это время ион, исключительно за счет дрейфовой компоненты скорости, должен переместиться на расстояние  $\approx 0.0002m = 2r$ , т.е. на расстояние двух радиусов электрода (при том, что толщина заряженной области



**Рис. 9.** Контурный (а) и определенный вдоль поперечного пути в середине МЭП (б) графики „х“-компоненты дрейфовой скорости ионов.

составляет примерно 4 радиуса иглы). Увеличение толщины области с объемным зарядом даже на один радиус иглы приведет к увеличению площади сечения этой области в полтора раза и, следовательно, к аналогичному уменьшению плотности объемного заряда. Таким образом, несмотря на сильное преобладание скорости жидкости над дрейфовой скоростью ионов (более чем в 30 раз в центральной струе) пренебрежение последней может заметно сказаться на результатах.

## Заключение

В данной работе проведено всестороннее исследование структуры ЭГД-течений в системе электродов игла–плоскость на основе анализа совокупности экспериментальных данных и результатов компьютерного моделирования. Разработан алгоритм итерационного моделирования распределения объемного заряда в жидкости. Гибкость его реализации позволяет легко проводить его оптимизацию и по необходимости учитывать дополнительные факторы, влияющие на толщину заряженной области.

Проведенные расчеты позволили выявить ряд особенностей ЭГД-течений в системе электродов игла–плоскость. Во-первых, течение жидкости локализовано в пределах узкой центральной струйки с характерным размером порядка нескольких радиусов активного электрода; вне этой струйки скорость движения жидкости значительно меньше максимальной. Во-вторых, характерной особенностью ЭГД-течений в рассматриваемой системе электродов в отличие от системы электродов провод–плоскость является большое значение плотности объемного заряда (порядка десятых долей  $C/m^3$ ). Это приводит к появлению достаточно сильного поперечного электрического поля, что, в свою очередь, обуславливает необходимость учета поперечной составляющей дрейфовой скорости ионов при моделировании. В-третьих, следует отметить наличие зоны значительно пониженного давления непосредственно под игольчатым электродом.

## Список литературы

- [1] *Стишков Ю.К., Елагин И.А.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 9. С. 15–19.
- [2] *Стишков Ю.К., Дерновский В.Л., Статуя А.А.* // Сб. докл. VIII Междунар. науч. конф. „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“. СПб, 2006. С. 206.
- [3] *Стишков Ю.К., Глуценко П.В.* // Сб. докл. VIII Междунар. науч. конф. „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“. СПб, 2006. С. 185.
- [4] *Стишков Ю.К., Чирков В.А.* // Сб. докл. VIII Междунар. науч. конф. „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“. СПб, 2006. С. 175.

- [5] *Стеблянко А.В., Стишков Ю.К.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 10. С. 105–111. докл. VIII Междунар. науч. конф. „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“. СПб, 2006. С. 59.
- [6] *Лазарев А.С., Стишков Ю.К.* // Сб. докл. VIII Междунар. науч. конф. „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“. СПб, 2006. С. 59.
- [7] *Стишков Ю.К., Павлейно М.А.* // Электронная обработка материалов. 2000. № 1. С. 14–21.
- [8] *Афанасьев С.Б., Лавренко Д.С., Николаев П.О., Стишков Ю.К.* // Электронная обработка материалов. 2007. № 1 (243). С. 24–30.