

01;04

Применение метода Монте-Карло для нахождения коэффициентов ионизации и вторичной эмиссии и вольт-амперной характеристики таунсендовского разряда в водороде

© М.С. Мокров, Ю.П. Райзер

Институт проблем механики РАН,
119526 Москва, Россия
e-mail: raizer@ipmnet.ru

(Поступило в Редакцию 3 мая 2007 г.)

Коэффициенты вторичной катодной эмиссии γ для водорода определяются экспериментально путем вычисления чисел ионизации в промежутках методом Монте-Карло. При этом рассчитываются частоты ионизации, ионизационные коэффициенты Таунсенда (с демонстрацией их „нелокальности“), скорости дрейфа электронов, вероятности возврата эмитированных электронов на катод. Рассчитанные параметры находятся в разумном согласии с измеренными. Рассмотрены промежутки с $pd = 0.37\text{--}17 \text{ Торг} \cdot \text{см}$. Показано, что только для pd в окрестности минимума кривой Пашена наблюдаемое отрицательное дифференциальное сопротивление таунсендовского разряда можно связать с уменьшением вероятности возврата электрона на катод при росте E/N .

PACS: 52.80.Tn, 52.65.Pp

Введение

Слаботочный однородный таунсендовский разряд (ТР) горит при напряжении, почти не отличающемся от пробивающего V_T . Несмотря на кажущуюся простоту ТР таит в себе много неясностей, касающихся катодной эмиссии и свойственной разряду неустойчивости. Последняя связана с тем, что вольт-амперная характеристика (ВАХ) ТР все же имеет слегка падающий характер. Результатом неустойчивости являются возникновение незатухающих колебаний тока [1–5], образование упорядоченных токовых нитей в устройствах, где роли катода и балластного сопротивления выполняет полупроводник [6], переход к тлеющему разряду [7]. Система с полупроводником (когда разряд устойчив) используется в приборе, преобразующем инфракрасные изображения в видимые с рекордным быстродействием [8].

В последнее время много внимания привлекают процессы вторичной катодной эмиссии при пробое и в ТР. С давних пор коэффициенты вторичной эмиссии γ извлекались из кривых Пашена для напряжения пробоя $V_T(Nd)$ с привлечением таунсендовского условия пробоя. Получающиеся „эффективные“ γ , рассчитанные на один ион, безотносительно к тому, какая частица вырывает электрон, зависят от напряжения, чувствительны к чистоте поверхности катода, немонотонны при изменении E/N [9]. Выбор γ при расчетах всегда произволен. Часто с этим можно мириться, поскольку γ входит в $V_T(Nd)$ под двумя знаками логарифма (впрочем, сложный вид кривой Пашена для гелия в области малых pd связан как раз с γ [10,11]).

Однако отсутствие ясности побуждает к разработке все более детализированных моделей. Так, в [12] вторичная эмиссия в аргоне анализировалась с помощью экспериментальных данных по истинным вероятностям

вырывания электронов под действием ионов, фотонов, быстрых и метастабильных атомов. Оказалось, что обычно принимаемый механизм ионно-электронной эмиссии далеко не всегда является главным. В [2] рассматривался пробой в водороде, но причины обнаружившегося сильного изменения γ не обсуждались. Интерес к γ диктуется и связью с неустойчивостью ТР. Согласно [1,2,5], плотность тока $j_{ст}$, выше которой возникают автоколебания, определяется отрицательным дифференциальным сопротивлением разряда R_D . Им характеризуется начальный участок ВАХ: $V_S = V_T - R_D j$. Величина R_D связывается с предполагаемым ростом γ при усилении поля у катода E_C [1,2,5], которое повышается при росте тока из-за действия объемного заряда. В этой связи отметим измерения ВАХ ТР в различных газах, в том числе и в водороде [13], а также расчеты [14], о которых речь пойдет ниже.

В настоящей работе методом Монте-Карло рассчитано лавинное размножение электронов в водороде в условиях пробоя и протекания слабых токов ТР. Водород выбран, чтобы применить в последующем полученные результаты для более детального, нежели в [5], анализа автоколебаний в ТР; нужный для сравнения количественный эксперимент проведен именно для водорода [2]. Здесь мы ограничиваемся вычислением и анализом базовых электронных параметров, представляющих общий интерес: частот ионизации, скоростей дрейфа, ионизационных коэффициентов α , вероятностей „невозвращения“ эмитированных электронов на катод $f_{es} = f_{es}(E/N)$. Продемонстрирована роль „нелокальности“ α в коротких промежутках, т.е. отступления от функциональной связи α с локальным полем. С помощью данных по пробую водорода [2,9], рассчитанные числа ионизаций и факторов ухода находятся коэффициенты вторичной эмиссии. Рассчитываются начальный участок

ВАХ разряда и R_D в области Nd , соответствующей весьма пологому в водороде минимуму кривой Пашена. В этом случае допустимо связывать падение ВАХ с ростом $f_{es}(E/N)$, считая эмиссию электрон-ионной, а ее „истинный“ коэффициент γ не зависящим от E/N . В работах [1,2,5] причины растущей зависимости γ от E/N и возможность возврата эмитированного электрона на катод не рассматривались; там в роли γ выступает эквивалентный коэффициент $\gamma_{eq} = f_{es}\gamma$.

