

## Особенности излучения в хиральных фотонных кристаллах при отсутствии локального преломления

© А.А. Геворгян

Ереванский государственный университет,  
375025 Ереван, Армения  
e-mail: agevorgyan@ysu.am

(Поступило в Редакцию 9 июля 2007 г.)

Рассмотрено распространение света через планарный слой хирального фотонного кристалла (ХФК), обогащенного молекулами красителя. Исследован один предельный случай, а именно усиливающего ХФК при отсутствии локального преломления. Исследованы особенности спектров излучения как в отсутствие диэлектрических границ, так и при их наличии. Изучены особенности излучения при различных значениях толщины слоя и концентрациях молекул красителя.

PACS: 78.20.Ci, 78.66.-w, 42.25.Fx

### Введение

Жидкие кристаллы (ЖК), содержащие хиральные молекулы, имеют самоорганизующую геликоидальную структуру, а сами эти среды относятся к 1D хиральным фотонным кристаллам (ХФК). Теоретическое и экспериментальное исследование оптических свойств фотонных кристаллов (ФК) продолжает оставаться в центре внимания специалистов, поскольку результаты этих исследований могут найти непосредственное техническое применение в оптоэлектронных приборах нового поколения. В последнее время ХФК (холестерические жидкие кристаллы, хиральные смектики, искусственные хирально-сконструированные кристаллы [1–3] и т.д.) находят широкое применение, в частности в высокоэффективных жидкокристаллических дисплеях, как поляризационные фильтры и зеркала, в поляризационных системах освещения изображения, как источники круговой поляризации, как модуляторы и т.д. [4–10]. Важнейшим свойством ФК является зонная структура их спектра. Главное отличие ХФК от обычных заключается в том, что для первых фотонная запрещенная зона (ФЗЗ) существует только для света с одной круговой поляризацией (при нормальном падении света), совпадающей со знаком хиральности среды. Свет с обратной круговой поляризацией не претерпевает дифракционного отражения. В средах с усилением (в частности, в холестерических жидких кристаллах, обогащенных флуоресцентными гость-молекулами) ФЗЗ существенно влияет на спектр излучения [11–16]. Внутри ФЗЗ волна — затухающая, она уменьшается экспоненциально (волна эванесцентная), вследствие чего спонтанное излучение подавляется. Это объясняется тем, что фотонная плотность состояния (ФПС) стремится к нулю, и так как известно [17,18], что интенсивность спонтанного излучения пропорциональна ФПС, то интенсивность спонтанного излучения также стремится к нулю. На границах ФЗЗ происходит резкое возрастание  $\tau_s$  времени жизни спонтанного

излучения (вне ФЗЗ  $\tau_s$  уменьшается с осцилляциями), сильно увеличивая вынужденное излучение.

На усиление света в ФХК существенное влияние имеют дифракция света на периодической структуре среды, дифракция света в конечном слое, концентрация молекул лазерного красителя и наличие диэлектрических границ. Для полного представления о влиянии каждого из этих факторов на свойства илучения усиливающих ХФК в данной работе будем исследовать один предельный случай, а именно случай усиливающей ХФК при отсутствии локального преломления. Будем рассматривать ХФК, главные значения тензора диэлектрической проницаемости которого имеют вид:  $\epsilon_{1,2} = \epsilon_0 + i\epsilon''_{1,2}$ , где  $\epsilon_0$  — реальная часть компонент тензора диэлектрической проницаемости, который предполагается одинаковым для всех компонент. Случай поглощения (когда  $\epsilon''_1$  и  $\epsilon''_2$  положительные величины) рассмотрен в работе [19]. Рассмотрим случай усиления (в этом случае  $\epsilon''_1$  и  $\epsilon''_2$  отрицательные величины). Отметим, что такой случай может реализоваться при растворении в изотропной гиротропной жидкости молекул красителя с анизотропным усилением.

