

01;02

Исследование аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических взаимодействиях с многозарядными ионами и ультракороткими импульсами электромагнитного поля

© М.К. Есеев, В.И. Матвеев

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
163002 Архангельск, Россия
e-mail: eseev_m@pomorsu.ru

(Поступило в Редакцию 6 февраля 2007 г. В окончательной редакции 3 октября 2007 г.)

Исследована корректность различных простых аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических процессах, сопровождающих столкновения атома гелия с быстрыми многозарядными ионами при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Определена корректность волновых функций в таких динамических процессах, сечения (и вероятности) которых выражаются только через волновые функции основного состояния. Даны непосредственные рекомендации по использованию конкретных аналитических волновых функций, которые могут быть полезны при простых вычислениях и оценках динамических процессов.

PACS: 03.65-w, 34.10.+x, 31.25.Eb, 34.50.Fa

Введение

Простейшей системой, позволяющей в физике атомных столкновений всесторонне исследовать проблемы двухэлектронной динамики, является атом гелия. Существуют различные подходы к учету межэлектронного взаимодействия при описании внутриатомных процессов. Можно выделить следующие. Это численное решение уравнения Шредингера по методу Хартри–Фока с получением атомных орбиталей [1], различные аналитические аппроксимации атомных орбиталей Хартри–Фока (Слэтера–Зенера, гауссовы и др.) [2]. Отдельно необходимо упомянуть хиллераасовские волновые функции (ВФ), имеющие достаточно простой аналитический вид, включающий в качестве аргумента $u = r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, где $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — координаты атомных электронов.

В своих первых работах Хиллераас использовал [3] трехпараметрическую функцию. Параметры находились вариационным способом. Далее число параметров и вид функций усложнились, что приводило к более точному расчету, например, энергии основного состояния гелия. На сегодняшний день она известна с точностью до 35 знаков после запятой, при этом число варьируемых параметров и термов превышает 10^4 [4]. Однако использование таких многопараметрических функций для расчетов процессов с гелиевыми атомами так же затруднительно, как и числовых таблиц Хартри–Фока. Поэтому в последнее время вновь обращаются к компактным аналитическим волновым функциям [4]. Критерием корректности этих функций является расчет энергии основного состояния. Однако такая проверка является по сути своей статической. Кроме того, как было показано еще в работе Барлетта [5] по расчету среднеквадратичного отклонения при определении энер-

гии основного состояния, учет электронных корреляций не является полным для хиллераасовских волновых функций. Данные функции не могут являться точными решениями уравнения Шредингера для атома гелия даже при неограниченном числе варьируемых параметров.

Энергия, рассчитанная с использованием хиллераасовских волновых функций, имеет сингулярный характер в областях, где $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$ или $\mathbf{r}_{12} \rightarrow 0$. Эти области физически соответствуют двойным и тройным столкновениям электронов и ядра атома гелия. Существуют различные варианты учета этих особенностей в аналитических ВФ, примером таких работ являются [4,6,7]. Таким образом, представляется необходимым сформулировать простой динамический критерий корректности для различных волновых функций основного состояния.

Несмотря на то что существуют практически точные численные расчеты временного уравнения Шредингера для атома гелия как волновых функций основного состояния, так и процесса ионизации [8–11], нами предлагается простой динамический способ проверки корректности аналитических волновых функций двухэлектронных атомов, учитывающих межэлектронные корреляции. Также в работе даны непосредственные рекомендации по использованию конкретных аналитических волновых функций, которые могут быть полезны при простых вычислениях и оценках динамических процессов.

Следует подчеркнуть, что целью настоящей работы является проверка корректности волновых функций в таких динамических процессах, сечения (и вероятности) которых выражаются только через волновые функции основного состояния, именно по этой причине в работе представлены лишь расчеты полных (т.е. просуммированных по всем неупругим процессам) сечений и вероятностей. Подробное обсуждение парциальных сечений

и вероятностей на примере однократной и двойной фотоионизации атома гелия проведено в недавней работе [12].