Допущения, вопросы методики, входные данные

В результате рассеяния на большие углы при упругих столкновениях электроны, вышедшие с катода, могут на него вернуться — считаем, что все они поглощаются катодом. Полагаем, что максимальная энергия эмитированных электронов не превышает потенциала возбуждения газа. Тогда вернуться может только электрон, не совершивший ни одного неупругого столкновения. Не могут попасть на катод и электроны, рожденные в результате ионизации молекул электронным ударом. Обозначим M число ионизаций, совершенных эмитированным электроном и всеми его потомками за все время до поглощения анодом или катодом. Все рожденные ионы вытягиваются полем на катод. Квазистационарному состоянию, отвечающему порогу зажигания разряда, $V_T(Nd)$, соответствует равенство $g = \gamma M = 1$, где g — коэффициент воспроизводства электронов, γ — обобщенный коэффициент вторичной эмиссии, т.е. вероятность вырывания электронов ионами и другими попадающими на катод активными частицами, рожденными в результате одного акта ионизации.

В рамках таунсендовской теории, которая использовалась и в [1,2,5], число ионизаций M_α , совершенных эмитированным электроном и его потомками, и условие воспроизводства электронов имеют вид

$$M_\alpha = \exp\left(\int_0^d \alpha dx\right) - 1, \quad \alpha = \alpha(E/N), \quad g = \gamma_{eq} M_\alpha = 1. \quad (1)$$

Факт возможного возврата электрона на катод никак не отражен в выражении для M_α . Его можно учесть, введя эквивалентный коэффициент $\gamma_{eq} = f_{es}\gamma$ — число электронов, вырванных с катода безвозвратно. Для оценки f_{es} иногда пользуются формулой Томсона–Леба

$$f_{es} = \frac{1}{1 + \bar{v}/4V_{dr}}, \quad (2)$$

где V_{dr} — скорость дрейфа электронов. Среднюю скорость их хаотического движения \bar{v} часто считают соответствующей средней энергии электронов, вылетающих с катода. Фактор ухода растет с увеличением E/N . Более строго его можно определить, решив кинетическое уравнение для электронов аналитически [15–17] или

численно. Ниже, подобно тому как это сделано в [17] для других газов, он будет найден для водорода методом Монте-Карло.

Таунсендовский коэффициент α — число пар ионов, в среднем рожденных электроном на единице своего дрейфового пути — не выражается непосредственно через функцию распределения электронов (ФРЭ). Через ФРЭ вычисляются частота ионизации ν_{ion} и скорость дрейфа, а $\alpha = \nu_{ion}/V_{dr}$. Если методом Монте-Карло найдены ФРЭ и по ней $\nu_{ion}(x)$ и $V_{dr}(x)$, то $\alpha(x)$ в общем случае не является функцией $E(x)/N$. Строго говоря, $\alpha = \alpha(E/N)$ только, когда поле однородно в бесконечном пространстве. В этом смысле в конечном промежутке d даже при $E_T(x) = \text{const} = V_T/d$ поле не является „однородным“, и $\alpha = \alpha(x)$.

В случае слаботоочного квазистационарного разряда в плоском промежутке ионизационный коэффициент $\alpha(x)$ входит в уравнение баланса числа зарядов как

$$\frac{d\Gamma_e(x)}{dx} = \alpha(x)\Gamma_e(x), \quad \alpha(x) = \frac{1}{\Gamma_e(x)} \frac{d\Gamma_e(x)}{dx}, \quad (3)$$

где Γ_e — плотность потока электронов (ось x направлена направо, к аноду). При использовании метода Монте-Карло строгим эквивалентом этих соотношений является равенство:

$$\alpha(x_i) = \frac{1}{N_i} \frac{N_{i+1} - N_i}{\Delta x_{i+1,i}}, \quad (4)$$

где N_i — полное алгебраическое число пересечений электронами плоскости x_i (пересечения слева направо берутся со знаком „плюс“, справа налево — со знаком „минус“);

$$\Delta x_{i+1,i} = x_{i+1} - x_i.$$

Соотношением (4) также можно пользоваться для нахождения $\alpha(x)$. При этом число пересечений N_0 через плоскость $i = 0$, совпадающую с поверхностью катода, отнесенное к числу выпущенных с катода электронов N_{el} , дает фактор ухода: $f_{es} = N_0/N_{el}$ (иначе, $f_{es} = 1 - N_C/N_{el}$, где N_C — число возвратившихся и „прилипших“ к катоду электронов¹).

При реализации метода Монте-Карло использовалась в основном методика [18]. Промежуток делился на 50 слоев. С катода последовательно выпускалось $N_{el} \sim 5 \cdot 10^3 - 10^4$ электронов. Их движение с учетом разного типа столкновений с молекулами моделировалось вплоть до полного исчезновения на электродах вместе с потомками. Полное число ионизаций M из расчета на один выпущенный электрон находилось путем подсчета всех актов ионизации во всех слоях $\Delta x_{i+1,i}$, произведенных каждым выпущенным электроном и его потомками, с последующим усреднением по N_{el} исходным электронам. „Дифференциальной“ формуле (4)

¹ В [11,15,17] допускалась возможность отражения возвращающихся на катод электронов обратно в промежуток. Мы вследствие нехватки необходимых данных считаем катод полностью поглощающим.

было предпочтено вычисление по формуле $\alpha = v_{\text{ion}}/V_{\text{dr}}$, что обеспечивало меньшую погрешность. При этом ФРЭ рассчитывалась, как в [18], путем подсчета чисел пересечений плоскостей x_i электронами с определенными параметрами.

