01;04

Переходная характеристика нестационарного цилиндрического зонда с самосогласованным отрицательным электрическим зарядом в ионосферной плазме

© В.А. Федоров

Радиотехнический институт им. академика А.Л. Минца,
125083 Москва, Россия
e-mail: f_v99@mail.ru

(Поступило в Редакцию 30 октября 2007 г.)

Определена зависимость плотности тока ионов от времени для цилиндрического зонда с отрицательным самосогласованным нестационарным зарядом, находящегося в ионосферной плазме. Полученная зависимость является переходной характеристикой данного зонда, аналогичной вольт-амперной характеристике зонда Лэнгмюра.

PACS: 52.30.Cv, 52.72.+v

Зонды Лэнгмюра с отрицательным потенциалом смещения $\varphi_0(t) < 0$ наиболее часто используются для диагностики плазмы [1]. Чтобы уменьшить возмущения плазмы, $\varphi_0(t)$ изменяют импульсно от $\varphi_0(0) = 0$ до const < 0, а затем изменяют его значение по заданному закону, оставляя $\varphi_0(t) < 0$. В данной работе изучается движение ионов ионосферной плазмы в окрестности зонда, имеющего отрицательный заряд $Q_0(0) < 0$, и изменение величины $Q_0(0)$. Главные отличия данной задачи от задач, решенных в теории зондов Лэнгмюра [1–5], состоят в следующем. Предложена новая постановка краевой задачи в теории зондов Лэнгмюра. Изменение $Q_0(t)$ не задано, а определяется из решения задачи и зависит от тока ионов на зонд. Получены точные самосогласованные решения [6] нелинейной системы уравнений гидродинамики ионов в магнитном поле с нестационарными поглощающими краевыми условиями аналитически, а не численными методами.

Рассмотрим электрически изолированный цилиндрический зонд радиусом R_0, длиной h и проводящей поверхностью S, помещенный в ионосферную плазму с магнитным полем $\mathbf{H} = H_0\mathbf{e}_z$, $H_0 = \text{const}$ (используем цилиндрическую систему координат R, φ, z). Расположим ось зонда вдоль $\mathbf{H}$ и будем считать, что выполнены неравенства

$$R_0/h \ll 1, \quad \lambda \gg h, \quad R_0 \geq D, \tag{1}$$

где λ — длина свободного пробега частиц в плазме, D — радиус Дебая. При $t = 0$ на S за время $t \leq T$, где T — плазменный период, возникает заряд $Q_0(0) < 0$ такой величины, что [4]

$$\varphi_0(0) < (3\text{–}5)\,\frac{k}{e}\,T^0_{e,i}, \quad \lambda \gg R_c = R_0 + \Delta, \quad \Delta \geq D. \tag{2}$$

Здесь k — постоянная Больцмана, $T^0_{e,i}$ — температура электронов и ионов фоновой плазмы, e — заряд электрона, R_c — размер возмущенной области плазмы по оси R, а $\Delta = (R_c - R_0)$.

Если выполнены условия (2), то концентрация электронов в слое Δ экспоненциально мала [3,4], поэтому положим, что для $t = 0$ электроны плазмы покинули объем $V = \pi(R_c^2 - R_0^2)h$. Из сказанного выше следует, что в объеме V справедливо равенство

$$Q_0(0) + Q_i(0) \approx 0. \tag{3}$$

Здесь

$$Q_0(0) = \int_S \sigma_0(0)dS \approx 2\pi R_0 h\sigma_0(0),$$

$$Q_i(0) = \int_V |e|n_i(R, 0)dV = 2\pi|e|h\int_{R_0}^{R_c} n_i(R, 0)RdR$$

— заряд ионов в объеме V, $\sigma_0(0) < 0$ — поверхностная плотность $Q_0(0)$ на $S_0 = 2\pi R_0 h$, так как $R_0/h \ll 1$, или в случае, когда торцы зонда изолированы от плазмы для уменьшения диффузии ионов вдоль $\mathbf{H}$ [4], $n_i(R, 0)$ — концентрация ионов, $R_0 \leq R \leq R_c$. Отсюда равенство (3), представляющее собой интеграл движения [7], запишем в виде