В настоящей работе выбраны неупругие процессы, сопровождающие столкновения атома гелия с быстрыми многозарядными ионами и процессы, при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Под ультракороткими импульсами в данной работе понимаются импульсы, длительность которых меньше характерных периодов времени для атома-мишени. Такие импульсы могут иметь различное происхождение (см., например, ссылки в работах [13,14]), но могут быть и полями движущихся с релятивистской или ультрарелятивистской скоростью высокозаряженных тяжелых ионов. Поэтому в настоящей работе на характеристики поля не налагаются ограничения, связанные с применением теории возмущений и используются непertурбативные подходы.

Расчет вероятностей неупругих процессов при столкновении многозарядного иона с атомом гелия

Общей основой [15,16] для непertурбативного рассмотрения сечений неупругих процессов при столкновениях быстрых тяжелых ионов высоких зарядов с атомами и при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля является использование приближения внезапных возмущений [16], тесно связанного [15] с приближением эйконала [17]. Причем большой заряд быстрой налетающей частицы Z_p позволяет в этом случае применить сравнительно простой способ расчета сечений неупругих процессов, основанный на механизме внезапной передачи импульса атомным электронам и развитый в [18], успешно использованный в работах [18–21] в расчетах различного рода неупругих процессов, сопровождающих столкновения быстрых ионов высоких зарядов со сложными атомами. Механизм внезапной передачи импульса позволяет описывать [13,14] неупругие процессы и при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля.

В соответствии с механизмом внезапной передачи импульса вероятность перехода атома гелия изначального состояния $|0\rangle$ в конечное $|n\rangle$ в результате столкновения с быстрым многозарядным ионом выражается через неупругий атомный формфактор и имеет вид

$$W_n(\mathbf{q}) = |\langle n | e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)} | 0 \rangle|^2,$$

где \mathbf{q} — переданный импульс, \mathbf{r}_i — координаты атомных электронов. При ионизации в конечном состоянии необходимо выбрать волновые функции электронов непрерывного спектра. Здесь и далее используется атомная система единиц ($e = \hbar = m_e = 1$).

Однако непосредственный расчет вероятностей неупругих процессов с использованием аналитических волновых функций затруднен сложностью учета электронных корреляций в возбужденных и ионизованных

состояниях [22]. Эту сложность можно обойти, если определить полную вероятность упругих процессов при столкновении как

$$W_{el}(\mathbf{q}) = |\langle 0 | e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)} | 0 \rangle|^2. \quad (1)$$

Полную вероятность неупругих процессов (одно-, двукратную ионизацию и возбуждения) можно рассчитать как

$$W_{inel}(\mathbf{q}) = 1 - W_{el}(\mathbf{q}). \quad (2)$$

В этом случае мы избегаем проблемы ортогонализации начального и конечных состояний и сложных численных расчетов. Исследуя зависимость вероятностей неупругих процессов от переданного импульса \mathbf{q} для различных волновых функций, можно выявить чувствительность этих функций к межэлектронному взаимодействию в динамическом процессе столкновения. Зная вероятность $W_{inel}(\mathbf{q})$, можно рассчитать полное сечение неупругих процессов при столкновении движущегося со скоростью v иона с неподвижным атомом гелия так [18]:

$$\sigma_{inel} = 8\pi \frac{Z_p^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} W_{inel}(\mathbf{q}), \quad (3)$$

пределы интегрирования $q_0 = 2/v$, $q_1 = 2Z_p/v$ определены [18] из условия применимости данного подхода.

Приведем исследуемые простые аналитические волновые функции основного состояния атома гелия. Во-первых, это — волновая функция без учета электронных корреляций как симметризованное произведение водородоподобных функций:

$$\begin{aligned} \psi_0^a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \psi_{0,0,0}(r_1, \theta_1, \varphi_1) \psi_{0,0,0}(r_2, \theta_2, \varphi_2) \\ &= \frac{Z^3 e^{-Z(r_1 + r_2)}}{\pi}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $Z = 2$ — заряд голого ядра атома гелия (см., например, [2]). Если использовать модель экранировки, то получим [23] ВФ, построенную из водородоподобных без учета электронных корреляций с введением эффективного заряда ядра $Z_{eff} = 2 - 5/16$:

$$\psi_0^b(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{Z_{eff}^3 e^{-Z_{eff}(r_1 + r_2)}}{\pi}. \quad (5)$$