При выборе сечений мы руководствовались базой данных [19]. Для расчета рассеяния при упругом столкновении электрона использовались транспортное сечение и опытные угловые распределения: при энергиях электронов $0 < \varepsilon < 15 \text{ eV}$ — из [20], для $15 < \varepsilon < 100 \text{ eV}$ — из [21]. Считалось, что при $100 < \varepsilon < 200 \text{ eV}$ электроны рассеиваются вперед; при $\varepsilon > 200 \text{ eV}$ упругими столкновениями пренебрегали. Угловое распределение электронов после акта вращательного возбуждения молекул H_2 предполагалось изотропным [22]. После возбуждения колебаний (с нулевого на первые три колебательных уровня) электроны считались рассеивающимися вперед. При ионизации H_2 угол рассеяния первичного и направление движения вторичного электронов определялись, как в [18], а доля энергии, передаваемая вторичному, — по формуле, указанной в [23] (см. также [24,25]). Индивидуально учитывалось возбуждение трех синглетных, $B^1\Sigma_u^+$, $C^1\Pi_u$, $G^1\Sigma$, и четырех триплетных, $a^3\Sigma_g^+$, $b^3\Sigma_u^+$, $c^3\Pi_u$, $d^3\Sigma$, электронных уровней H_2 . Высокие (ридберговские) уровни объединялись в один эффективный. Учитывались два типа диссоциативных возбуждений, в результате которых возникают возбужденные атомы водорода с главными квантовыми числами 2 и 3.

Недостаточность знания дифференциальных сечений рассеяния при возбуждении электронных уровней H_2 представляет одну из главных трудностей при применении метода Монте-Карло. Угловая зависимость сильно влияет на результаты. Опробованы две модели: I — рассеяние электронов при возбуждении всех электронных уровней изотропно, II — рассеяние изотропно для всех уровней, кроме $B^1\Sigma_u^+$, $C^1\Pi_u$, $a^3\Sigma_g^+$, $c^3\Pi_u$. Для последних при $\varepsilon < 17.5 \text{ eV}$ рассеяние изотропно, при $17.5 < \varepsilon < 30 \text{ eV}$ — происходит, согласно экспериментальным вероятностям из [26], при $\varepsilon > 30 \text{ eV}$ электроны рассеиваются вперед. Считалось, что анод, поглощая медленные электроны, неупруго отражает высокоэнергичные. Коэффициент отражения η и энергетический спектр отраженных электронов брались из [27]. Например, при $\varepsilon = 50 \text{ eV}$ $\eta \approx 0.04$, при $\varepsilon = 500 \text{ eV}$ — $\eta \approx 0.3$.

Результаты расчетов α , γ и фактора ухода

На рис. 1 приведены распределения α/N по длине различных промежутков и при разных значениях E/N , рассчитанные по модели II. При каждом Nd задаваемые E/N были ниже пробивающих. С этим связано уменьшение вдвое Nd от рис. 1, *a* к рис. 1, *b*, поскольку промежуток $Nd = 3.536 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$ пробивается при $E_T/N \approx 970 \text{ Td}$ а с $Nd = 1.768 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$ — при $E_T/N \approx 3000 \text{ Td}$ [2].

Во всех случаях вблизи катода присутствует хорошо выраженный участок сильной „нелокальности“, где ионизационный коэффициент α мал и не связан с приложенным полем. Рис. 1, *a* соответствует небольшим E/N . При этом $\alpha(x)/N$ имеет протяженный участок, близкий к плато, на котором ионизация определяется приложенным полем. Энергетический спектр электронов там уже устанавливается и не зависит от координаты x . При более высоких E/N , как это видно из рис. 1, *b*, плато исчезает, и ионизационная способность с ростом Nx начинает убывать. Об этом же свидетельствует и сплошная кривая на рис. 1, *c*. Как многократно отмечалось в литературе, это связано с преобладанием в спектре электронов со столь высокой энергией ε , что сечения их неупругих столкновений с молекулами убывают при росте ε . В этом случае спектр не устанавливается и зависит от x . Переход от установившегося спектра к неустановившемуся, как следует из рис. 1, *b*, происходит при $E/N \approx 1300\text{--}1500 \text{ Td}$. Эти цифры находятся в согласии со значением $E/N \approx 1400 \text{ Td}$, установленным в [28,29] экспериментально. Быстрые электроны, неупруго отражаясь от анода, способствуют дополнительной ионизации в прианодной области, что видно из рис. 1, *c*.

При невысоких E/N , по нашим расчетам при $E/N < 1500 \text{ Td}$ и достаточно больших Nd , „нелокальные“ участки в распределениях $\alpha(x)$ не превышают 10% от длины промежутка. Почти на всей его длине $\alpha/N \approx \text{const}$ и определяется E/N , что служит аргументом в пользу простой теории. Пространственные распределения $V_{\text{dr}}(x)$, $v_{\text{ion}}(x)$, за исключением небольших участков в прикатодной и прианодной областях, тоже близки к плато, а сами величины определяются E/N . Это позволяет извлечь из расчетов методом Монте-Карло зависимости α/N , v_{ion} и V_{dr} от E/N (рис. 2). Ионизационный коэффициент сопоставляется с измерениями [28–30], скорость дрейфа — с опытом [31]. Приведены также результаты [19,32], полученные на основе решения кинетического уравнения в двучленном приближении.

Расчеты α/N по модели I, в которой рассеяние при возбуждении электронных уровней молекул считается изотропным, дают хорошее согласие с опытом лишь при низких $E/N < 500 \text{ Td}$. Для высоких E/N рассчитанные таким способом α/N завышены по сравнению с опытом: при $E/N \sim 1000 \text{ Td}$ — в полтора–два раза (рис. 2, *a*). Скорость дрейфа, вычисленная по модели I, напротив, хорошо воспроизводит экспериментальные данные из [31] (рис. 2, *c*). Отметим, что модель I дает хорошее согласие с расчетами [19,32]; заметные расхождения имеют место только для α/N при $E/N > 1000 \text{ Td}$. Модель II, в которую заложена анизотропия рассеяния при возбуждении электронных уровней, дает хотя и несколько меньшее по сравнению с I значение α/N , но оно все равно завышено в сравнении с опытом. Частоты ионизации (рис. 2, *b*) близки по обоим моделям, но скорость дрейфа по II оказывается заметно выше экспериментальной, особенно при высоких E/N .

