

01;04

## Роль нелокальной ионизации в формировании коротких тлеющих разрядов

© А.А. Кудрявцев,<sup>1</sup> А.В. Морин,<sup>1</sup> Л.Д. Цендин<sup>2</sup><sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
198504 Санкт-Петербург, Россия<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 31 октября 2007 г.)

Предложена аналитическая модель для оценки основных параметров коротких (без положительного столба) тлеющих разрядов, учитывающая рождение электронов как в катодном слое, так и за счет нелокальной ионизации в плазме отрицательного свечения. Модель использует подход, развитый ранее, в котором разрядный промежуток разделяется на слои объемного заряда и квазинейтральную плазму. При этом плазменная область включает в себя часть отрицательного свечения, фарадеево темное пространство и положительный столб (если он есть). Представлены простые выражения для основных характеристик тлеющего разряда (вольт-амперной характеристики, толщины катодного слоя, положения точки обращения электрического поля и т.п.), а также профили распределения концентрации плазмы. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, в то время как локальные приближения, основанные на классической модели Энгеля—Штеенбека, приводят к существенным расхождениям.

PACS: 51.50.+v

Тлеющие разряды широко используются во многих практических приложениях и являются предметом многочисленных научных исследований. Для прогнозирования их свойств на практике необходимо иметь возможность быстро оценить их основные параметры на основе простой, но логически непротиворечивой физической модели. Для этих целей используются соотношения подобия (scaling laws), которые вплоть до настоящего времени представляют собой тот или иной вариант классической модели Энгеля—Штеенбека (см., например, [1]). Эти модели основаны на предположении о том, что скорость ионизации определяется локальным значением напряженности поля  $E(x)$ . Условие поддержания разряда при этом сводится к критерию пробоя Таунсенда

$$M^{(L)} = \exp \int_0^L \alpha(E(x)) dx = 1/\gamma \quad (1)$$

с тем лишь различием, что длина разрядного промежутка  $L$  заменяется на толщину катодного слоя  $d$  (см., например, [1]). Другими словами, в локальных моделях коэффициент мультипликации (размножения) электронов в межэлектродном промежутке  $M^{(L)}$  заменяется в (1) на коэффициент размножения в катодном слое  $M^{(CF)}$ . Здесь  $\gamma$  — коэффициент ионно-электронной эмиссии с катода,  $\alpha$  — ионизационный коэффициент Таунсенда. Катодный слой при этом предполагается автономным, т.е. считается, что все процессы, ответственные за поддержание разряда, происходят именно в нем.

Для всех аналитических моделей, использующих локально зависящее от поля описание ионизации, характерен тот факт, что в них с неизбежностью катодный слой (CS) непосредственно переходит в положительный

столб. При таком подходе ионизация (и свечение) сосредоточены в прикатодном слое, где поле велико. Граница между слоем и плазмой совпадает с границей между отрицательным свечением (NG) и положительным столбом (PC), а фарадеево темное пространство (FDS) в таких моделях отсутствует. Такая картина явно противоречит наблюдениям, которые свидетельствуют о том, что ионизация в прикатодной области является нелокальной (т.е. не определяется локальным значением электрического поля в данной точке пространства). Действительно, эмитированные катодом и возникающие в катодном слое электроны, которые ускорены сильным полем в слое, производят нелокальную ионизацию в прилегающей к слою плазменной области, где поле малое. Поэтому отрицательное свечение состоит из двух частей: одна занимает часть катодного слоя, а другая его часть лежит в плазме (плазменная часть отрицательного свечения; PNG) [2,3]. Рождающиеся в PNG ионы тоже возвращаются на катод, обеспечивая там эмиссию электронов и, как следствие, дают существенный вклад в поддержание разряда. Особенно велик этот вклад в аномальном разряде, когда толщина катодного слоя и ионизация в нем становятся малыми, и подавляющее число ионов, бомбардирующих катод, рождается именно в плазме отрицательного свечения. Поэтому в тлеющем разряде формируется сложная структура, в которой автономным является не катодный слой, как это предполагается в локальных моделях, а вся совокупность прикатодных частей тлеющего разряда (включающая катодный слой и отрицательное свечение).

Таким образом, главным недостатком большинства имеющихся моделей тлеющих разрядов является использование приближения локального поля для определения скорости ионизации и, как следствие, предположе-

ние об автономности катодного слоя, т. е. пренебрежение нелокальной ионизацией в плазменной части отрицательного свечения. В такой ситуации использование локальных моделей будет давать не только количественно, но и качественно ошибочные результаты (что отмечалось еще в [4]). Поэтому разработка такой же наглядной, как и модель Энгеля—Штеенбека, но адекватной модели, позволяющей получить основные функциональные связи между характеристиками тлеющего разряда с учетом нелокальной ионизации в плазме отрицательного свечения, представляется полезной.

Для получения численных данных при конкретных значениях внешних параметров широко используется компьютерное моделирование. Современные вычислительные коды позволяют получить пространственное распределение параметров разряда, соответствующее слою объемного заряда и плазме с прямым и обратным электрическими полями, качественно хорошо соответствующие наблюдаемым в экспериментах (см., например, [5–8]). Однако полное решение самосогласованной задачи достаточно трудоемко и требует использования по возможности „равноточных“ элементов, поскольку надежность моделей определяется „узким местом“, т. е. наименее точно известным элементом. Поэтому применение даже самых современных и надежных методик для отдельных расчетных блоков используемого кода при плохом (или недостаточном) знании других элементов, не повышает точность результатов. Так, немонотонный профиль потенциала и нелокальную ионизацию часто получают путем использования различных гибридных схем, основанных на гидродинамическом описании медленных электронов, транспортные и кинетические коэффициенты которых вычисляются не в зависимости от локального значения электрического поля, а как функции от электронной температуры  $T_e$ . Самосогласованное электрическое поле при этом находится из уравнения Пуассона (см., например, [5–8]).

Профиль  $T_e(x)$  находится из уравнения теплового баланса электронов, в котором учитываются не только объемные процессы, но и пространственный перенос за счет теплопроводности (см., например, [7]). Поэтому между полем, концентрацией и температурой электронов появляется (пространственный) сдвиг по координате, т. е. происходит размытие профиля  $T_e(x)$ , а значит и профиля скорости ударной ионизации, на длину тепловой релаксации электронов  $\lambda_T = \lambda_e / \sqrt{\frac{m}{M}}$ . Результаты подобного моделирования дают сначала катодный слой с высокой электронной температурой и сильным полем, за которым следует плазменная область с низким полем, но  $T_e$  в которой еще достаточно высока, чтобы обеспечить здесь заметную нелокальную ионизацию. Обратное поле возникает здесь естественным образом, чтобы подавить электронную диффузию в сторону анода. Эта область интерпретируется как плазменная часть отрицательного свечения и фарадеево темное пространство. Другими словами, появляется нелокальная зависимость параметров разряда от электрического поля, когда максимум концентрации плазмы соответствует области

с низкими электронными температурами. К сожалению, несмотря на формальное качественное соответствие в большинстве случаев эти с виду правдоподобные результаты не могут претендовать на правильное количественное описание явлений в прикатодной области. Дело в том, что при таком подходе электронный ансамбль рассматривается в целом и характеризуется своими средними характеристиками — концентрацией  $n_e$ , средней энергией (температурой  $T_e$ ) и средней направленной скоростью дрейфа  $V_{ed}$ . На самом деле функция распределения электрона (ФРЭ) в прикатодной области нелокальна, т. е. разные группы электронов ведут себя по-разному, и их невозможно описать средними характеристиками, а нужен кинетический анализ (подробней см. [2,3]). И хотя по ряду параметров имеет место качественное соответствие с экспериментом, многие важные вопросы при таком гидродинамическом (fluid) описании электронов интерпретируются некорректно. В частности, механизмы переноса тока в плазме отрицательного свечения и фарадеева темного пространства связаны с поведением промежуточной группы электронов, имеющей сильно немаксвелловское распределение [2,3]. При этом характеристики промежуточных пролетных электронов, которые переносят электронный ток, практически не зависят от параметров электронов основной группы, обеспечивающих баланс плотности ( $n_e$ ) плазмы и температуры  $T_e$  (средней энергии) всего ансамбля электронов. В свою очередь, эти тепловые электроны (которые вследствие их большой концентрации имеют распределение, близкое к максвелловскому) заперты в продольном направлении и не участвуют в переносе тока, в то время как их температура  $T_e$  определяется нагревом в столкновениях с промежуточными электронами. Поэтому для описания электронов необходимо самосогласованное кинетическое рассмотрение. Детальное обсуждение этих вопросов и возникающих ошибок не входит в цели данной статьи — для этого будет выполнено специальное исследование.