Для учета электронных корреляций в атоме гелия воспользуемся трехпараметрической хиллераасовской волновой функцией основного состояния [3]:

$$\psi_0^c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N e^{-Zs} (1 + a_1 u + a_2 t^2), \quad (6)$$

где $s = r_1 + r_2$, $t = r_1 - r_2$,

$$\begin{aligned} u &= |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \\ &= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos \theta_1 \cos \theta_2)}, \end{aligned}$$

индексы 1 и 2 обозначают координаты первого и второго электронов, варьируемые параметры $N = 1.32135$, $Z = 1.816$, $a_1 = 0.3$, $a_2 = 0.13$.

Также приведем шестипараметрическую хиллераасовскую волновую функцию основного состояния [24]:

$$\psi_0^d(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-Zs} (1 + a_1u + a_2t^2 + a_3s + a_4s^2 + a_5u^2), \quad (7)$$

где варьируемые параметры $N = 1.38189$, $Z = 1.818$, $a_1 = 0.353$, $a_2 = 0.128$, $a_3 = -0.101$, $a_4 = 0.033$, $a_5 = -0.032$.

Рассмотрим и компактные волновые функции, предложенные в [4]:

$$\psi_0^e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-2s} \left[\left(1 + \frac{1}{2}u \right) e^{-0.68u} \right] \times (1 + 0.25su + 0.15t^2 - 0.02125u^2); \quad (8)$$

$$\psi_0^f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-2s} \left[\left(1 + \frac{1}{2}u \right) e^{-1.013u} \right] \times (1 + 0.2119su + 0.1406t^2 - 0.003u^2). \quad (9)$$

Здесь нормирующий множитель N равен 2.4142 и 3.5064 соответственно. Данные волновые функции позволяют вычислить энергию основного состояния с несколько меньшей точностью, чем хиллераасовские ВФ, но более корректно описывают поведение системы в особых точках $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$ или $\mathbf{r}_{12} \rightarrow 0$, что соответствует двойным и тройным столкновениям электронов и ядра. Отличие последних приведенных функций в точности расчета энергии основного состояния ($\varepsilon_i = -2.9006$, -2.9012 а.е.).

Сравним эти ВФ с простой аналитической функцией, предложенной в [6]:

$$\psi_0^g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-2s} \left[\left(1 + \frac{1}{2}ue^{-au} \right) \right] \times (\cosh(\lambda r_1) + \cosh(\lambda r_2) + bt^2), \quad (10)$$

где $\lambda = 0.68$, $a = 0.17$, $b = 0.06$. Нормирующий множитель N , по расчетам для атома гелия, должен быть равен 0.7024. Данная волновая функция содержит гиперболический косинус от r_1 , r_2 , что позволяет более корректно описывать экранирующее действие одного из электронов двухэлектронной системы при $\mathbf{r}_1 \rightarrow \infty$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow \infty$ и $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$, $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$.

Результаты и их обсуждение

Приведем данные расчета соответствующих вероятностей от переданного импульса по формуле (2) с использованием волновых функций (4)–(10) в табл. 1. Аналитически вычисляются интегралы для вероятностей и сечений только в случае водородоподобных ВФ (4), (5). Все численные расчеты проводились с использованием пакета Mathematica 5.0, многократные интегралы,

Таблица 1. Полная вероятность неупругих процессов

q , а.е.	W_{inel}						
	ВФ (4)	ВФ (5)	ВФ (6)	ВФ (7)	ВФ (8)	ВФ (9)	ВФ (10)
0.5	0.1167	0.1573	0.1518	0.1648	0.1301	0.1162	0.1690
1	0.3843	0.4851	0.5023	0.5064	0.4315	0.3852	0.5132
1.5	0.6510	0.7590	0.7780	0.7787	0.7079	0.6504	0.7785
2	0.8322	0.9072	0.9154	0.9182	0.8745	0.8308	0.9171

не вычисляющиеся аналитически, рассчитаны по методу Монте-Карло. Полностью результаты расчета вероятностей представлены на рис. 1.