$$\sigma_0(t)R_0 + |e|\int_{R_0}^{R_c} n_i(R, t)RdR = 0. \tag{4}$$

В момент времени $t = 0$ ионы начинают движение к поверхности зонда, которое будем исследовать в плоскости $z = 0$, учитывая, что $R_0/h \ll 1$, $\partial/\partial z \equiv 0$, $\partial/\partial\varphi \equiv 0$. При выполнении (1), (2) течение ионов происходит с малой частотой столкновений ν_i по сравнению с частотой $\omega_{0i} = \sqrt{4\pi e^2 n_i^0/m_i}$ [1,3,4], где $n_i^0 = \text{const}$ — концентрация ионов фоновой плазмы, m_i — масса иона, а отношение скорости ионов $v_i(R, t)$ к их тепловой скорости $v_{iT_i^0} = -\sqrt{2kT_i^0/m_i}$ много больше единицы. Таким образом, имеем

$$\omega_{0i}/\nu_i \gg 1, \quad |v_i(R, t)/v_{iT_i^0}| \gg 1. \tag{5}$$

Исходя из (1), (2), (5) используем систему уравнений квазигидродинамического приближения холодной магнитоактивной плазмы [8] для исследования динамики ионов

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i(\nabla \mathbf{v}_i) = \frac{|e|}{m_i}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}_i \times \mathbf{H}]\right), \tag{6}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi |e| n_i, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -4\pi |e| n_i \mathbf{v}_i. \tag{8}$$

Здесь $\mathbf{E}(R,t) = \mathbf{E}_0(R,t) + \mathbf{E}_i(R,t)$ — вектор напряженности электрического поля зарядов Q_0 и Q_i, $\mathbf{v}_i(R,t)$, $n_i(R,t)$ — вектор скорости и концентрация ионов.

Пусть в условиях данной задачи для ионов ионосферной плазмы выполнено

$$\lambda \gg r_{ci} \gg \Delta, \tag{9}$$

где $r_{ci} = |v_{i\perp}|/\Omega_i$ — циклотронный радиус ионов, $v_{i\perp}$ — скорость ионов в плоскости $z = 0$, $\Omega_i = |e|H_0/m_i c$, c — скорость света (в тепловой ионосферной плазме $\lambda \gg r_{ciT_i^0} = |V_{iT_i^0}|/\Omega_i$ [9]). Первое неравенство в (9) позволяет рассматривать ионы при движении как независимые [10], а второе показывает, что r_{ci} возмущен Δ (см. (2), (5)), т. е. данная система является ограниченной. Следовательно, ионы при выполнении условий (9) не замагничены [10] и для них реализуется свободно молекулярный режим течения, так как число Кнудсена $Kn = \lambda/R_0$, $R_c \gg 1$ [3,4]. Движение ионов рассмотрим на интервале $0 \le t \le t_r$, где t_r — момент времени, когда $v_{iR}(R_*, R) = 0$, чтобы не было пересечения траекторий частиц. Иначе применение уравнений гидродинамики несправедливо.

Решения системы (6)–(8) для $t(R_*, R_0)$ и плотности тока ионов $j_i(R_*, R_0)$, где $R_0 \le R_* \le R_c$, с граничными нестационарными электродинамическими условиями на проводящей, поглощающей поверхности зонда в случае $n_i(R_*, 0) = n_i^0$ и $1 < R_*/R < 2$, выраженные через функцию θ, представим в виде (подробней схему решения см. в [11])

$$t(\theta) \approx \frac{1}{3\omega_{0i}} \sqrt{2(\eta-1)\Big/\left(\frac{1}{\eta^2}\frac{R_c^2}{R_0^2} - 1\right)} \times \left[\frac{\sqrt{3-\eta}}{\eta} + \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\arccos(3/\eta - 2)}{\sqrt{\eta - 1}}\right], \tag{10}$$

$$j_i(\theta) \approx -|e| n_i^0 \omega_{0i} R_0 \eta^3 \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\eta^2}\frac{R_c^2}{R_0^2} - 1\right)(\eta-1)(3-\eta)} \times \frac{1}{1 + \frac{2\left(1-\frac{1}{\eta}\right)}{\left(1-\eta^2\frac{R_0^2}{R_c^2}\right)}\left[1 + \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\arccos\left(\frac{3}{\eta}-2\right)}{\sqrt{(\eta-1)(3-\eta)}}\right]\Big/\left\{1 + \frac{\frac{4\sqrt{3(\eta-1)}}{\eta}}{\sqrt{(3-\eta)\left[1-\left(2-\frac{3}{\eta}\right)^2\right]}} - \frac{(\eta-1)\left(\frac{6}{\eta}-1\right)}{(3-\eta)}\right\}} \tag{11}$$