### Метод расчета, результаты и обсуждение

Рассмотрим отражение и прохождение света через слой ХФК. Будем рассматривать случай нормального падения света на слой. Проблема нахождения амплитуд отраженной и прошедшей волн, сводящаяся к решению системы из восьми линейных неоднородных уравнений, может быть представлена в следующем виде:

$$\mathbf{E}_r = \hat{R}\mathbf{E}_i, \quad \mathbf{E}_t = \hat{T}\mathbf{E}_i, \quad (1)$$

где индексами  $i, r$  и  $t$  обозначены соответственно поля падающей, отраженной и прошедшей волн,  $\hat{R}$  и  $\hat{T}$  —

матрицы Джонса отраженной и прошедшей волн соответственно,

$$\mathbf{E}_{i,r,t} = \mathbf{E}_{i,r,t}^x = \mathbf{E}_{i,r,t}^x \mathbf{n}_x + E_{i,r,t}^y \mathbf{n}_y = \begin{bmatrix} E_{i,r,t}^x \\ E_{i,r,t}^y \end{bmatrix},$$

а для элементов матриц  $\hat{R}$  и  $\hat{T}$ , согласно [19], имеем:

$$\begin{aligned} R_{11} &= H + Q; & R_{22} &= H - Q; & R_{12} &= R_{21} = F; \\ T_{11} &= (S + M) \cos(ad) + N \sin(ad); \\ T_{12} &= N \cos(ad) + (M - S) \sin(ad); \\ T_{21} &= (S + M) \sin(ad) - N \cos(ad); \\ T_{22} &= N \sin(ad) + (M - S) \cos(ad). \end{aligned} \quad (2)$$

Выражения для параметров  $H, Q, F, S, M, N$  представлены в работе [19].

С помощью (1), (2) можно вычислить коэффициенты отражения  $R = |E_r|^2/|E_i|^2$  и пропускания  $T = |E_t|^2/|E_i|^2$ , поворот плоскости поляризации

$$\psi = \arctg[2\text{Re}(\chi)/(1 - |\chi|^2)]/2$$

и эллиптичность поляризации

$$e = \arcsin[2\text{Im}(\chi)/(1 + |\chi|^2)]/2 \quad (\chi = E_t^p/E_t^s),$$

круговой и линейный дихроизм и т.д.

При наличии поглощения величина  $Q = 1 - (R + T)$  будет характеризовать поглощенную в слое ХФК световую энергию, а при наличии усиления величиной  $|Q|$  уже будем характеризовать излучение системы (предполагается, что интенсивность падающего на систему света  $I_0 = 1$ ).

Несмотря на наличие аналитических формул анализ излучения целесообразно проводить численными методами из-за громоздкости окончательных формул.