Как видно из полученных результатов, учет электронных корреляций существенно повышает вероятность ионизации и возбуждения атома гелия в достаточно большом интервале переданных импульсов для ВФ (6)–(8), (10) и практически не влияет на результат для ВФ (9). Среднее эффективное поле, учтенное в ВФ (5), также значительно увеличивает вероятности неупругих процессов. Приведем также относительную поправку учета корреляционных эффектов, рассчитанную по выражению

$$E(q) = \frac{W_{\text{in}}^{\text{cor}} - W_0}{W_0},$$

где $W_{\text{in}}^{\text{cor}}$ — вероятности неупругих процессов, рассчитанные с использованием волновых функций (5)–(10), W_0 — вероятности неупругих процессов, рассчитанные

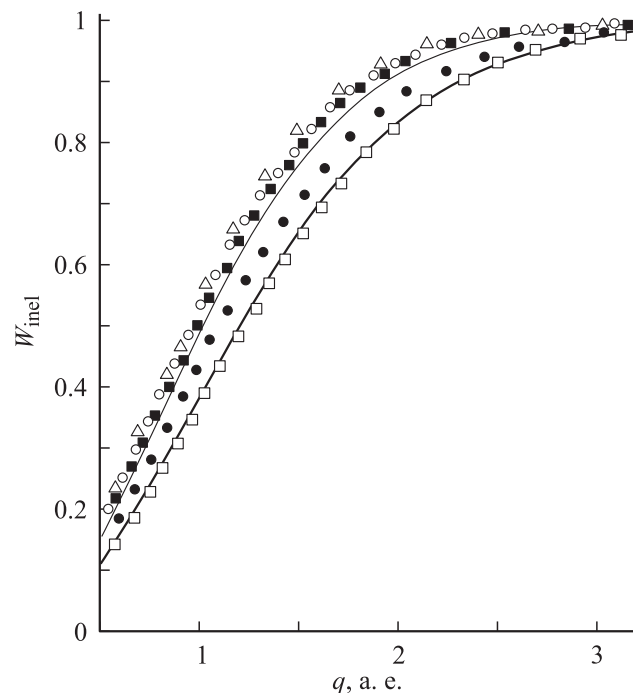


Рис. 1. Зависимость полной вероятности неупругих процессов от переданного импульса. Жирная линия — расчет с использованием ВФ (4), тонкая — ВФ (5), о — по расчетам с ВФ (6), Δ — ВФ (7), ● — ВФ (8), □ — ВФ (9), ■ — ВФ (10).

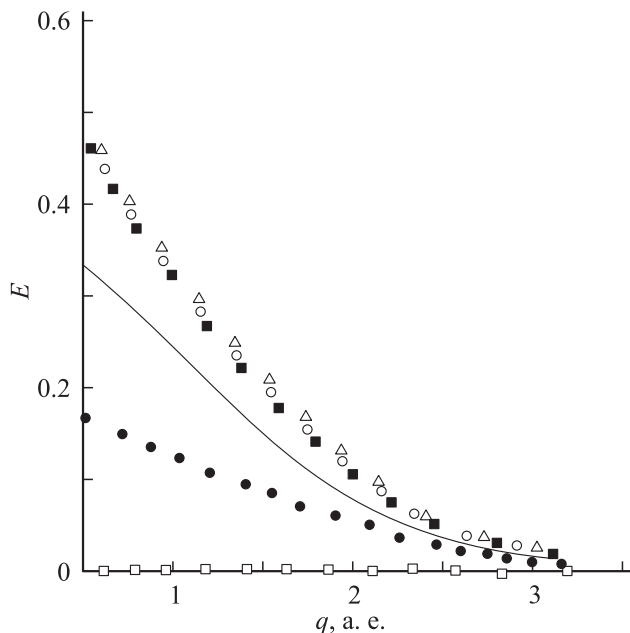


Рис. 2. Зависимость относительной поправки учета электронных корреляций от переданного импульса по отношению к расчету с неэкранированной ВФ (4). Кривая — ВФ (5), \circ — по расчетам с ВФ (6), \triangle — ВФ (7), \bullet — ВФ (8), \square — ВФ (9), \blacksquare — ВФ (10).