В настоящей работе разработана простая модель, позволяющая рассчитать распределение основных продольных параметров плазмы и получить вольт-амперную характеристику (ВАХ) для коротких (не имеющих положительного столба) тлеющих разрядов, учитывающая нелокальную ионизацию в плазме отрицательного свечения. Для применения модели достаточно использовать хорошо известные и заатабулированные в литературе данные для коэффициента вторичной эмиссии  $\gamma$  и для коэффициента ионизации Таунсенда  $\alpha$ .

Выбор короткого разряда объясняется тем, что положительный столб не является обязательной частью разряда и возникает лишь в сравнительно „длинных“ промежутках. По сути, он представляет собой лишь перемычку, обеспечивающую замыкание тока в том случае, когда расстояние между электродами превышает определенную длину и образуется как в тлеющих разрядах с холодными электродами, так и в дуговых разрядах с накаливаемым катодом [1].

## Основные положения модели

Как уже отмечалось, для описания основных характеристик тлеющего разряда достаточно рассмотреть простейший случай короткого разряда, в котором из-за малого расстояния между электродами положительный столб не образуется. В этом случае при установлении основных закономерностей можно ограничиться одномерным анализом.<sup>1</sup>

И хотя в определении короткого разряда неизбежно имеется некоторая неопределенность, нам представляется целесообразным к этому случаю отнести все разряды, в которых межэлектродный промежуток меньше значения, соответствующего точке перегиба кривой Пашена ( $L < L_{\text{inf}}$ ). Из условия пробоя (1) с использованием стандартной аппроксимации для коэффициента ионизации

$$\alpha/p = A \exp(-Bp/E) \quad (2)$$

получаем для параметров точки перегиба [1]

$$(pL)_{\text{inf}} = -\frac{\bar{e}^2}{A} \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right),$$

$$(E/p)_{\text{inf}} = B/2, \quad (U)_{\text{inf}} = (EL)_{\text{inf}}. \quad (3)$$

В (2), (3)  $p$  — давление газа,  $U_{\text{inf}}$  — напряжение пробоя,  $\bar{e} \approx 2.72$  — основание натуральных логарифмов, а константы  $A, B$  известны для многих газов (например, для аргона  $A = 12 \text{ (см} \cdot \text{Torr)}^{-1}$ ,  $B = 180 \text{ V/(см} \cdot \text{Torr)}$ ).

В пользу выбора длины  $L < L_{\text{inf}}$  свидетельствует тот факт, что именно она является критической, разделяющей два резко различных режима развития разряда после его зажигания.

Действительно, ВАХ таунсендовского разряда в результате действия пространственного заряда после пробоя имеет вид (см., например, [1])

$$U = U_{\text{br}} - c(Bp/(2E_{\text{br}}) - 1)j^2, \quad (4)$$

где  $c$  — константа, поле  $E_{\text{br}} = U_{\text{br}}/L$ ,  $j$  — плотность разрядного тока.

Из (4) видно, что при пробое, происходящем левее точки перегиба кривой Пашена ( $L \leq L_{\text{inf}}$ ), электрическое поле  $E/p > B/2$ , так что таунсендовский разряд имеет растущую ВАХ [1], и для его поддержания в цепи не требуется балластного сопротивления. Переход к тлеющему разряду при дальнейшем росте тока происходит устойчиво, а сам разряд является однородным по сечению и обычно заполняет всю поверхность катода. Это свойство коротких разрядов широко используется на практике, в частности, в современных плазменных дисплеях, РДР, где высоки требования к устойчивости разряда. Поскольку ячейка РДР представляет собой

<sup>1</sup> Даже в длинных разрядах светящийся положительный столб возникает только для ограниченных в поперечном направлении газовых промежутках. В „широких“ разрядах переходная область между отрицательным свечением и анодом является темной, т.е. в этом случае разряд представляет собой одну из разновидностей коронного.

тлеющий разряд высокого давления ( $p = 500\text{--}100 \text{ Torr}$ ) в смесях Ne–Xe, He–Xe, то ее малые размеры ( $L = 100\text{--}500 \mu\text{m}$ ) обеспечивают требуемое низкое значение параметра  $pL < 5 \text{ см} \cdot \text{Torr}$  [9] (для гелия и неона  $(pL)_{\text{inf}} \approx 7\text{--}8 \text{ см} \cdot \text{Torr}$ ).

Напротив, при  $L > L_{\text{inf}}$  ( $E/p < B/2$ ) таунсендовский разряд имеет падающую ВАХ. Поэтому с ростом тока в нем развивается неустойчивость (поднормальный разряд), приводящая далее к скачкообразному переходу его в нормальную форму. В итоге на катоде загорается пятно с нормальной плотностью тока, занимающее лишь часть его поверхности. При дальнейшем увеличении тока разряд переходит в аномальный режим с растущей ВАХ, заполняющей всю поверхность катода [1,3].

Отметим, что обычно в литературе рассмотрение тлеющих разрядов разграничивают по хорошо фиксируемой на кривой Пашена точке ее минимума, которая соответствует длине  $(pL)_m$ , примерно в три раза меньшей, чем  $L_{\text{inf}}$ . Из (2), (3) следует, что  $(pL)_m = (pL)_{\text{inf}}/\bar{e}$ , т.е.  $(E/p)_m = 2(E/p)_{\text{inf}} = B$ . Однако точка  $(pL)_m$  не соответствует смене режима разряда. Поэтому принятая здесь классификация коротких (без положительного столба) разрядов  $L < L_{\text{inf}}$ , основанная на устойчивости его горения при росте тока после пробоя, представляется более удобной.

При нахождении ВАХ разряда, как обычно, будем исходить из уравнения Пуассона для катодного слоя и условия поддержания стационарного горения разряда.

При анализе уравнения Пуассона в СС обычно пренебрегается концентрацией электронов, т.е. оно записывается в виде

$$\frac{dE}{dx} = -4\pi en_i, \quad (5)$$

а плотность ионов выражается через их поток  $n_i = \Gamma_i/V_{\text{id}}$ . Здесь и далее индексы  $e$  и  $i$  относятся к электронам и ионам соответственно, так что соответствующие плотности их токов есть  $j_{e,i} = \pm e\Gamma_{e,i}$ .

Различия в приводимых в литературе формах решения (5) связаны лишь с выбором линейной ( $V_{\text{id}} = b_i E$ ) или корневой ( $V_{\text{id}} = k_i \sqrt{E}$ ) аппроксимация для зависимости скорости дрейфа ионов от поля. Поскольку в большей части СС электрическое поле значительно, то предпочтительной является корневая зависимость. Тогда, используя связь  $n_i = \Gamma_i/(k_i \sqrt{E})$ , из (5) при обычной линейной аппроксимации зависимости поля от расстояния имеем (см., например, [1–4,10,11])

$$\frac{j}{p^2} \approx \frac{\sqrt{2}(k_i p)U^{3/2}}{3\pi(pd)^{5/2}}. \quad (6)$$

Так как при  $\gamma \ll 1$  ионный ток  $j_i$  в СС порядка полного  $j$ , то при выводе оценки (6) можно заменить  $j_i$  на  $j$ . Сопоставление с самосогласованными расчетами [2] показывает, что возникающая при этом ошибка невелика.

Для нахождения второй связи между параметрами ( $j, U, d$ ) в (6) используем условие поддержания разряда. Как уже отмечалось выше, так как прикатодный слой объемного заряда не является автономной системой, то

часть ионов приходит на катод из плазмы NG, и в качестве условия поддержания разряда нельзя использовать соотношение (1) локальной модели.

Для вывода корректного условия поддержания используем постоянство плотности тока по длине разряда

$$j(x) = j_e(x) + j_i(x) = j_e(0) + j_i(0) = \text{const.} \quad (7)$$

Из (7) с использованием граничного условия на холодном катоде

$$j_e(0) = \gamma j_i(0) \quad (8)$$

получим условие поддержания разряда в виде

$$j_e(d)/j_e(0) + j_i(d)/j_e(0) = 1 + 1/\gamma, \quad (9)$$

обобщающем условие (1) Энгеля–Штеенбека.