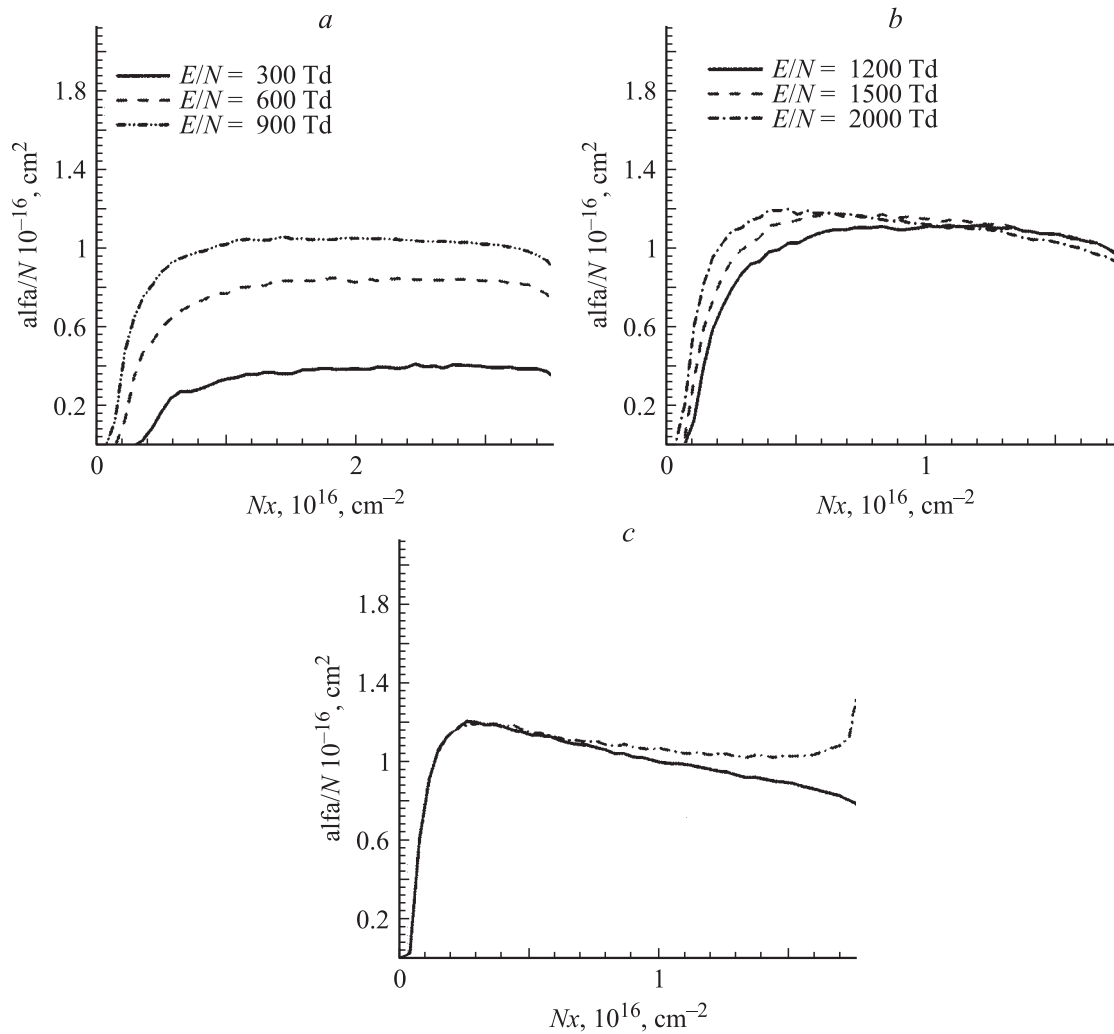


Рис. 1. Распределения приведенного ионизационного коэффициента α/N от катода до анода (по Nx) при различных E/N ; a — $Nd = 3.536 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$, отражение от анода не учитывалось; b — другие E/N , т.к. $Nd = 1.768 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$, отражение от анода не учитывалось; c — $E/N = 3000 \text{ Td}$; $Nd = 1.768 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$; сплошная кривая — без учета отражения от анода, штрихпунктир — с отражением.

Поскольку мы будем в основном интересоваться числами ионизаций M , в дальнейшем все расчеты будут выполнены по модели II, которая лучше описывает эксперимент по α/N .

Извлеченные из данных по пробую водорода значения γ и γ_{eq} представлены в табл. 1 и 2. Параметры точек на кривой Пашена указаны в первых четырех столбцах обеих таблиц, вторая из которых является продолжением первой в области с большими pd . В табл. 1 представлены экспериментальные $V_T(Nd)$ для катода из позолоченной меди [2]. Табл. 2 составлена на основе данных, приведенных в [9] для никелевого катода. Значения M в табл. 1 находились методом Монте-Карло. Отражение электронов от анода при этом учитывалось. Подобные расчеты для больших pd требуют очень больших затрат. Поэтому в табл. 2 представлены значения $M = M_\alpha f_{\text{es}}$. Факторы ухода находились методом Монте-Карло, а M_α вычислялись по формуле (1); данные по α/N брались из [31].

Из таблиц видно, что обобщенный коэффициент вторичной эмиссии γ , рассчитанный на один ион, не постоянен. При изменении E_T/N от 350 до 1300 Td γ возрастает почти в 6.5 раз, тогда как f_{es} возрастает всего в 1.5 раза. В табл. 2 показано, что при низких $E_T/N \sim 100 \text{ Td}$ γ падает с ростом E_T/N , т.е. функция $\gamma(E_T/N)$ ведет себя немонотонно, подобным образом ведет себя γ_{eq} . Фактор ухода f_{es} , монотонно растущий с увеличением E_T/N при низких E_T/N , не в состоянии компенсировать снижение γ . Таким образом, сильная немонотонная зависимость γ_{eq} от E/N в широком диапазоне E/N не может быть объяснена эффектом возврата электронов на катод.