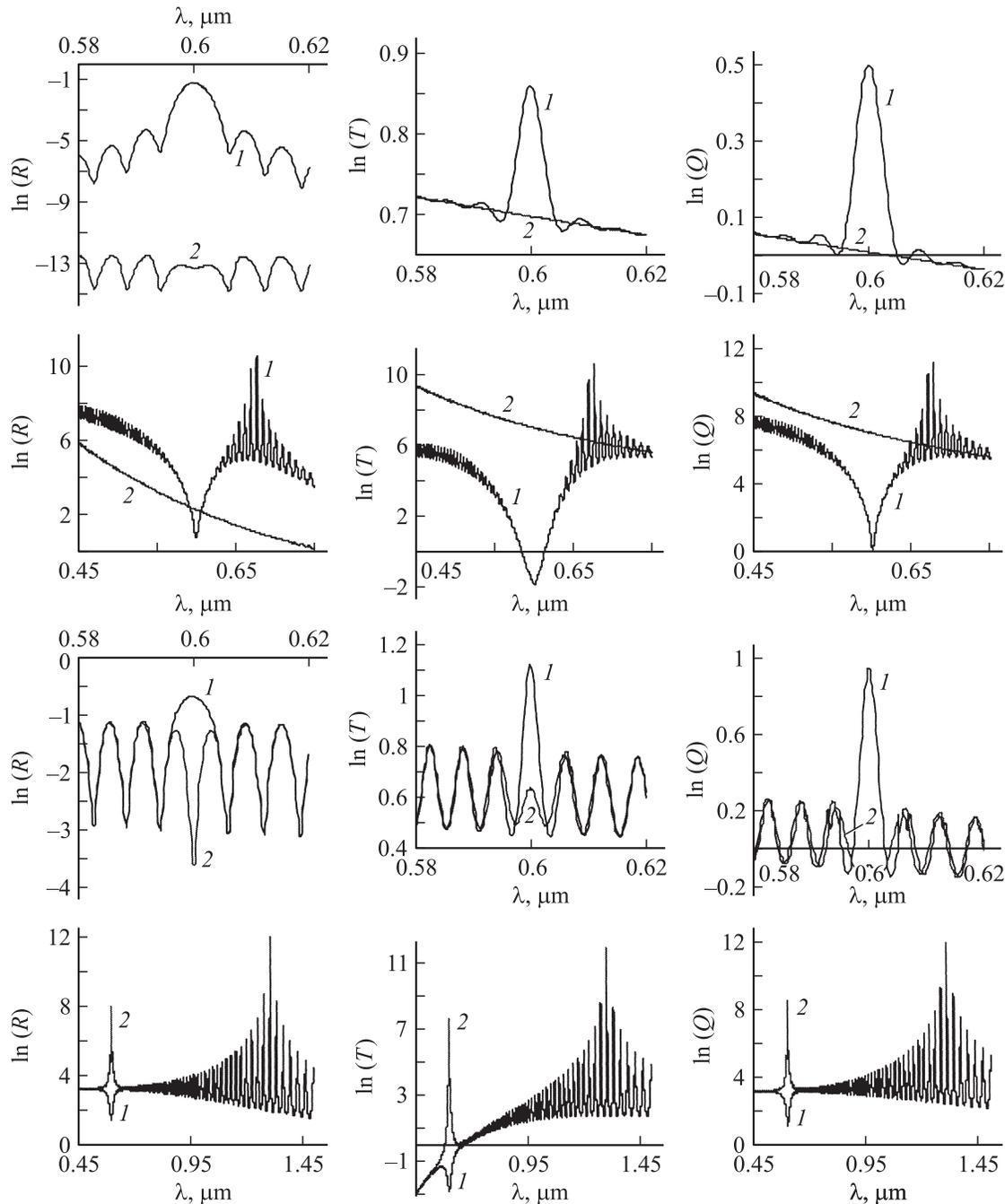
На рис. 1 представлены зависимости  $\ln(R)$  (первая колонка),  $\ln(T)$  (вторая колонка) и  $\ln(|Q|)$  (третья колонка) от длины волны при различных значениях  $\varepsilon_1''$  (здесь и далее значение  $\varepsilon_2''$  принято равным нулю). Падающий на систему свет имеет дифрагирующую собственную поляризацию (кривые 1) и обратную, недифрагирующую собственную поляризацию (кривые 2). В данном случае дифрагирующая и недифрагирующая собственные поляризации представляют собой практически круговые (правую и левую соответственно) поляризации. Спираль ХФК правая. Рассмотрен случай нормального падения света. Первый ряд представляет собой эти зависимости в случае  $\varepsilon_1'' = -0.01$ , второй —  $\varepsilon_1'' = -0.1$ . Первый и второй ряды соответствуют случаю минимального влияния диэлектрических границ, т.е. случаю, когда  $\varepsilon_m = \varepsilon$  ( $\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$  — среднее значение тензора диэлектрической проницаемости ХФК,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, ограничивающей с обеих сторон слой ХФК). А третий и четвертый ряды представляют аналогичные зависимости в случае  $\varepsilon = 1$ , т.е. когда

слой ХФК находится в воздухе (вакууме) и влияние диэлектрических границ значительно.