Функции θ и η определяются исходя из промежутка времени $t(R_*, R_0)$, спустя который $|Q_0(0)|$ уменьшится в $\theta > 1$ раз, таким образом, имеем

$$Q_0(0) = \theta Q_0(t) = \theta\big[Q_0(0) + Q_i(R_*, R_0)\big], \tag{12}$$

где $Q_0(0) = -Q_i(0) = -|e| n_e^0 \pi (R_c^2 - R_0^2) h$, $Q_i(R_*, R_0) = |e| n_e^0 \pi (R_*^2 - R_0^2) h$. Из (12) следует

$$R_* = R_0 \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\left(\frac{R_c^2}{R_0^2} - 1\right)} \equiv R_0 \eta. \tag{13}$$

Отметим, что другие решения системы (6)–(8) для $t(R_*, R_0)$ и $j_i(R_*, R_0)$ как функции отношения R_*/R можно получить аналогично.

Выразить зависимость $j_i(R_0, t)$ в явном аналитическом виде нельзя, поэтому представим ее в виде данных таблицы, например, когда $R_c/R_0 \approx 2$. Для этого определим R_*, а также поставим во взаимно однозначное соответствие величины $t(\theta)$ и $j_i(\theta)$, задавая значения θ. При этом запишем параметры и функции в безразмерном виде: $\rho = R_0/D$, $R = R_*/R_0$, $\tau = t(R_*, R_0)\omega_{0i}$, $J = j_i(R_*, R_0)/j_{iB}$, где $j_{iB} = \beta |e| n_i^0 v_{iT_i^0}$ — плотность бомовского ионного тока насыщения, $\beta = 0.4$ (цилиндрический зонд [4]). Вычисления проведем для $R_0 = 1.2\,\mathrm{cm}$ и параметров дневной ионосферы на высоте $\approx 250\,\mathrm{km}$ [9] или близких к ним: ион O^+, $m_{iO^+} \approx 2.66 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{g}$, $n_i^0 = 10^6\,\mathrm{cm}^{-3}$, $D \approx 0.24\,\mathrm{cm}$, $\omega_{0i} \approx 3.30 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-1}$, $T_e^0 \approx T_i^0 \approx 1200\,\mathrm{K}^0$, $v_{iT_i^0} \approx 1.24 \cdot 10^5\,\mathrm{cm/s}$. Исходя из заданных величин параметров, решив уравнение (7) для $t = 0$, найдем $e\varphi_0(0)/kT_i^0 \approx 20$, т. е. первое неравенство в (2) выполнено. Результаты вычислений приведены в таблице.

Плотность тока ионов на поверхность зонда в зависимости от времени

$n_i^0 = 10^6\,\mathrm{cm}^{-3}$ $(\rho = 5,\ R_c/R_0 \approx 2)$			
θ	R	τ	J
1	1	0	0
1.01	1.01	0.14	1.65
1.05	1.07	0.32	3.36
1.1	1.13	0.46	4.30
	1.37		$J_{\max} = 5.56$
1.5	1.41	1.06	5.53
2	1.58	1.53	4.77
5	1.84	3.13	1.81
10	1.92	4.73	0.72
15	1.95	5.92	0.41
20	1.96	6.9	0.27
50	1.99	11.1	0.07
$\theta \to \infty$	$R \to R_c/R_0 \approx 2$	$\tau \to \infty$	$J \to 0$

Список литературы

[1] *Shih C.H., Levi E.* // AIAA 1972. Vol. 10. N 1. P. 104–110.
[2] *Bohm D.* The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields / Ed. by A. Guthrie and R. Wakerling. N.Y., 1949.
[3] *Чан П., Тэлбот Л., Турян К.* Электрические зонды в неподвижной и двужущейся плазме. М.: Мир, 1978. 201 с.
[4] *Алексеев Б.В., Котельников В.А.* Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 240 с.
[5] *Литвинов И.И.* // ДАН. 1998. Т. 360. С. 34–38.
[6] *Федоров В.А.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 9. С. 58–62.
[7] *Федоров В.А.* // Закон сохранения электрического заряда как интеграл движения нелинейной системы уравнений гидродинамики плазмы. Сб. тез. докл. XXXI Междунар. конф. по физике плазмы и УТС. Звенигород: Наука, 2005. С. 298.
[8] *Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А.* Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1970. 208 с.
[9] *Гуревич А.В., Шварцбург А.Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 272 с.
[10] *Франк-Каменецкий Д.А.* Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1964. 283 с.
[11] *Федоров В.А.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 4. С. 92–97.