Учитывая результаты анализа, выполненного в [12] для аргона, можно предположить, что рост γ с увеличением E/N при $E/N > 600\text{--}700 \text{ Td}$ связан с возрастанием вероятности вырывания электронов энергичными ионами H^+ (протонами) и H_3^+ за счет кинетической энергии. При таких E/N эти частицы движутся в режиме убегания.

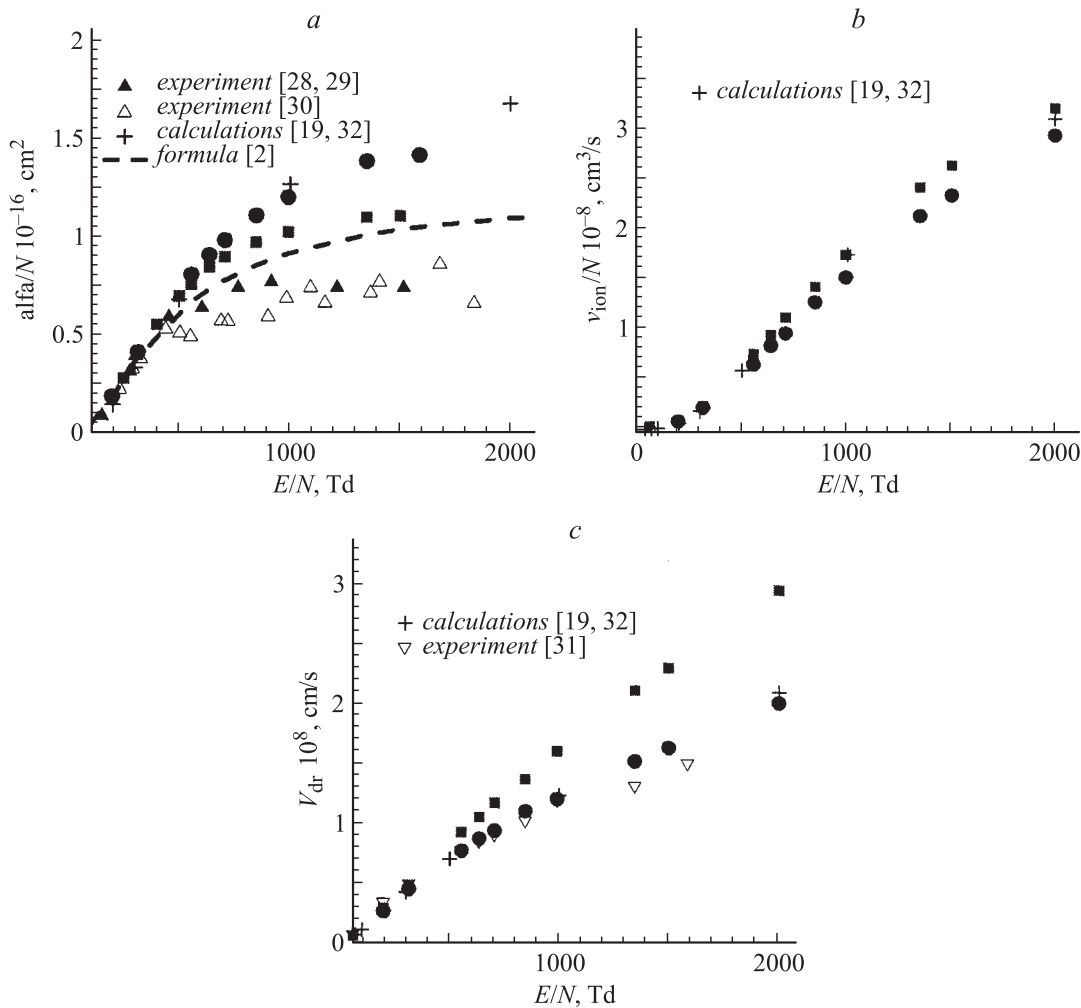


Рис. 2. *a* — α/N как функция E/N . Пунктирная кривая построена по интерполяционной формуле из [2]; *b* — v_{ion}/N как функция E/N ; *c* — V_{dr} как функция E/N . Кружками показаны результаты наших вычислений по модели I, квадратиками — по модели II.

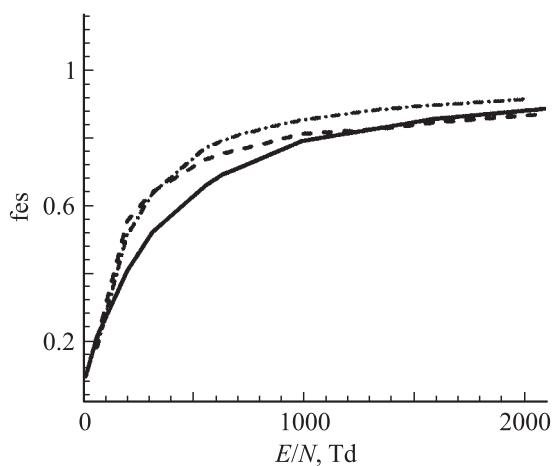


Рис. 3. Зависимость фактора ухода от E/N . Сплошная кривая — расчет методом Монте-Карло; пунктир — расчет по формуле (2) со скоростью дрейфа электронов из [31]; штрихпунктир — расчет по формуле (2) со скоростью дрейфа электронов, полученной нами по модели II.