В ХФК с конечным значением  $\text{Re} \varepsilon_a = (\frac{\text{Re} \varepsilon_1 - \text{Re} \varepsilon_2}{2})$  имеется ФЗЗ, простирающаяся от длины волны  $\lambda_1 = \sigma \sqrt{\text{Re} \varepsilon_1}$  до  $\lambda_2 = \sigma \sqrt{\text{Re} \varepsilon_2}$  ( $\sigma$  — шаг спирали). В нашем случае отсутствует конечная область дифракционного отражения, а имеется пик брэгговского отражения, находящийся на длине волны  $\lambda_0 = \sigma \sqrt{\text{Re} \varepsilon_0}$ . Из рисунка видно, что если при малых значениях  $\varepsilon_1''$  величины  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  имеют пик на брэгговской длине волны  $\lambda_0$ , то при больших принимают свои минимальные значения на этой длине волны. Это также имеет свое объяснение. Параметр, характеризующий эффективность дифракции в ХФК, пропорционален величине  $d\varepsilon_a/\sigma$ , а в нашем случае величине  $d\varepsilon_1''/\sigma$  ( $d$  — толщина слоя). Следовательно, увеличение  $\varepsilon_1''$  повышает дифракционную эффективность, и следовательно, также дифракционное отражение. Кроме того, здесь так же, как и в случае хиральных дихроичных сред [19], имеет место дифракционное увеличение пропускания света с дифрагирующей собственной поляризацией (который выражается значительно сильнее, чем при наличии поглощения). Увеличение дифракционной эффективности одновременно приводит к увеличению дифракционного подавления излучения (подавлению спонтанного излучения), аналогично дифракционному подавлению поглощения. Поэтому начиная с некоторого значения  $d\varepsilon_1''/\sigma$  пики величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  на брэгговской длине волны заменяются минимумами. В случае больших значений параметра  $d\varepsilon_1''/\sigma$  резонансное увеличение излучения (а также отражения и пропускания) дифракционной моды уже наблюдается вблизи брэгговской длины волны, обратная связь для которой обеспечивается периодической структурой среды. При отсутствии диэлектрических границ (т.е. при  $\alpha = \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon}} = 1$ ) недифрагирующая собственная мода не имеет особенностей отражения, пропускания и излучения. В случае  $\alpha = 1$  резонансное увеличение излучения недифракционной собственной поляризации при обозримых толщинах отсутствует из-за практического отсутствия обратной связи (во всяком случае, оно наблюдается при очень больших значениях толщины слоя ХФК).

В случае  $\alpha \neq 1$  френеловские отражения, обеспечивающие также обратную связь (слабая), существенно влияют на спектры величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  для недифрагирующей собственной моды. В частности, если при малых значениях параметра дифракционной эффективности  $d\varepsilon_1''/\sigma$  отражение света с недифрагирующей собственной поляризацией на брэгговской частоте имеет минимум, то при больших значениях оно имеет уже резонансный пик (на этой длине волны пик имеют также величины  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$ ).