без учета корреляций и среднего эффективного поля с использованием волновой функции (4). Результаты расчета представлены на рис. 2.

Очевидно, что учет межэлектронного взаимодействия в основном увеличивает сечения неупругих процессов, что, естественно, объясняется отталкивающим взаимодействием электронов. Можно также отметить, что учет межэлектронного взаимодействия только за счет модели экранировки и среднего поля в ВФ в выражении (5) дает меньшие вероятности неупругих процессов, чем ВФ (6), (7), (10). Однако компактные ВФ (8), (9) дают вероятности неупругих процессов еще меньше, чем ВФ (5) с эффективным зарядом. Использование ВФ (9) дает такой же результат, как и при использовании неэкранированной ВФ (4), не учитывающей межэлектронные взаимодействия. Это явно свидетельствует о некорректном описании атома гелия с помощью волновой функции (9). Интересно также проанализировать зависимости относительной поправки к вероятности от переданного при столкновении импульса для различных коррелированных ВФ по отношению к волновой функции с эффективным зарядом (5):

$$E_c(q) = \frac{W^{\text{cor}} - W}{W}, \quad (11)$$

где W^{cor} — вероятности неупругих процессов, рассчитанные с полным учетом корреляций с использованием волновых функций (6)–(10), W — вероятности неупругих процессов, рассчитанные с учетом корреляций в

нулевом приближении с использованием ВФ (5). Результаты расчета представлены на рис. 3.

Необходимо отметить, что представленные кривые на графиках были построены после полиномиальной аппроксимации данных расчета. Отрицательные относительные ошибки свидетельствуют о значительном занижении вероятностей неупругих процессов при использовании в расчетах ВФ (8), (9). Следует заметить, что хиллераасовские ВФ (6), (7) и аналитическая ВФ (10) дают удивительно согласованные результаты для вероятностей неупругих процессов.

Далее были проведены оценки полных сечений неупругих процессов с использованием выражения (3). Корреляционные поправки полных сечений неупругих процессов, рассчитанные с использованием ВФ (6)–(10), к полному сечению, рассчитанному при учете межэлектронного взаимодействия за счет среднего поля в ВФ (5), вычислены по следующему выражению и приведены в табл. 2:

$$E_\sigma = \frac{\sigma_i - \sigma_0}{\sigma_0}. \quad (12)$$

Здесь σ_0 — полное сечение неупругих процессов, рассчитанное с использованием ВФ (5), σ_i — полные сечения неупругих процессов, определенные с использованием ВФ (6)–(10).

Здесь же приведены значения относительной поправки $E_c(q)$ к вероятности для различных коррелированных ВФ при двух типичных значениях импульса. Для сравнения определим относительные отклонения в статисти-