ния. Рост γ с уменьшением E/N при $E/N < 150$ Td, чему соответствуют большие $pd > 12$ Torr · см, по-видимому, связан с включением эмиссии фотонами. Анализ этих эффектов, сильно затрудненный скудостью или даже полным отсутствием необходимых данных, выходит за рамки настоящей статьи. Отметим работу [33], где рассматривалось движение ионов и быстрых атомов при очень больших $E/N \sim 10^4$ Td и малых pd применительно к диагностике излучения в разрядах в водороде.

Если в отношении γ остается много неясностей, то вопрос о факторе ухода для водорода, в принципе, ясен, хотя существует некоторая количественная неопределенность, связанная с выбором индикатрис рассеяния, а также с возможностью отражения электронов от катода (см. сноску). Зависимость f_{es} от приведенного поля E/N , при условии, что оно в промежутке однородно, представлена на рис. 3 сплошной кривой. Рассчитанные методом Монте-Карло значения f_{es} сравнены с найденными по оценочной формуле (2). При этом \bar{v} соответствует средней энергии спектра вылетающих электронов $\bar{\epsilon} = 3.5$ eV, а скорость дрейфа электронов считается равной не той (около катода), откуда они воз-

Таблица 1. Результаты расчетов γ и фактора ухода

V_T, V	$pd, \text{Torr} \cdot \text{cm}$	$Nd, 10^{16} \text{cm}^{-2}$	$E_T/N, \text{Td}$	M	γ	f_{es}	γ_{eq}
1270	0.367	1.299	9776	1.130	0.8846	0.9744	0.86
680	0.461	1.632	4165	3.352	0.298	0.9420	0.281
540	0.525	1.856	2908	4.787	0.209	0.9125	0.191
370	0.8	2.828	1307	13.24	0.0755	0.8269	0.062
350	1.05	3.712	942	23.61	0.0423	0.7691	0.033
348	1.23	4.349	800	32.80	0.0305	0.7495	0.024
360	2.09	7.390	487	72.08	0.0139	0.6304	0.0088
390	3.14	11.103	351	88.40	0.0113	0.5531	0.0063

Таблица 2. Большие $pd, M = M_\alpha f_{es}$

V_T, V	$pd, \text{Torr} \cdot \text{cm}$	$Nd, 10^{16} \text{cm}^{-2}$	$E_T/N, \text{Td}$	$\alpha/N [31] 10^{-18} \text{cm}^2$	M	γ	f_{es}	γ_{eq}
574.0	9.65	34.14	168	13.247	34.01	0.0294	0.3597	0.01097
619.1	11.9	42.29	146	9.298	17.36	0.0576	0.347	0.02
660.3	14.2	50.42	130	6.601	8.79	0.1139	0.3264	0.0372
697.1	16.9	60.04	116	4.588	4.39	0.228	0.2984	0.068

вращаются, а средней для всего промежутка, $V_{dr}(E/N)$. Вычисленные по (2) значения f_{es} с $V_{dr}(E/N)$, взятыми из двух разных источников, представлены на рис. 3. В обоих случаях $V_{dr} < \bar{v}$. Видно, что при разумном подборе параметров простой формулой (2) можно пользоваться для оценок.

ВАХ и отрицательное дифференциальное сопротивление

Как отмечалось, в отношении механизмов эмиссии при весьма больших и малых E/N , соответствующих далеким от минимума областям кривой Пашена, полной ясности нет. Поэтому ограничимся рассмотрением умеренных $E/N = 400-500 \text{Td}$, соответствующих участку правой ветви, близкому к минимуму кривой. В этом случае значения γ лежат в области своего пологого минимума, довольно слабо меняясь с E/N , и, по-видимому, отвечают механизму потенциального вырывания электронов из катода ионами, для которого $\gamma = \text{const}$. Тогда отклонения ВАХ от $V_S(j) = \text{const} = V_T$ при вариации плотности тока можно отнести только на счет изменений в развитии электронной лавины и возврата электронов на катод.

Для нахождения ВАХ вычислялись методом Монте-Карло числа ионизаций M и коэффициенты воспроизводства электронов $g = \gamma M$ в слабо неоднородном поле, формирующемся при протекании небольшого тока; в качестве γ использовалось значение, найденное для „нулевого“ тока (т.е. при однородном поле). Распределение поля в промежутке оценивалось в простейшем приближении постоянства плотности ионов [1,5]

$$n_i(x) = \text{const} \approx j/(eV_{i\text{dr}}),$$

где $V_{i\text{dr}}$ — скорость дрейфа ионов. При этом, по уравнению Пуассона,

$$E(x) = \frac{V}{d} + \frac{en_i}{2\epsilon_0}(d - 2x), \quad (5)$$

где V — напряжение на промежутке, $\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-14} \text{F/cm}$. Задавшись разными j и V и вычислив $g = \gamma M$ в неоднородном поле (5), можно установить значения j и V , обеспечивающие условие стационарности тока $g(V, j) = 1$. Геометрическим местом этих точек и является ВАХ. Здесь, однако, возникает существенная неопределенность, связанная с выбором $V_{i\text{dr}}$. Дело в том, что при $E/N = 400-500 \text{Td}$ в разряде могут присутствовать ионы H_3^+ и H_2^+ , которые обладают существенно различными подвижностями. Так, по данным [34], при $E_T/N \approx 501.55 \text{Td}$ скорости их дрейфа в водороде, $V_{dr\text{H}_3^+} = 1.82 \cdot 10^6 \text{cm/s}$ и $V_{dr\text{H}_2^+} = 2.6 \cdot 10^5 \text{cm/s}$, различаются семикратно. По разным данным и оценкам, в ионном составе преобладают ионы H_3^+ , что мы и принимаем (при очень больших E/N преобладают H^+ [34]).