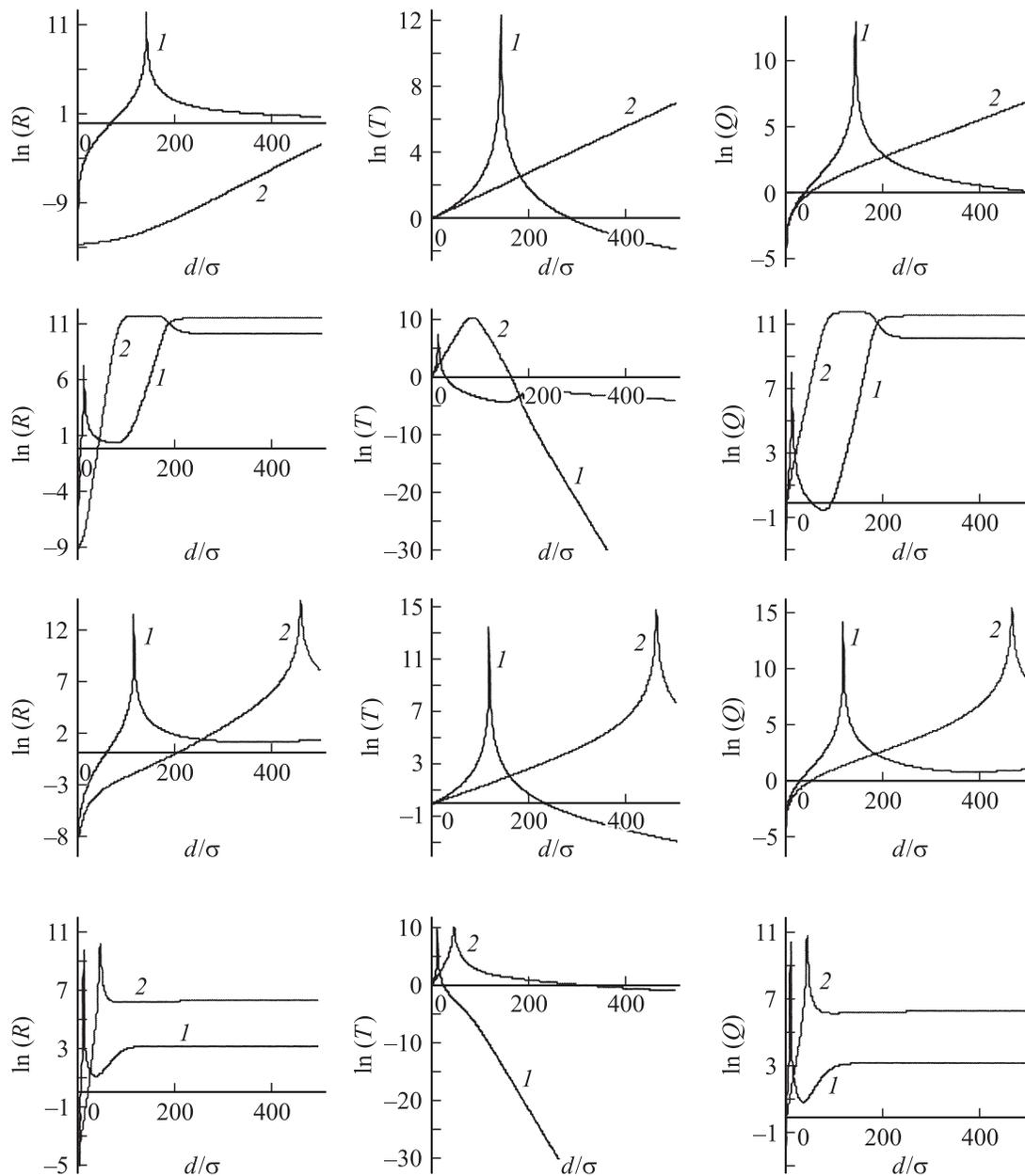
Переходим к исследованию эффектов толщины слоя. На рис. 2 представлены зависимости  $\ln(R)$  (первая колонка),  $\ln(T)$  (вторая колонка) и  $\ln(|Q|)$  (третья колонка) от приведенной толщины слоя ХФК (от параметра  $d/\sigma$ ).