Если в левой части (9) оставить только первое слагаемое, то получим локальное условие (1). Однако второе слагаемое в левой части (9) (его отношение к первому иногда называют коэффициентом эффективности плазмы [11,12]) практически всегда значительно, так что пренебрежение им, соответствующее предположению об автономности катодного слоя, не адекватно реальной ситуации.<sup>2</sup>

Электронные и ионные потоки, входящие в условие поддержания (9), можно найти из соответствующих уравнений баланса

$$\nabla \Gamma_{e,i} = Z(x), \quad (10)$$

где  $Z$  — источник ионизации.

Для решения уравнения (10) необходимо знать характеристики ионизации в прикатодной области, где электрическое поле меняется от больших значений в катодном слое, до малых — в плазме отрицательного свечения. Быстрые электроны, ускоренные в сильном поле катодного падения, инжектируются в плазму отрицательного свечения, где поле практически отсутствует, с начальной энергией, значительно превышающей энергию ионизации  $\varepsilon_i$ . Эти электроны сразу способны к ионизации, независимо от локальной напряженности поля, так что прежде чем их функция распределения (ФРЭ) отрелаксирует к форме, соответствующей локальному значению поля, электрон может пройти достаточно большой путь. При этом он произведет значительную нелокальную ионизацию, которая на порядки превышает ее локальное значение, соответствующее малому полю  $E/p$  в плазме. В сильном электрическом поле катодного падения ситуация усложняется явлением убегания электронов, когда по мере набора энергии они имеют ненулевую вероятность перехода в режим „просвиста“,

<sup>2</sup> Тем не менее в широком диапазоне условий локальная теория дает ВАХ, довольно близкие к наблюдаемым. Это связано с тем, что при не слишком больших токах оба слагаемых в левой части (9) сравнимы. Так как первый член сильно (экспоненциально) зависит от поля, то даже небольшая вариация поля в катодном слое приводит к доминированию этого слагаемого, что формально приводит к согласию с упрощенным расчетом (1), который пренебрегает вторым слагаемым в левой части (9).

и столкновения почти не влияют на движение, т.е. оно становится практически свободным [13].

Все эти факты свидетельствуют о том, что в прикатодных областях разряда использование ионизационных коэффициентов (2), зависящих от локального электрического поля  $E(x)$  в данном месте, неправомерно. К сожалению, кроме известной трудоемкости таких точных расчетов, как метод Монте-Карло или прямое решение кинетического уравнения, недостаток надежных данных о полном наборе необходимых сечений элементарных процессов (особенно об их угловых зависимостях) делает точность этих расчетов зачастую иллюзорной.

Для приближенного описания характеристик ионизации в прикатодных частях разряда разобьем разрядный промежуток на область слоя (CS) с сильным полем и область плазмы со слабым полем, разделенные резкой границей в точке  $x = d$ . Толщиной ее (значение которой порядка дебаевского радиуса, т.е. мало по сравнению с толщиной CS) будем пренебрегать.

Поскольку все родившиеся в катодном слое ионы под действием сильного поля приходят обратно на катод, то из (10) следует, что первое слагаемое в (9) выражается через коэффициент  $M^{(CF)}$  мультипликации электронов в катодном слое

$$j_e(d)/j_e(0) - 1 = M^{(CF)}(d) = \int_0^d Z(x) dx / j_e(0). \quad (11)$$

При нахождении значения  $M^{(CF)}$  необходимо иметь в виду, что в сильном поле катодного падения ионизация определяется не локальным значением электрического поля, а скорее, пройденной электроном разностью потенциалов. Поскольку в литературе коэффициент ионизации  $\alpha$  обычно табулируется как функция от параметра  $E/p$  (см. (2)), то для вычисления мультипликации в CS используем упрощенный подход [1]. Для этого заменим величину  $\alpha$  на ее значение, соответствующее среднему полю катодного падения  $\bar{E} = U/d$ , т.е. примем  $\alpha_{CF} = \alpha(U/d)$ . В этом приближении для числа ионизаций в CS имеем выражение (ср. с (1)):

$$M^{(CF)}(d) = \exp(\alpha_{CF} d) - 1. \quad (12)$$

Это приближение соответствует постоянному значению коэффициента Таунсенда  $\alpha$ , равному своему значению (2) в „эффективном“ поле  $\bar{E} = U/d$ . Оно является уточнением приближения, использованного в [2], где для всех значений катодного падения принималось постоянное значение  $\alpha_{CF} = \alpha_0 = Ap/\bar{e}$ , соответствующее насыщению зависимости (2) от параметра  $E/p$ . Таким образом, показатель экспоненты в (12) становится зависимым от условий разряда и выразится через входящие в аппроксимацию (2) коэффициенты  $A$  и  $B$

$$\alpha_{CF} d = Apd \exp(-Bpd/U). \quad (13)$$

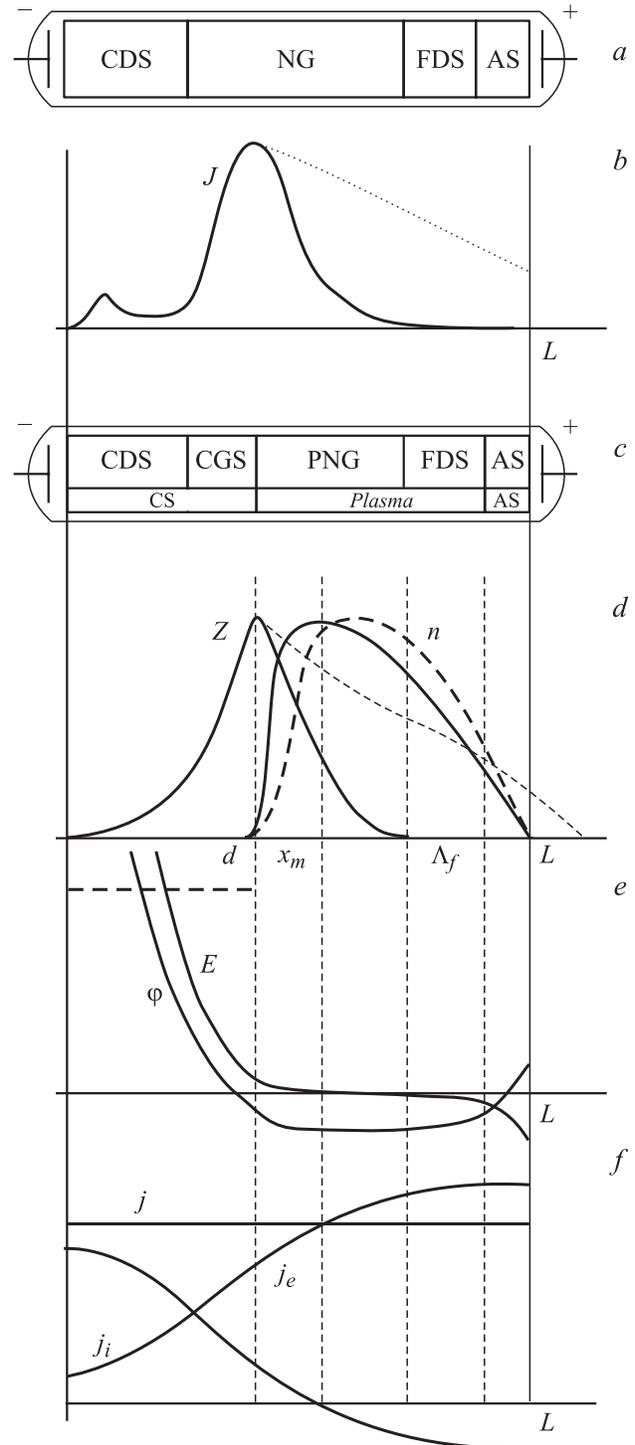
Поскольку образующиеся в результате ионизации в катодном слое электроны ускоряются в электрическом

поле и тоже способны производить ионизацию, то поток быстрых электронов экспоненциально растет в CS. Поэтому интенсивность ионизации тоже быстро растет с расстоянием от катода, достигая максимума практически на границе CS с плазмой отрицательного свечения. Поэтому прикатодный слой состоит, грубо говоря, из темной части (CDS), в которой поток быстрых электронов еще мал, и из светящейся области, которая представляет собой часть отрицательного свечения (CGS).<sup>3</sup>

В свою очередь, в плазменной части отрицательного свечения, где поле мало, свечение и ионизация обусловлены только быстрыми электронами, поступающими сюда из CGS. Рождающиеся здесь электроны не способны к размножению, так что скорость ионизации и свечение в PNG могут лишь падать по мере удаления от границы слоя. Из сказанного ясно, что граница между CS и PNG близка к положению точки максимума интенсивности источника  $Z(x)$ . Поскольку сечения возбуждения и ионизации ведут себя сходным образом, то профили ионизации и возбуждения также близки друг к другу, и границе между катодным слоем и плазмой должен соответствовать максимум свечения разряда (см. рис. 1, *b*).