На рис. 4 приведены рассчитанные с помощью описанного метода начальные участки ВАХ разряда $V = V_S(j)$ для двух pd . В обоих случаях $d = 1 \text{cm}$. По наклону ВАХ при $pd = 2 \text{Torr} \cdot \text{cm}$, $E_T/N \approx 501.55 \text{Td}$ (рис. 4, а) получаем $R_D \approx 4.1 \cdot 10^5 \Omega \cdot \text{cm}^2$. Эта величина гораздо ближе к измеренной в [2], чем та, что получится при замене H_3^+ на H_2^+ , когда R_D будет примерно в 7 раз больше. То же получается и для $pd = 2.7 \text{Torr} \cdot \text{cm}$, $E_T/N = 400.7 \text{Td}$ (рис. 4, б). Если большинство ионов составляют H_3^+ , для которых в этом случае $V_{dr\text{H}_3^+} = 1.44 \cdot 10^6 \text{cm/s}$ [34], $R_D = 4.1 \cdot 10^5 \Omega \cdot \text{cm}^2$ близко к измеренному $R_D = 5 \cdot 10^5 \Omega \cdot \text{cm}^2$ [2]. В выражение для R_D в [1,2,5] входит неизвестный множитель

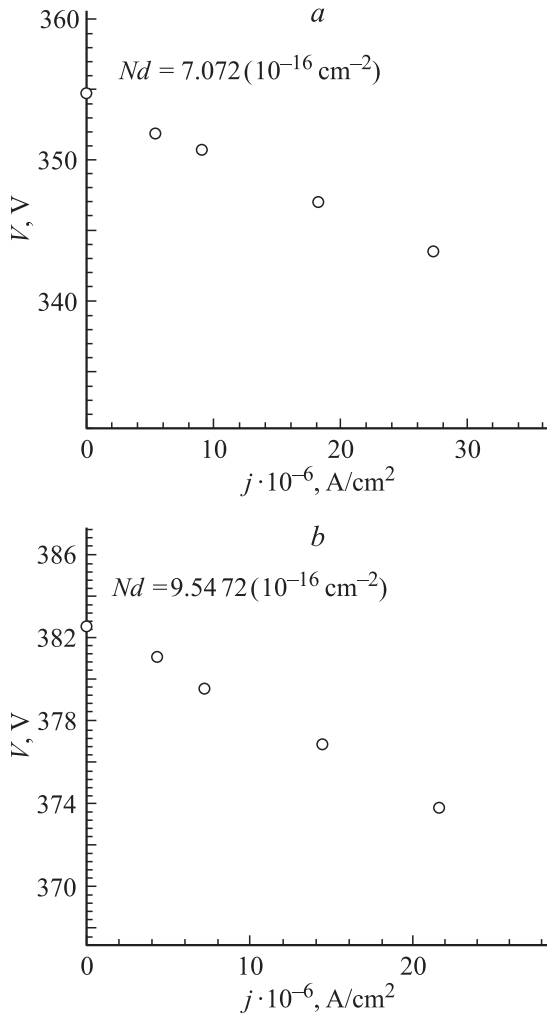


Рис. 4. Рассчитанные начальные участки ВАХ; *a* — $pd = 2 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$, $V_T = 354.7 \text{ V}$, $\gamma = 0.0151$; *b* — $pd = 2.7 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$, $V_T = 382.6 \text{ V}$, $\gamma = 0.0104$.

$\hat{\gamma}_{\text{eq}} = d \ln \gamma_{\text{eq}} / d \ln E_C$, где E_C — поле у катода. Прделанные расчеты позволяют установить его для водорода в области $E_T/N \approx 400\text{--}500 \text{ Td}$: $\hat{\gamma}_{\text{eq}} \approx 0.2$.

Заметим, что ВАХ таунсендовского разряда в водороде при $pd = 0.825$ и $1.05 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$, $E_T/N \approx 1300$ и 1000 Td рассчитывались в [14] с использованием локального коэффициента $\alpha = \alpha[E(x)/N]$ и зависимости γ_{eq} от поля у катода, [2]. Основной упор в этой работе делается на вычислении самосогласованных распределений плотности ионов $n_i(x)$ и поля $E(x)$ в промежутке при заданной плотности тока j . В качестве результатов приводятся графики, которые демонстрируют идеальное согласие рассчитанных ВАХ с измеренными в [13] („на глаз“ погрешность расчетов не превышает малых долей процента!). Между тем при заданном токе плотность ионов $n_i \sim j/V_{i \text{ dr}}$, о чем говорят и выписанные в [14] формулы, хотя использованные в расчетах скорости дрейфа не приводятся. Из сказанного выше о недостаточной определенности ионного состава и большого разброса в $V_{i \text{ dr}}$ ясно, что это может привести к расхо-

ждению в результатах не в малые доли процента, а в десятки и сотни процентов. Тем более это относится к рассматриваемым в [14] E_T/N , при которых скорости ионов H^+ и H_3^+ непрерывно нарастают по пути к катоду [34], а плотность n_i , следовательно, падает, что вообще не учитывается при построении самосогласованного решения.

О коэффициенте воспроизводства электронов в условиях нестационарности

Одной из ключевых проблем в теории автоколебаний тока в таунсендовском разряде [1,2,5] является нахождение коэффициентов воспроизводства электронов g в нестационарных режимах, когда $g(V, j) \neq 1$. Для коэффициента g , который вычислить аналитически удастся только в исключительных случаях [1,5], в работе [5] предложена приближенная формула

$$g(V, j) \approx 1 + (\partial g / \partial V)_T (V - V_S(j)), \quad (6)$$

где $(\partial g / \partial V)_T$ берется при пробивающем напряжении и „нулевом“ токе. В формулу (6) можно подставлять ВАХ $V_S(j)$, взятые из экспериментов и численных расчетов. Вычислив $g = g(V, j)$ методом Монте-Карло, можно проверить выполнение соотношения (6). В [5] оно использовалось для анализа автоколебаний в условиях, не доступных аналитической теории.