**Рис. 1.** Зависимость величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  от длины волны при различных значениях  $\epsilon_1''$  в случае отсутствия диэлектрических границ (первый и второй ряд) и при наличии диэлектрических границ (третий и четвертый ряд). Падающий на слой ХФК свет имеет дифрагирующую собственную поляризацию (1) и недифрагирующую собственную поляризацию (2).  $\epsilon_1'' = 0.01$  (первый и третий ряд) и  $\epsilon_1'' = 0.1$  (второй и четвертый ряд). Параметры слоя ХФК таковы:  $\epsilon_1' = 2.25$ ,  $\epsilon_2' = 2.25$ ,  $\sigma = 0.42 \mu\text{m}$ ,  $d = 50\sigma$ .

Первый и второй ряды представляют собой эти зависимости в случае  $\alpha = 1$ , а третий и четвертый — аналогичные зависимости в случае наличия диэлектрических границ (случай  $\alpha = \sqrt{\epsilon_m}$ ). Первый и третий ряды соответствуют значению параметра  $\epsilon_1'' = 0.01$ , второй и четвертый —  $\epsilon_1'' = 0.1$ . Длина волны падающего света  $\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$  (брэгговская длина волны).

Здесь наблюдаются такие закономерности. Как и следовало ожидать, в случае  $\alpha = 1$  для падающей волны с недифрагирующей собственной поляризацией (кривые 2) величины  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  при малых значениях  $\epsilon_1''$  монотонно возрастают с увеличением толщины слоя. При больших значениях  $\epsilon_1''$  они проходят через локальный минимум. Из рис. 2 видно, что при малых