В этой связи следует отметить, что в вопросе о границе катодного слоя и плазмы до сих пор имеется определенная неясность. В литературе приведены многочисленные данные о толщине катодного темного пространства, основанные на визуальных наблюдениях за свечением разряда. Дело в том, что у самого катода свечение, конечно, практически отсутствует, что обусловлено двумя причинами. Во-первых, эмитированные в результате ионно-электронной эмиссии электроны (гамма-электроны) имеют малые энергии, так что возбуждение и ионизация возникают лишь на некотором расстоянии от катода. Вторая причина состоит в том, что поток быстрых электронов в слое возрастает экспоненциально по мере удаления от катода. Поэтому интенсивность ионизации и излучения тоже растет в CS экспоненциально, так что граница между темной и светящейся областями является достаточно резкой. Часто с толщиной катодного слоя отождествляют толщину темной области. На самом деле положению границы слой—плазма должна соответствовать как раз наиболее яркая точка разряда. При переходе в плазму поток быстрых электронов, ответственных за ионизацию и излучение, убывает с расстоянием по мере того, как самые медленные из них вследствие торможения „выбывают из игры“. В атомарных газах, например, это происходит, когда энергия электрона становится меньше энергии возбуждения первого уровня атома. Именно эти „промежуточные“ электроны переносят ток в фарадеевом темном пространстве [2]. Поэтому отрицательное свечение, определяемое визуально, состоит из двух частей.

<sup>3</sup> Более подробное разбиение прикатодной области на астоново и гитторфово темные пространства, катодное свечение и т.п. связано с более тонкими свойствами зависимостей сечения возбуждения от энергии электронов; их обсуждение выходит за рамки данной работы.



**Рис. 1.** Продольное распределение основных параметров короткого тлеющего разряда длиной  $L$ ; CDS — катодное темное пространство, CGS — катодное светящееся пространство, PNG — плазменная часть отрицательного свечения, NG — отрицательное свечение. FDS — фарадеево темное пространство, AS — анодный слой,  $Z$  — источник ионизации (электронов) ( $x_m$  — точка максимума),  $\Lambda_f$  — пробег быстрых электронов,  $\phi, E$  — потенциал и напряженность электрического поля (пунктир — принятое в модели однородное поле в CS),  $j, j_i, j_e$  — плотность тока и его составляющих.

Этот факт необходимо учитывать при сопоставлении различных литературных данных. На рис. 1 схематично представлены продольные профили как оптических, так и электрических характеристик разряда.

Как уже отмечалось, источник  $Z(x)$  нелокальной ионизации в плазме отрицательного свечения спадает от своего максимального значения на границе с катодным слоем ( $x = d$ ). В простейшем случае его можно аппроксимировать, например, экспоненциальной зависимостью, использованной еще в [14] и позднее, например, в [15]

$$Z(x) = z_m \exp(-(x - d)/\lambda), \quad x \geq d. \quad (14)$$

Значение источника на границе катодного слоя в принятом приближении есть (см. (12))

$$z_m = \Gamma_e(0)\alpha_{CF} \exp(\alpha_{CF}d). \quad (15)$$

В (14)  $\lambda$  — характерный масштаб спада, который был затабулирован в [15] по результатам моделирования по методу Монте-Карло для четырех газов: аргона, гелия, азота и силана. В работе [16] было проведено сравнение рассчитанных в [15] значений  $\lambda$  для аргона с измеренными по спаду интенсивности свечения спектральных линий в PNG. Оказалось, что экспериментальные значения  $\lambda$  для аргона превышают рассчитанные в [15] примерно в два раза (см. рис. 8 из [16]). Позднее в практических оценках для аргона в работах [17,18] использовались не расчетные значения  $\lambda$  из [15], а измеренные по пространственному спаду интенсивности излучения спектральных линий.

Так как надежные данные о масштабе спада  $\lambda$  в литературе пока отсутствуют, то, чтобы иметь возможность быстро его оценить, свяжем ее с такой важной характеристикой быстрых электронов, как их пробег (range). В литературе он определяется как длина  $\Lambda_f(\varepsilon)$ , которую пройдет в исследуемой среде до своей полной остановки (т.е. до перехода в группу „промежуточных“) моноэнергетический пучок быстрых электронов с начальной энергией  $\varepsilon$ .

К сожалению, более или менее надежные данные о  $\Lambda_f$  имеются лишь для высоких энергий  $\varepsilon \gg 1$  keV, в то время как для интересующих нас условий, когда значения катодного падения, которые представляют собой верхнюю границу для энергии быстрых электронов, лежат в пределах  $eU = 200 - 2000$  eV, литературные данные малочисленны. Поскольку в точке  $x = \Lambda_f$  останавливаются самые быстрые электроны, набравшие энергию  $eU$ , то в газовых разрядах именно пробег определяет длину отрицательного свечения [1,2]. Этот факт можно использовать для определения  $\Lambda_f$  в конкретных условиях.

Для оценки пробега  $\Lambda_f(U)$  воспользуемся тем обстоятельством, что в представляющей основной для нас интерес области энергий (грубо говоря, от десятков eV до 1 keV) зависимости большей части сечений возбуждения и ионизации имеют пологий максимум. Эти условия соответствуют окрестности точки Столетова („насыщения“) зависимости (2)  $\alpha$ , которая достигается

в поле  $(E/p)_m = B$  (такие поля примерно соответствуют условию убления электронов [13]). Поэтому можно предложить в качестве оценки для  $\Lambda_f$  эмпирическую формулу

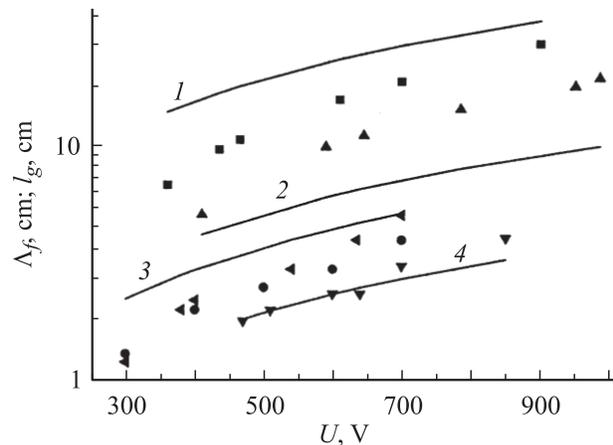
$$\Lambda_f(U) \approx U/E_m = U/(pB). \quad (16)$$

Отметим, что, как и любая интегральная характеристика, величина  $\Lambda_f$  малочувствительна к тонким деталям поведения характеристик элементарных актов, так что ее оценка (16) неплохо соответствует литературным данным. Для аргона зависимость пробега от прикладываемого напряжения  $U$  представлена, например, на рис. 5 из [10], которая хорошо соответствует зависимости (16) с табличным значением  $B = 180$  V/(cm · Torr).

На рис. 2 представлены зависимости экспериментально наблюдаемой длины отрицательного свечения  $l_g$  от величины катодного напряжения для различных газов (см. рис. 7.6 из [11]). Там же представлены соответствующие зависимости (16), которые неплохо согласуются с данными [11].

Как уже отмечалось, величина  $\Lambda_f - d$  определяет длину PNG, так что при  $x > \Lambda_f$  начинается фарадеево темное пространство. При уменьшении параметра  $pL$  до значения, соответствующего положению минимума на кривой Пашена, когда пробег  $\Lambda_f > L_m$ , наиболее быстрые электроны с энергией, равной катодному падению  $eU$ , достигают поверхности анода. Так как их ионизационная способность при этом используется не полностью, для поддержания разряда необходимо повышать напряжение. Такой разряд, в котором при меньших  $pL < (pL)_m$  FDS отсутствует, называется затрудненным [1,3,4].