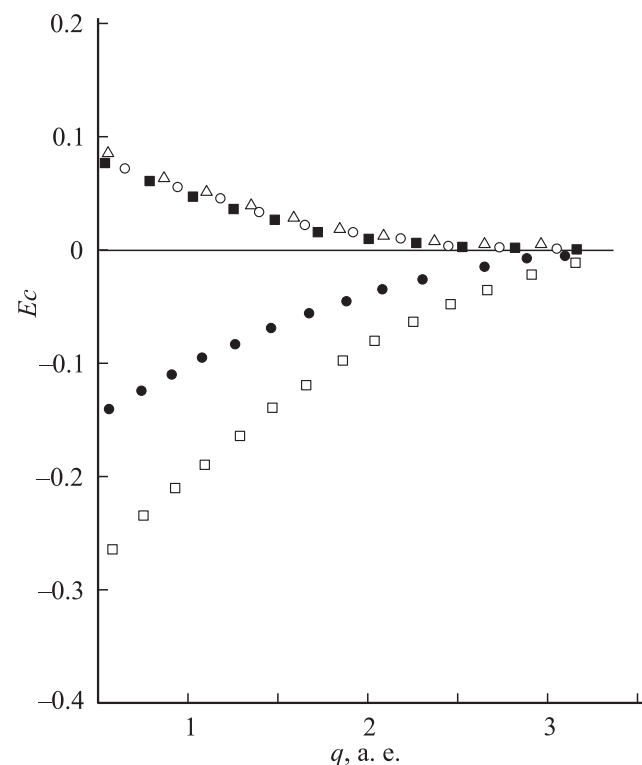


Рис. 3. То же, что для рис. 2, для экранированной ВФ (5).

Таблица 2. Относительные поправки на межэлектронное взаимодействие к вероятностям, сечениям неупругих процессов и энергии основного состояния

Поправки	Волновая функция вида				
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$E_c(q), (11)$ $q = 0.6 \text{ а.е.}$	0.1003	0.109	-0.091	-0.241	0.091
$E_c(q), (11)$ $q = 1.4 \text{ а.е.}$	0.047	0.039	-0.078	-0.15	0.035
$E_\sigma, (12)$	0.034	0.05	-0.03	-0.08	0.04
$E_0, (13)$	0.0192	0.0195	0.0184	0.0188	0.0193

ческом методе проверки волновых функций по расчету энергии основного состояния:

$$E_0 = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \quad (13)$$

где ε_0 — энергия основного состояния, рассчитанная с использованием ВФ (5), ε_i — энергия основного состояния, определенная с использованием ВФ (6)–(10). Значения энергии $\varepsilon_0, \varepsilon_i$ взяты из [4,6,23]:

$$\varepsilon_0 = -(Z - 5/16)^{12} = -2.847\,656\,25,$$

$$\varepsilon_i = -2.902\,44; -2.903\,24; -2.900\,6; -2.901\,2; -2.902\,6$$

для ВФ (5)–(10) соответственно.

Знак минус в табл. 2 указывает на то, что сечения и вероятности занижаются при использовании ВФ (8), (9) по отношению к расчету с ВФ (5). Так как результаты динамической проверки указывают на существенное занижение вероятностей и сечений неупругих процессов при использовании ВФ (8), (9), то есть основание для сомнений в целесообразности использования данных ВФ при расчете динамических процессов. Из сопоставления относительных поправок очевидно, что статистический расчет энергии основного состояния менее чувствителен к степени учета электронных корреляций в волновых функциях, чем динамический расчет вероятностей и полных сечений неупругих процессов. Физические причины этого, вероятно, заключаются в том, что межэлектронные взаимодействия играют существенную роль при возбуждении и ионизации атома гелия в различных неупругих процессах.

При этом стоит заметить, что в статистическом методе расчета энергии основного состояния учитывались корреляции только в основном состоянии. В динамическом методе при расчете вероятностей и полных сечений неупругих процессов в неявном виде учтены корреляции в начальном и во всех конечных состояниях.

Из анализа табличных данных и представленных графиков можно сделать следующие выводы:

— учет электронных корреляций заметно увеличивает сечения и вероятности неупругих процессов при

столкновении атома гелия с быстрыми заряженными частицами для большинства представленных ВФ;

— расчет с представленными в [4] компактными волновыми функциями (8), (9) свидетельствует о явно заниженных вероятностях и сечениях даже по отношению к данным расчета с ВФ (5) с учетом межэлектронного взаимодействия в нулевом приближении за счет введения эффективного среднего поля ядра и одного из электронов. Это свидетельствует о некорректном описании динамических процессов с использованием ВФ (8), (9). При этом показательно, что энергия основного состояния, рассчитанная с этими ВФ, отличается незначительно, а вероятности неупругих процессов, как видно из приведенных графиков, отличаются значительно;

— расчет с представленной в [6] аналитической волновой функцией (10) и хиллераасовскими ВФ (6), (7) дает согласованные результаты по полным вероятностям неупругих процессов. Если принять во внимание тот факт, что ВФ (10) корректно описывает состояние двухэлектронной системы в особых точках двойных и тройных электрон-электронных и электрон-ядерных столкновений, то несомненно целесообразность использования данной ВФ для расчета динамических процессов возбуждения и ионизации двухэлектронных систем;