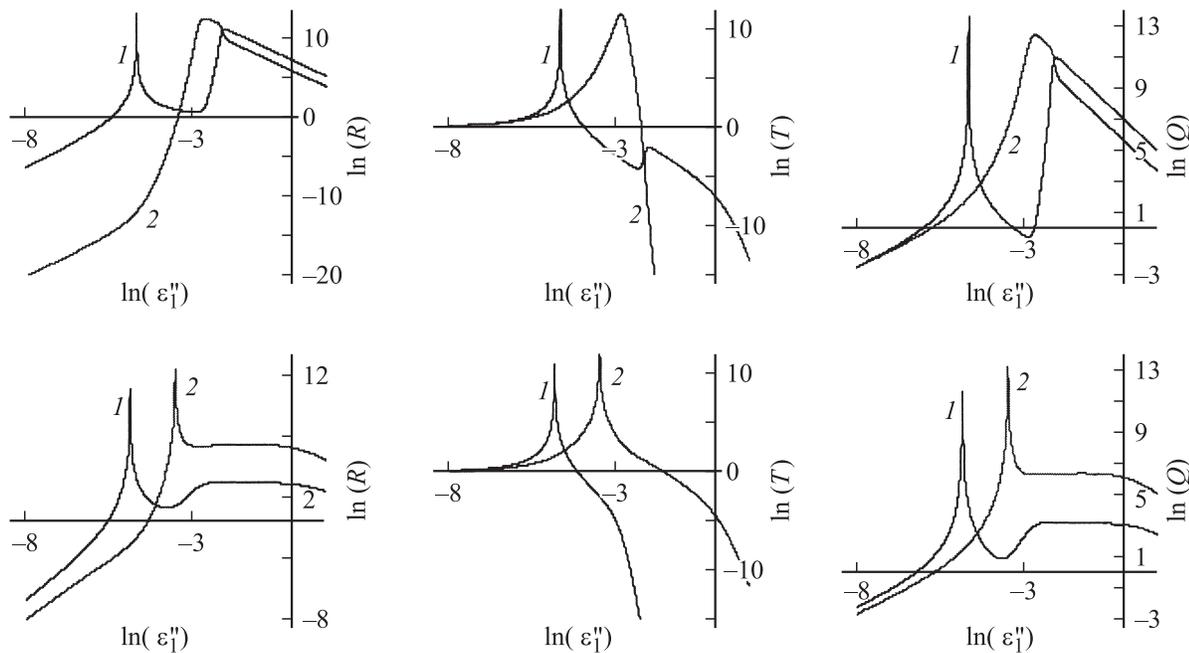


**Рис. 2.** Зависимость величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  от приведенной толщины слоя ХФК (от параметра  $d/\sigma$ ) на брэгговской длине волны  $\lambda_0 = \sigma \sqrt{\text{Re}\epsilon_0}$  падающего света в случае отсутствия диэлектрических границ (первый и второй ряд) и при наличии диэлектрических границ (третий и четвертый ряд).  $\epsilon_1'' = 0.01$  (первый и третий ряд) и  $\epsilon_1'' = 0.1$  (второй и четвертый ряд). Параметры и нумерация кривых та же, что и на рис. 1.

значениях  $\epsilon_1''$  для каждого значения последнего существует определенное (значительно большее) значение толщины ХФК, при котором имеет место резонансное увеличение излучения (а также отражения и пропускания) при падении на систему света с дифрагирующей собственной поляризацией. При больших значениях  $\epsilon_1''$  зависимости  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  от толщины слоя ХФК имеют два максимума, первый из которых приходится на очень малую толщину (порядка  $15-20\sigma$ ).

При наличии диэлектрических границ, как уже было отмечено, обратная связь (слабая) для недифрагирую-

щей собственной моды обеспечивается диэлектрическими границами, и аномально сильное излучение (а также отражение и пропускание) имеет место также и для этой моды. Нужно только отметить, что это происходит при больших толщинах ХФК (при  $d/\sigma$  порядка уже  $450-500$ ). Это является важным обстоятельством при проектировании миниатюрных лазеров. Для падающего света с дифрагирующей поляризацией пик излучения наблюдается при еще меньшей толщине слоя ХФК (при толщине порядка  $10-15\sigma$ ). А для падающего света с недифрагирующей поляризацией пик излучения



**Рис. 3.** Зависимость величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  от параметра  $\ln(\varepsilon_1'')$  на брэгговской длине волны падающего света в случае отсутствия диэлектрических границ (первый ряд) и при наличии диэлектрических границ (второй ряд).  $d = 150\sigma$ . Параметры и нумерация кривых та же, что и на рис. 1.

наблюдается при толщине слоя ХФК порядка  $40\text{--}50\sigma$ , который также может представлять определенный практический интерес.

Переходим к исследованию эффектов концентрации молекул красителя в слое ХФК. Так как увеличение концентрации молекул красителя приводит к возрастанию мнимой части приведенной диэлектрической проницаемости, то на рис. 3 представлены зависимости величин  $\ln(R)$ ,  $\ln(T)$  и  $\ln(|Q|)$  от параметра  $\ln(\varepsilon_1'')$  в случае  $\alpha = 1$  (первый ряд) и в случае  $\alpha = \sqrt{\varepsilon_m}$  (второй ряд) на длине волны падающего света  $\lambda_0 = 0.6\ \mu\text{m}$  (брэгговская длина волны). Для падающей волны с недифрагирующей собственной поляризацией (кривые 2) величина  $\ln(|Q|)$  (а также отражение и пропускание) проходит через пик при увеличении  $\ln(\varepsilon_1'')$ . Для падающей волны с дифрагирующей собственной поляризацией (кривые 1) величина  $\ln(|Q|)$  проходит через два пика в зависимости от параметра  $\ln(\varepsilon_1'')$ .

При наличии диэлектрических границ (при  $\alpha \neq 1$ ) обратная связь (слабая) для недифрагирующей собственной моды, обеспечиваемая диэлектрическими границами, приводит к смещению пика на графике зависимости  $\ln(|Q|)$  от параметра  $\ln(\varepsilon_1'')$  в сторону малых значений последнего.