В качестве простой оценки для длины  $\lambda$  ранее в работе [19] было предложено отождествить пробег  $\Lambda_f(U)$  со значением  $(x - d)$ , при котором скорость ионизации (14)



**Рис. 2.** Зависимости экспериментально наблюдаемой длины отрицательного свечения ( $l_g$ ) от величины катодного напряжения для различных газов из [11]: ■ — гелий, ▲ — водород, ◄ — аргон, ▼ — азот. Зависимости (16) пробега быстрых электронов ( $\Lambda_f$ ) от величины катодного падения: 1 — гелий, 2 — водород, 3 — аргон, 4 — азот; ● — пробег быстрых электронов в аргоне из [10].

спадает до малых значений — для определенности в  $e^2 \approx 10$  раз. Это дает искомую связь в виде

$$\lambda \approx (\Lambda_f - d)/2 = U/(2pB) - d/2. \quad (17)$$

Простую зависимость (14) для источника нелокальной ионизации в PNG можно также получить путем упрощения модели [2], если использовать аппроксимацию однородного поля в слое, т.е. считать профиль потенциала в CF линейным:  $\varphi(x) = U(1 - x/d)$ ,  $x \leq d$ . Тогда в приближении непрерывных потерь энергии быстрых электронов для эффективного (учитывающего постоянную силу торможения) потенциала в PNG имеем [2]

$$\varphi(x) = U(x - d)/(\Lambda_f - d), \quad x \geq d. \quad (18)$$

В итоге модель [2] дает для источника  $Z(x)$  выражение (14), где значение  $z_m$  определено, согласно (15), и

$$\lambda = (\Lambda_f - d)/(\alpha_{CF}d) = (U - Bpd)/(\alpha_{CF}pd). \quad (19)$$

Оценки (17) или (19) позволяют по заданным напряжению  $U$  и толщине слоя  $d$  вычислить масштаб спада  $\lambda$  в (14).<sup>4</sup>

Таким образом, выражение (14) с использованием (17) или (19) позволяет найти пространственное распределение источника  $Z(x)$  и соответственно коэффициента мультипликации в плазме PNG

$$\begin{aligned} M^{(PNG)}(x) &= \int_d^x Z(x)dx/\Gamma_e(0) \\ &= e^{\alpha_{CF}d} \left( 1 + \alpha_{CF}\lambda \left( 1 - e^{-\frac{x-d}{\lambda}} \right) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Согласно (20), полное число мультипликаций в PNG, равное

$$M^{(PNG)} = \int_d^\infty Z(x)dx/\Gamma_e(0) = a^{\alpha_{CF}d} (1 + \alpha_{CF}\lambda),$$

при  $\alpha_{CF}\lambda > 1$  превышает мультипликацию в катодном слое (12).

При нахождении доли ионов, возвращающихся на катод (второе слагаемое в условии поддержания (9)), принципиальным является следующее важное обстоятельство. В отличие от катодного слоя, из которого сильное поле возвращает все ионы на катод, поле в области квазинейтральной плазмы, соответствующее амбиполярной диффузии, мало. Поэтому часть образующихся в PNG ионов может не возвращаться на катод, а уходить на анод и боковые стенки или рекомбинировать

<sup>4</sup> Отметим, что если  $\alpha_{CF}d \geq 2$  и толщина слоя  $d$  составляет заметную часть от  $\Lambda_f$ , то масштаб спада  $\lambda$  в (19) становится чувствительным к значениям  $d$  и  $\Lambda_f$ . В этом случае предпочтительнее использовать для  $\lambda$  выражение (19). В то же время в аномальном режиме, в котором катодный слой становится тонким, лучше использовать оценку (17).

в объеме. Уравнение баланса (10) для простой плазмы с концентрацией  $n = n_e = n_i$  и не зависящей от поля и плотности подвижностью ионов принимает вид (подробнее см., например, [1–4])

$$\nabla D_a \nabla n + Z(x) - \beta n^2 = 0, \quad (21)$$

где  $D_a = D_i(1 + T_e/T)$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $\beta$  — коэффициент объемной рекомбинации.

Так как концентрация ионов в слоях мала по сравнению с концентрацией в PNG, то на (21) можно наложить нулевые граничные условия на границе катодного слоя и на аноде:  $n(d) = n(L) = 0$ . Тогда из (21) следует, что профиль  $n(x)$  имеет максимум  $n_m$  в точке  $x_m$  (см. рис. 1), так что ионы, образовавшиеся при  $x > x_m$ , движутся к аноду, а образовавшиеся при  $x < x_m$  — возвращаются на катод. Другими словами, в точке  $x_m$  максимальной концентрации плазмы поле изменяет знак [1–4,20]. Оно задерживает электронную диффузию на анод (см. рис. 1) и формирует потенциальную яму для электронов (запертые в ней электроны совсем не участвуют в токе), а также обеспечивает постоянство тока по длине промежутка. Электронный ток в FDS переносится только в форме диффузионного тока незапертых („промежуточных“ по терминологии [2]) электронов. Поэтому и скачок потенциала в анодном слое  $AD$  для рассматриваемых коротких разрядов ( $L < L_{inf}$ ) всегда является отрицательным (уменьшающим ток промежуточных электронов на анод). Для максвелловской ФРЭ величину перепада потенциала  $U_a$  между анодом и точкой максимума концентрации можно грубо оценить (отметим, что так как распределение промежуточных электронов может сильно отличаться от максвелловского, то эта задача требует кинетического анализа), приравняв хаотический электронный ток на анод электронному току

$$e \frac{n_m}{4} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m}} e^{-\frac{eU_a}{T_e}} \approx j - eD_a \frac{n_m}{(L - x_m)}. \quad (22)$$

Близость между точкой обращения поля и положением максимума концентрации наблюдалась в эксперименте [21] и в расчетах [5–7]. В работах [2,19,20] это условие использовалось для нахождения точки  $x_m$ . В точке обращения поля ( $E = 0$ ) в электронном и ионном токах присутствуют только диффузионные составляющие. Поскольку коэффициент диффузии  $D_e \gg D_i$ , то полный ток в точке  $x_m$  практически совпадает с электронным током —  $j(x_m) \approx j_e(x_m)$  [20]. При малой относительной роли объемной рекомбинации и ухода ионов на боковые стенки и на анод из уравнения баланса (21) следует, что второе слагаемое в (9) есть

$$j_i(d)/j_e(0) = M^{(PNG)}(x_m). \quad (23)$$

В итоге условие поддержания (9) принимает следующий вид:

$$M^{(CF)} + M^{(PNG)}(x_m) = 1/\gamma. \quad (24)$$

Для определения  $M^{(CF)}$  и  $M^{(PNF)}(x)$  можно воспользоваться выражениями (12), (13), (20), а значение  $x_m$  определяется решением уравнения амбиполярной диффузии (21). Поскольку нас интересует продольное (вдоль оси  $x$ ) распределение параметров, то упростим (21), записав уход ионов в поперечном направлении через характерное время радиальной амбиполярной диффузии  $\tau_R = (R/2.4)^2/D_a$ . Тогда после подстановки  $Z(x)$  в виде (14) уравнение (21) приобретает вид

$$\frac{d}{dx} D_a \frac{dn}{dx} + z_m \exp(-(x-d)/\lambda) - n/\tau_R - \beta n^2 = 0. \quad (25)$$

Поскольку большинство электронов в плазме отрицательного свечения являются запертыми, то электрическое поле их не греет. Учитывая большую скорость электронной теплопроводности, выравнивающей профиль электронной температуры, коэффициент амбиполярной диффузии в (21), (25) можно считать постоянным. В итоге (25) будет представлять собой неоднородное нелинейное уравнение с постоянными коэффициентами. Если объемная рекомбинация несущественна, то уравнение (25) становится линейным и решение его выражается в квадратурах. Если, например,  $R \gg L-d$ , то имеем

$$\frac{n_e(x)}{n_\lambda} = 1 - e^{-\frac{x-d}{\lambda}} - \frac{(x-d)}{(L-d)} \left(1 - e^{-\frac{L-d}{\lambda}}\right). \quad (26)$$

Для положения точки максимума  $x_m$  концентрации плазмы в этом случае имеем

$$x_m = d - \lambda \cdot \ln \left( \frac{\lambda}{(L-d)} \left(1 - \exp\left(-\frac{(L-d)}{\lambda}\right)\right) \right), \quad (27)$$

где  $n_\lambda = z_m \lambda^2 / D_a$ . Так как профиль источника  $Z(x)$  совпадает с использованным ранее в [20], то выражения (26), (27) соответствуют представленным там выражениям.