— особенно сильно влияние электронных корреляций на вероятности неупругих процессов в области переданных импульсов $q = 0.5-3.5 \text{ а.е.}$, что, очевидно, соответствует [18] принятому при расчете приближению;

— приближение внезапных возмущений позволяет проводить сравнительно простую и эффективную динамическую проверку волновых функций для многоэлектронных атомов с целью выяснения возможности учета межэлектронных взаимодействий.

Несомненно, что динамическая проверка приближенных волновых функций по нахождению полных вероятностей неупругих процессов при взаимодействии атома гелия с многозарядными ионами или ультракороткими импульсами электромагнитного поля позволяет уточнить их аналитическую структуру и выяснить степень учета межэлектронных корреляций.

Список литературы

- [1] Давыдов А.С. Квантовая механика. М.: Наука, 1973. 704 с.
- [2] Минкин В.И., Симкин Б.Я., Миняев Р.М. Теория строения молекул. Ростов-на-Дону: Феникс, 1997. 560 с.
- [3] Hylleraas E.A. // Zeit. für Phys. 1928. Bd. 48. N 7–8. S. 469.
- [4] Davic C.W. // Phys. Rev. A. 2006. Vol. 74. N 1. P. 014 501; N 5. P. 059–904.
- [5] Bartlett J.H., Gibbons J.J., Dunn C.G. // Phys. Rev. 1935. Vol. 47. N 9. P. 679.
- [6] Sech C.Le. // J. Phys. B. 1997. Vol. 30. P. L47.
- [7] Anacarani L.U., Rodriguez K.V., Gasaneo G. // J. Phys. B. 2007. Vol. 40. P. 2695.
- [8] Parker J.S., Meharg K.J., McKenna G.A., Taylor K.T. // J. Phys. B. 2007. Vol. 40. N 10. P. 1729.
- [9] Parker J.S., Glass D.H., Moore L.R., Smyth E.S., Taylor K.T., Burke P.G. // J. Phys. B. 2000. Vol. 33. N 7. P. L239.

- [10] *Parker J.S., Moore L.R., Smyth E.S., Taylor K.T.* // J. Phys. B. 2000. Vol. 33. N 5. P. 1057.
- [11] *Fernley J.A., Taylor K.T., Seaton M.J.* // J. Phys. B. 1987. Vol. 20. N 23. P. 6457.
- [12] *Друкарев Е.Г.* // УФН. 2007. Т. 177. № 8. С. 877.
- [13] *Матвеев В.И.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. № 5. С. 1023.
- [14] *Матвеев В.И., Гусаревич Е.С., Пашев И.Н.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 127. № 6. С. 1187.
- [15] *Eichler J.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15. P. 1856.
- [16] *Дыхне А.М., Юдин Г.Л.* // УФН. 1978. Т. 125. № 7. С. 377.
- [17] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 768 с.
- [18] *Матвеев В.И.* // Элементарные частицы и атомное ядро. 1995. Т. 26. Вып. 3. С. 780.
- [19] *Matveev V.I., Rakhimov Kh.Yu., Matrasulov D.U.* // J. Phys. B. 1999. Vol. 32. P. 3849.
- [20] *Матвеев В.И., Гусаревич Е.С.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. № 1. С. 42.
- [21] *Matveev V.I., Gusarevich E.S., Matrasulov D.U., Rakhimov Kh.Yu., Stoehlker Th., Baur G.* // J. Phys. B. 2006. Vol. 39. N 6. P. 1447.
- [22] *Матвеев В.И., Есеев М.К.* // Физич. вестн. Поморского ун-та. Архангельск: Изд-во Поморского ун-та. 2005. № 4. С. 40.
- [23] *Бете Г., Солпитер Э.* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: ГИФМЛ, 1960. 565 с.
- [24] *Grenn L.C., Mulder M.M., Milner P.C.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. N 1. P. 35.