## Заключение

Нами рассмотрены особенности излучения ХФК, обогащенного молекулами лазерного красителя, при отсутствии локальной анизотропии преломления; исследова-

ны эффекты толщины слоя, диэлектрических границ и концентрации молекул красителя. Было показано, что, если для малых значений анизотропии усиления на брэгговской длине волны наблюдается пик излучения, то при больших значениях последней на этой длине волны наблюдается подавление излучения; обнаружен пик излучения для падающей волны с недифрагирующей собственной поляризацией на брэгговской длине волны при наличии диэлектрических границ.

Отметим, что рассматриваемая задача о прохождении излучения через резонатор с активным элементом с постоянным коэффициентом усиления  $\chi = 4\pi n_{1,2}'/\lambda$  не является адекватной реальному процессу. Коэффициент усиления по мере нарастания интенсивности, распространяющейся в среде волны, падает. Это связано с особенностями создания инверсного состояния — при очень большой энергии, накапливаемой в активном элементе лазера, скорость вынужденных переходов начинает превосходить скорость накачки. При этом резко падает разность заселенностей возбужденного и основного состояний, что приводит к падению коэффициента усиления и, следовательно, к насыщению по интенсивности [20]. Поскольку процесс взаимодействия излучения с усиливающей средой перестает быть как линейным, так и стационарным, линейное приближение к рассматриваемой задаче не может быть применено.

В заключение отметим также, что результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы для проектирования миниатюрных лазеров с основной модой, имеющей круговую поляризацию.

## Список литературы

- [1] *De Gennes P.G., Prost J.* The Physics of Liquid Crystals. Oxford: Clarendon, 1993.
- [2] *Беляков В.А., Сонин А.С.* Оптика холестерических жидких кристаллов. М.: Наука, 1982.
- [3] *Hodgkinson L.J., Wu Q.H., Torn K.E., Lakhtakia A., McCall M.W.* // Opt. Commun. 2000. Vol. 184. P. 57.
- [4] *Robbie K., Broer D.J., Brett M.J.* // Nature (London). 1999. Vol. 399. P. 764.
- [5] *Subacius D., Shiyanovskii S.V.* et al. // Appl. Phys. Lett. 1997. Vol. 71. N 23. P. 3323.
- [6] *Suresh K.A., Yuvaraj S.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72. P. 2863.
- [7] *Lakhtakia A., McCall M.* // Opt. Commun. 1999. Vol. 168. P. 457.
- [8] *Геворгян А.А., Папоян К.В., Пикичян О.В.* // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. № 4. С. 586.
- [9] *Huck N.P.M., Staupe I.* et al. // Jpn. J. Appl. Phys. 2003. Vol. 42. Part 1. N 8. P. 5189.
- [10] *Broer D.J., Mol G.N., Haaren J.A.M.M., Lub J.* // Adv. Mater. 1999. Vol. 11. N 7. P. 573.
- [11] *Blom S.M.P., Huck H.P.M.* et al. // J. Soc. Inf. Display. 2002. Vol. 10. N 3. P. 209.
- [12] *Furumi S., Yokoyama S., Otomo A., Mashiko S.* // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 82. P. 16.
- [13] *Morris S.M., Ford A.D., Pivnenko M.N., Coles H.J.* // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 023 103.
- [14] *Chanishvili A., Chilaya G., Petriashvili G.* // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 83. P. 5353.
- [15] *Muñoz A.F., Palffy-Muhoray P., Taheri B.* // Opt. Lett. 2001. Vol. 26. P. 804.
- [16] *Huang Y., Zhou Y., Wu Sh.-T.* // Appl. Phys. Lett. 2006. Vol. 88. P. 011 107.
- [17] *Woon K.L., O'Neill M.* et al. // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71. P. 041 706.
- [18] *Schmidtke J., Stille W.* // Eur. Phys. J. B. 2003. Vol. 31. P. 179.
- [19] *Варданян Г.А., Геворгян А.А.* // Кристаллография. 1997. Т. 42. С. 316.
- [20] *Звелто О.* Принципы лазеров. М.: Мир, 1990. 560 с.