Так как в (26)  $n_e \sim 1/D_a \sim 1/T_e$ , то неопределенность в знании температуры электронов непосредственно сказывается на погрешности определения  $n_e$ . Поэтому корректное определение концентрации плазмы требует знания температуры электронов. Например, в [7] постулировалось значение  $T_e = 1$  eV, в то время как в [8] было выбрано значение  $T_e = 0.1$  eV. При прочих равных условиях значения  $n_e$  при этом будут отличаться на порядок. В связи с этим еще раз напомним, что точность расчетов любого кода определяется „узким местом“, т.е. наименее известным элементом.

Как видно из (27), положение точки  $x_m$  в одномерной геометрии определяется только параметром  $\lambda/(L-d)$  [20] и не зависит от  $T_e$ . Значение  $x_m$  при заданных  $d, L, U_c$  легко найти по (27) с использованием для масштаба  $\lambda$  выражений (17) или (19). После подстановки (27) в (20), для эффективного коэффициента мультипликации в PNG  $M^{NG}(x_m)$  получим выражение, не требующее непосредственного вычисления  $x_m$ . В итоге из выражений (26), (27) находим, что для рассматриваемого одномерного случая

$$M^{NG}(x_m) = \alpha_{CF} \lambda e^{\alpha_{CF} d} \left(1 - \frac{\lambda}{L-d} \left(1 - e^{-\frac{L-d}{\lambda}}\right)\right). \quad (28)$$

После подстановки (12), (28) в (24) имеем окончательное выражение для условия поддержания (9) (ср. с (1))

$$e^{\alpha_{CF} d} \left(1 + \alpha_{CF} \lambda \left(1 - \frac{\lambda}{L-d} \left(1 - e^{-\frac{L-d}{\lambda}}\right)\right)\right) = 1 + \frac{1}{\gamma}. \quad (29)$$

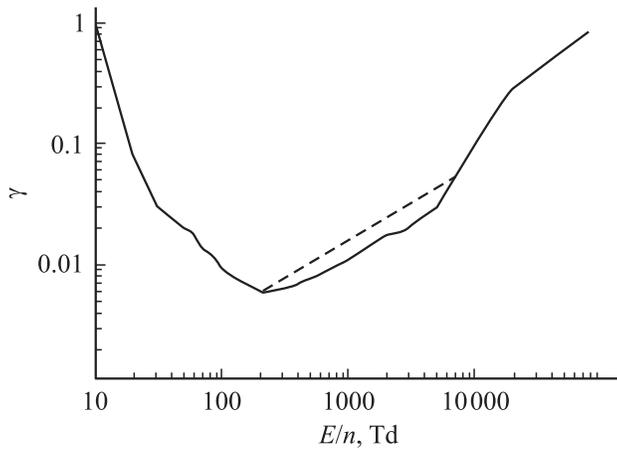
Второе слагаемое в (29), описывающее приход ионов из отрицательного свечения, всегда значительно, т.е. локальные модели, в которых присутствует только первое слагаемое в левой части (29), не могут адекватно описать ситуацию и приводят к неконтролируемым ошибкам. Условие (29) совместно с соотношением (6), следующим из уравнения Пуассона в слое, позволяет построить ВАХ тлеющего разряда при заданных значениях размера промежутка  $L$  и давления  $p$ .

Таким образом, продольное распределение основных параметров короткого тлеющего разряда имеет вид, схематически изображенный на рис. 1. В верхней его части (рис. 1, *a, b*) представлена классификация основных областей разряда, основанная на визуальных наблюдениях (см., например, [1,4]). Ниже, на рис. 1, *c*, представлены классификация и распределение параметров, основанные на разделении на области слоя и плазмы. Сплошной линией на рис. 1, *b, d* изображен случай, когда пробег быстрых электронов  $\Lambda_f$  меньше длины межэлектродного промежутка ( $\Lambda_f < L$ ). Случай затрудненного разряда, когда  $\Lambda_f > L$  и часть быстрых электронов достигает анода, так что их ионизационная способность используется не полностью, изображен пунктиром на рис. 1, *b, d*.

## Результаты и обсуждение

Наиболее полный набор экспериментальных данных по характеристикам тлеющих разрядов имеется для аргона. Основные результаты систематизированы в обзоре [10], а последние эксперименты и симуляции представлены, в частности, в работах [16–18], на которые ниже мы и будем ориентироваться.

В первую очередь необходимо отметить, что если для коэффициента ионизации в аргоне имеются многочисленные данные и их аппроксимации (2) (см., например, [1,4,10,11]), то для коэффициента вторичной эмиссии  $\gamma$  до сих пор существует неопределенность. Это связано с тем обстоятельством, что в реальной ситуации эмиссия электронов с катода вызывается не только ионами, но также и метастабильными и быстрыми атомами, а также излучением. Она зависит от таких плохо контролируемых факторов, как состояние поверхности катода и т.п. Поскольку на практике разделить их обычно невозможно, то при описании газового разряда под  $\gamma$  обычно понимается эффективный коэффициент ионно-электронной эмиссии. Он равен поступающему в разряд потоку электронов, разделенному на бомбардирующий катод поток ионов. Этот коэффициент достаточно сложным образом зависит от параметра  $E/p$ , качества поверхности катода и т.п. (подробнее см., например, [22]). На сегодняшний день наиболее последовательным и



**Рис. 3.** Эффективный коэффициент ионно-электронной эмиссии в аргоне. Сплошные линии — рекомендованные в [22] данные, пунктир — их аппроксимация в виде  $\gamma = 0.00022(U/(pd))^{0.6}$ , где  $U$  в В,  $pd$  — в см · Торр.

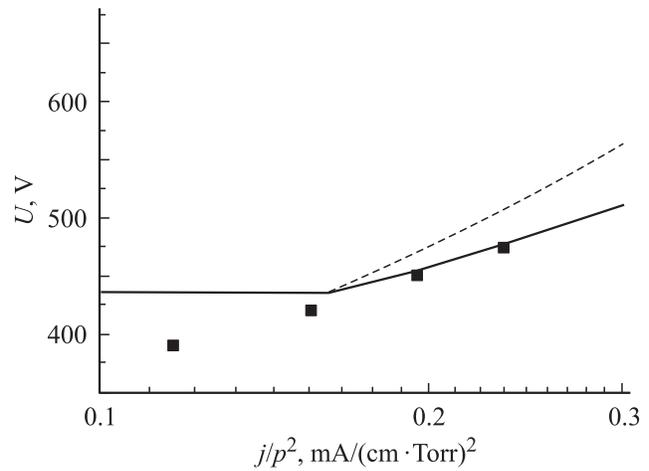
надежным представляется подход, основанный на нахождении  $\gamma$  из экспериментальных данных по пробое газом (т.е. из соотношения (1) по известным  $U_{\text{бг}}$  и  $pL$ ). Для аргона он в наиболее полном объеме реализован в [22], где на основе обработки большого массива экспериментальных данных по пробое в аргоне приведены зависимости коэффициента  $\gamma$  от приведенного поля  $E/p$  (см. рис. 5 и 11 в [22]). Эти данные нам представляются на сегодняшний день наиболее надежными.<sup>5</sup>

На рис. 3 представлены рекомендованные в [22] значения  $\gamma$  и использованная нами аппроксимация в интересующем нас диапазоне значений  $E/p$ .

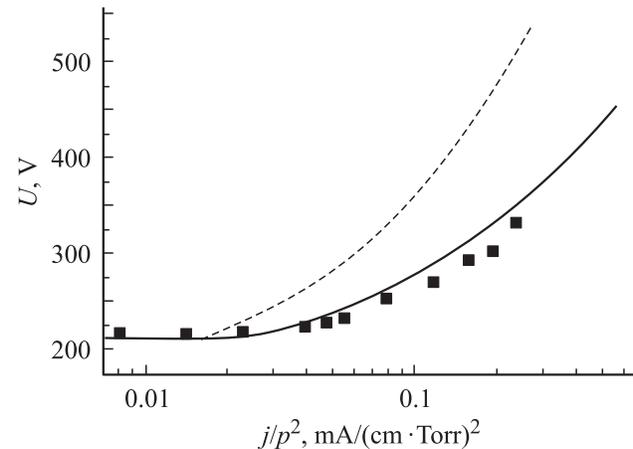
На рис. 4–7 для различных давлений и значений параметра  $pL$  экспериментальные ВАХ из [16–18] (точки) сопоставлены с расчетами по предложенной модели (сплошные линии) и по локальной модели Энгеля–Штеенбека (пунктир).

Результаты показывают, что во всех случаях при малых токах (таунсендовский разряд) напряжение равно пробойному. По мере роста тока удовлетворительное согласие с экспериментом имеет место только при расчетах по представленной модели, в то время как локальная модель дает сильно завышенные значения напряжения.

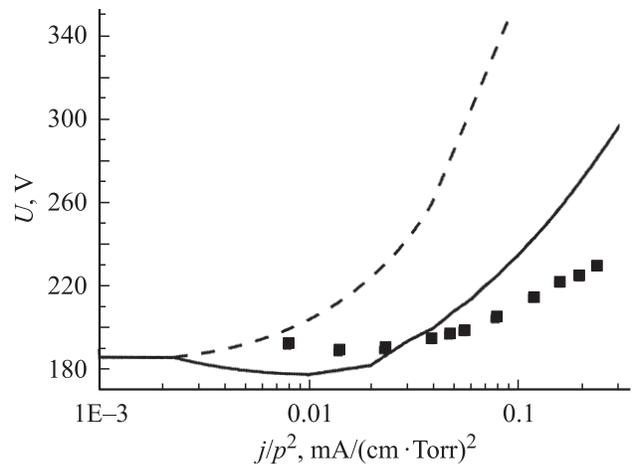
<sup>5</sup> Заметим, что позднее в [23] данные [22] для  $\gamma$  подверглись значительной корректировке. Это было связано с тем, что используемая в [23] модель тлеющего разряда с  $\gamma$  из [22] давала низкие значения напряжения и его нефизический спад с ростом тока. В итоге использование  $\gamma$  как подгоночного параметра привело в [23] к существенно другим, чем в [22], его значениям (см. также [8,17,18]). Если согласиться с точкой зрения [23], то результаты [22], полученные путем обработки большого массива экспериментальных данных различных авторов, будут существенно обесценены. Нам представляется, что несоответствие результатов [22,23], скорее, сигнализирует о несовершенстве используемой для описания электронов в [23] гидродинамической (fluid) модели, чем о неприменимости представленных в [22] данных для  $\gamma$  при определении основных характеристик тлеющего разряда. Поэтому при сопоставлениях с экспериментами мы использовали значения  $\gamma$  и [22].



**Рис. 4.** ВАХ разряда в аргоне при условиях 45 Па · см, точки — экспериментальные данные из [17]; сплошная линия — расчет по предлагаемой модели; пунктир — расчет по модели Энгеля–Штеенбека.



**Рис. 5.** То же, что для рис. 4, 75 Па · см.



**Рис. 6.** То же, что для рис. 4, 150 Па · см.

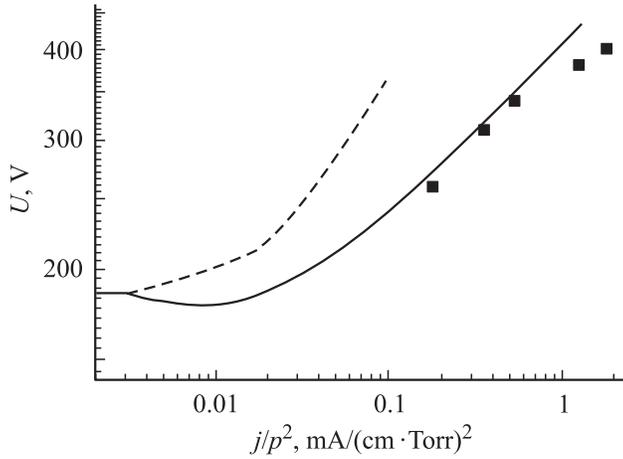


Рис. 7. То же, что для рис. 4, 133 Па·см [16].

Конкретизируем характерные точки короткого одномерного ( $R \gg L - d$ ) тлеющего разряда, рассмотрев предельные случаи более подробно.

Для затрудненного разряда ( $L < L_m$ ,  $U_{br} > BpL$ ) из условия поддержания (29) следует, что напряжение является монотонной функцией от толщины слоя  $d$ , а значит, от тока, так что если плотность тока, даваемая (6), такова, что толщина слоя становится меньше длины межэлектродного промежутка  $L$ , ВАХ начинает монотонно возрастать по мере роста тока. Как уже отмечалось, в этом случае пробег  $\Lambda_f > L$ , т.е. быстрые электроны с энергией, равной величине катодного падения, достигают поверхности анода, и фарадеево темное пространство отсутствует. В этом режиме практически всегда (кроме случая больших токов, когда толщина слоя  $d$  мала по сравнению с  $L$ ) параметр  $\lambda > (L - d)$ , и разлагая в ряд экспоненту в (29), получим условие поддержания

$$e^{\alpha_{CF}d} \left( 1 + \frac{\alpha_{CF}(L-d)}{2} \left( 1 - \frac{(L-d)}{3\lambda} \right) \right) \approx e^{\alpha_{CF}d} \left( 1 + \frac{\alpha_{CF}(L-d)}{2} \right) = 1 + \frac{1}{\gamma}, \quad (30)$$

которое ранее было получено в [2] (см. формулу (52) в [2]).

При этом из (26) следует профиль концентрации плазмы, близкий к параболическому

$$n_e(x) \approx \frac{s_m}{2D_a}(x-d)(L-x), \quad (31)$$

с положением точки максимума (27) в середине плазменной области разряда [2]

$$x_m \approx L + d/2. \quad (32)$$

Половина ионов, родившихся в плазме, при этом возвращается обратно на катод, а остальные уходят на анод.

Как видно из рис. 4–7, с увеличением параметра  $pL$ , когда все большая часть ионов возвращается из плазмы на катод, переход разряда от таунсендовского к тлеющему сопровождается небольшим минимумом на ВАХ. Этот факт следует из условия поддержания (29), (30) для режимов с  $L_m < L < L_{inf}$ , когда  $BpL/2 < U_{br} < BpL$ . В этом случае из условия поддержания (30), (31) следует слабая немонотонная зависимость напряжения  $U$  от  $d$  (а значит, и от разрядного тока). При малых токах, когда слой толстый ( $d \approx L$ ) и  $\lambda > (L - d)$ , справедливы формулы (30)–(32). Однако с ростом тока и уменьшением  $d$  при  $L > L_m$  быстро происходит переход к другому предельному случаю  $\lambda < (L - d)$ , когда условие поддержания (29) имеет следующую асимптотику:

$$e^{\alpha_{CF}d} \left( 1 + \alpha_{CF}\lambda \left( 1 - \frac{\lambda}{(L-d)} \right) \right) \approx e^{\alpha_{CF}d} (1 + \alpha_{CF}\lambda) = 1 + \frac{1}{\gamma}. \quad (33)$$

В этом случае большинство ионов из плазмы отрицательного свечения возвращаются обратно на катод  $M^{(PNG)}(x_m) \approx M^{(PNG)}$  (см. (20)). Соответственно для профиля концентрации плазмы в PNG имеем из (26)

$$\frac{n_e(x)}{n_\lambda} = \frac{(L-x)}{L-d} - e^{-\frac{x-d}{\lambda}} \quad (34)$$

с положением точки максимума (27)

$$x_m = d - \lambda \ln \left( \frac{\lambda}{(L-d)} \right) \approx d + \lambda, \quad (35)$$

сдвинутом от границы слоя на  $\lambda$  — на характерный масштаб спада источника ионизации в плазме отрицательного свечения.

В сильноаномальном режиме, когда  $\alpha_{CF}d \ll 1$ , из (33) с использованием (17) следует, что условие поддержания принимает вид

$$\alpha_{CF}\Lambda_f \approx \frac{U}{2pB} \alpha_{CF} \left( \frac{U}{d} \right) = \frac{1}{\gamma}. \quad (36)$$

Поскольку в таких условиях  $U > pBd$ , то величина  $\alpha_{CF}$  близка к насыщению и меняется слабо. Если коэффициент  $\gamma$  неизменен, то, как видно из (36), напряжение на разряде в этом случае не зависит от тока. Насколько нам известно, это явление в разрядах с плоским катодом пока явно не наблюдалось. В разрядах с полым катодом условие поддержания типа (36) было получено еще в работах Ю.М. Кагана с сотрудниками [24] в виде  $\frac{U}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\gamma}$ , где  $\varepsilon_0 = E/\alpha$  — цена рождения электрон-ионной пары.

Отметим также, что, согласно (36), напряжение  $U$  сильно чувствительно к значению коэффициента  $\gamma$ : грубо говоря, во сколько раз изменится  $\gamma$ , во столько же раз изменится и напряжение на разряде. По-видимому, ситуация, изображенная на рис. 1 из [8], где при моделировании тлеющего разряда незначительные

вариации  $\gamma \ll 1$  приводили к заметным изменениям  $U$ , была близка к этому случаю. Такой результат не может быть объяснен локальной моделью, которая дает только слабую ( $\sim (1+\gamma) \approx 1$ ) зависимость  $U$  от  $\gamma$ .

Таким образом, по результатам проведенного анализа может быть рекомендована следующая процедура для быстрой оценки и прогнозирования основных свойств короткого тлеющего разряда.

1. Для расчета ВАХ разряда используется решение уравнение Пуассона для слоя (или оценка (6)) и условие поддержания (29) или его асимптотики (30), (33). При этом коэффициент мультипликации в слое рассчитывается по (12), (13), а в плазме отрицательного свечения — по (20) с масштабом спада (17) или (19).

2. Профиль плотности плазмы отрицательного свечения определяется, согласно (26) или асимптотикам (31), (34). Отметим, что определение абсолютной величины концентрации плазмы в коротком разряде не является простой задачей, поскольку общепринятые оценки по аналогии с положительным столбом разряда по известным току и полю ( $j = en_e V_{ed}(E)$ ) здесь неприменимы и необходимо привлекать анализ процессов, проведенный выше. Значение максимальной плотности плазмы  $n_m$  можно оценить по ионному току на катод как сумму ионных токов, возникающих в PNG и CF:

$$\frac{j}{1+\gamma} \approx \frac{eD_a n_m}{x_m - d} + j \left( 1 - \frac{\gamma}{1+\gamma} e^{acfd} \right). \quad (37)$$

Отсюда имеем

$$n_m = j \frac{\gamma(x_m - d)}{eD_a(1+\gamma)} (e^{acfd} - 1). \quad (38)$$

Напомним также, что для нахождения коэффициента амбиполярной диффузии  $D_a$ , а значит для того чтобы найти абсолютное значение концентрации плазмы, необходимо знать температуру медленных электронов, захваченных в потенциальную яму. Для ее нахождения необходимо решить соответствующее уравнение баланса (см., например, [2]).

Как уже отмечалось, предложенная методика требует знания только хорошо известных для большинства газов коэффициентов: электрон-ионной эмиссии  $\gamma$  и параметров  $A$  и  $B$  аппроксимации коэффициента ионизации  $\alpha$ . Это существенно упрощает вычисления и позволяет быстро оценить параметры разряда для большого количества газов и их смесей.

Отметим, что приведенные результаты легко обобщаются на случай ограниченных в поперечном направлении разрядов и разрядов высокого давления. Поскольку в сильном поле катодного слоя все ионы возвращаются на катод, то решение для катодного слоя при этом остается аналогичным приведенному выше (6). При анализе процессов в плазме PNG необходимо использовать решение уравнения амбиполярной диффузии (21) или (25) с учетом диффузии на стенки и/или гибели за счет объемной рекомбинации, что не представляет большого труда.

В заключение отметим, что ВАХ длинного разряда (при  $L > L_{inf}$ ,  $U_{br} < BpL/2$ ) имеет более глубокий минимум. В этом случае уже на стадии таунсендовского разряда ВАХ является падающей (см. (4)), так что переход к тлеющему разряду имеет характер неустойчивости (см. например, [3,25]), развитие которой в конечном счете приводит к переходу к нормальной плотности тока [1,4,11]. Для длинного разряда, ограниченного в поперечном направлении стенками, следует также принимать во внимание возникновение положительного столба РС. В этом случае возникают две точки обращения поля [2]. Первая из них соответствует уже рассмотренной выше точке максимума концентрации  $x_m$  в плазме PNG и приводит к формированию потенциальной ямы для электронов. Вторая точка обращения поля  $x_a$ , за которой происходит восстановление прямого поля до поля в столбе, расположена на границе FDS и переходной к РС области. При анализе продольной структуры прикатодной области эту точку можно рассматривать как предельную для прикатодной области (виртуальный анод). Другими словами, в качестве эффективной длины  $L$  разряда в этом случае следует использовать  $x_a$ . Анализ этого случая выходит за рамки данной статьи и его следует рассматривать отдельно.

Таким образом, в работе получены соотношения подобия, позволяющие быстро оценить параметры коротких тлеющих разрядов и прогнозировать их основные параметры в конкретных условиях с учетом нелокальной ионизации в плазме отрицательного свечения. Показано, что этот вклад всегда значителен (более половины ионов возвращаются из PNG обратно на катод и дают свой вклад в электронную эмиссию). Представленные выражения не намного сложнее даваемых классической локальной моделью Энгеля–Штеенбека и требуют знания тех же параметров (коэффициентов  $\alpha$  и  $\gamma$ ). Представлены основные соотношения для расчета вольт-амперной характеристики, распределения концентраций заряженных частиц вдоль разрядного промежутка, распределение потенциала и напряженности электрического поля (включая нахождение точки обращения электрического поля). Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными для прикатодной области тлеющего разряда в аргоне показало значительно лучшее согласие, чем даваемое локальными моделями.

## Список литературы

- [1] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [2] Kolobov V.I., Tsendin L.D. // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. P. 7837.
- [3] Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д. Тлеющий разряд постоянного тока. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Кн. II. С. 18.
- [4] Duyvestein M.J., Penning F.M. // Rev. Mod. Phys. 1940. Vol. 12. N 2. P. 87.
- [5] Surendra M., Graves D.B., Jellum G.M. // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41. N 2. P. 1112.

- [6] *Goto M., Kondon Y.* // Jpn. Appl. Phys. 1998. Vol. 37. N 1. P. 308.
- [7] *Fiala A., Pichford L.C., Boeuf J.P.* // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. N 6. P. 5607.
- [8] *Donko Z., Hartmann P., Kutasi K.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2006. Vol. 15. P. 178.
- [9] *Boeuf J.P.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. Vol. 36. P. R53.
- [10] *Phelps A.V.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2001. Vol. 10. P. 180.
- [11] *Грановский В.Л.* Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. 543 с.
- [12] *Ульянов К.Н.* // ТВТ. 1972. Т. 10. № 5. С. 931.
- [13] *Бабич Л.П.* // УФН. 2005. Т. 175. № 10. С. 1069.
- [14] *Wilhelm J., Kind W.* // Beitr. Plasmaphysik. 1965. Vol. 5. P. 295.
- [15] *Peres I., Quadoudi N., Pichford L.C., Boeuf J.P.* // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 72. P. 4533.
- [16] *Rozsa K., Gallagher A., Donko Z.* // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52. P. 913.
- [17] *Maric D., Kutasi K., Malovic G., Donko Z., Petrovic Z.Lj.* // Eur. Phys. J. 2002. Vol. 21. P. 73.
- [18] *Maric D., Hartmann P., Malovic G., Donko Z., Petrovic Z.Lj.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. Vol. 36. P. 2639.
- [19] *Кудрявцев А.А., Тошнова Н.А.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 9. С. 26.
- [20] *Boeuf J.P., Pichford L.C.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995. Vol. 28. P. 2083.
- [21] *Gottscho A., Mitchell A., Scheller G.R., Chan Y.-Y., Graves D.* // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40. N 11. P. 6407.
- [22] *Phelps A.V., Petrovic Z.Lj.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1999. Vol. 8. P. R21.
- [23] *Phelps A.V., Pichford L.C., Pedoussat C., Donko Z.* // Plasma Source Sci. Technol. 1999. Vol. 8. P. B1.
- [24] *Апостол И., Каган Ю.М., Лягущенко Р.И., Хворостовский С.Н., Ходорковский М.А.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 9. С. 1997.
- [25] *Кудрявцев А.А., Цендин Л.Д.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 24. С. 36.