Предварительные расчеты показали, что при отклонениях напряжения на несколько процентов от напряжения на ВАХ соотношение (6) выполняется с неплохой точностью. Поэтому, будучи проверенной на нескольких примерах, формула (6) вполне может быть использована в трудных для теории случаях. Сами величины $(\partial g / \partial V)_T$ при расчетах методом Монте-Карло получились равными $(\partial g / \partial V)_T = 0.0122$ при $E_T/N \approx 501.55 \text{ Td}$, $pd = 2 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ и $(\partial g / \partial V)_T = 0.0164$ при $E_T/N \approx 400.7 \text{ Td}$, $pd = 2.7 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$. Основной вклад в производную

$$(\partial g / \partial V)_T \approx \hat{\gamma}_{\text{eq}} / V_T + (1 + \gamma_{\text{eq}})(d\alpha / dE)_T,$$

если вычислить ее по (1), вносит слагаемое с $(d\alpha / dE)_T \sim 1 - 1.5 \cdot 10^{-2} 1/V$. Слагаемое с $\hat{\gamma}_{\text{eq}} \sim 0.2$ гораздо меньше.

Выводы

1. Из экспериментальных данных по пробою и рассчитанных методом Монте-Карло чисел ионизации электронами найдены обобщенные коэффициенты вторичной катодной эмиссии γ в водороде для широкого диапазона pd и E/N . Величина γ представляет собой число электронов, вырванных с катода ионом и другими частицами в количестве, приходящемся на один акт ионизации. Зависимость $\gamma(E/N)$ имеет пологий минимум в районе

минимума кривой Пашена. Резкое возрастание γ с E/N при больших E/N , по-видимому, связано с влиянием кинетической энергии быстрых ионов и молекул. Резкое возрастание γ при уменьшении E/N (увеличении pd) связано, по-видимому, с действием фотонов. Проблема выяснения механизмов эмиссии при различных pd или E/N остается.

2. В области минимума γ , где γ слабо зависит от E/N , по-видимому, основным механизмом эмиссии является потенциальное вырывание электронов с катода ионами. В этой области pd и E/N падающий характер ВАХ таунсендовского разряда связан с увеличением вероятности безвозвратного ухода эмитированных электронов, $f_{es}(E/N)$, при росте E/N . Расчет $f_{es}(E/N)$ методом Монте-Карло позволил найти отрицательные дифференциальные сопротивления разряда R_D в разумном согласии с экспериментом.

3. Продемонстрирован нелокальный характер ионизации при малых pd , когда ионизационный коэффициент α меняется вдоль промежутка несмотря на постоянство E/N . Около катода в любых промежутках обнаруживается дефицит числа ионизаций ($\alpha \ll \alpha(E/N)$), поскольку электроны еще не успевают набрать нужной для ионизации энергии.

4. Полученные методом Монте-Карло α и скорости дрейфа электронов V_{dr} неплохо согласуются с измерениями. Однако имеется некоторая неопределенность из-за недостатка данных об угловых характеристиках рассеяния электронов при неупругих столкновениях: $\alpha(E/N)$ и $V_{dr}(E/N)$ могут различаться в 1.5 раза в зависимости от выбора модели рассеяния.

5. Значительная неопределенность возникает при расчете тех параметров разряда в водороде, которые зависят от скорости дрейфа ионов. Сказывается нехватка знаний об ионном составе при том, что подвижности ионов H^+ , H_3^+ сильно отличаются от H_2^+ .

Авторы благодарны Ю.А. Астрову и Л.М. Порцелю за интерес к работе и полезные обсуждения.

Работа частично поддержана Программой фундаментальных исследований президиума РАН, частично грантом РФФИ 07-02-00168-а.

Список литературы

- [1] Мелехин В.Н., Наумов Н.Ю. // ЖТФ. 1984. Т. 54. С. 1521.
- [2] Phelps A.V., Petrović Z.L., and Jelencović B.M. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. P. 2825.
- [3] Гуревич Е.Л., Райзер Ю.П., Пурвинс Х.-Г. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 2. С. 36–39.
- [4] Petrović Z.Lj. and Phelps A.V. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. N 4. P. 2806; Jelencović B.M., Rozsa K., and Phelps A.V. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. N 4. P. 2816.
- [5] Райзер Ю.П., Гуревич Е.Л., Мокров М.С. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 2. С. 40–51.
- [6] Ammelt E., Astrov Yu.A., and Purwins H.-G. // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. N 6. P. 7109.
- [7] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с. (Raizer Yu.P. Gas Discharge Physics. Berlin: Springer, 1991).
- [8] Astrov Yu.A., Portsel L.M., Teperick S.P., Willebrand H., Purwins H.-G. // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 74. P. 2159–2166.
- [9] Мак Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах / Под ред. В.С. Комелькова. М.: ИЛ, 1960. 605 с. (Meek J.M. and Griggs J.D. Electrical Breakdown of Gases. Oxford: Clarendon Press, 1953).
- [10] Ульянов К.Н., Чулков В.В. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 2. С. 328.
- [11] Hartmann P. et al. // Plasma Sources Sci. Technol. 2000. Vol. 9. P. 183–190.
- [12] Phelps A.V. and Petrović Z.Lj. // Plasma Sources Sci. Technol. 1999. Vol. 8. P. R21–R44.
- [13] Stefanovic I. and Petrovic Z.L. // Jpn. J. Appl. Phys. 1997. Vol. 36. P. 4728.
- [14] Nikolic M.M. et al. // IEEE Transact. on Plasma Sci. 2003. Vol. 31. Is. 4. P. 717.
- [15] Benilov M.S., Naidis G.V. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. Vol. 38. P. 3599–3608.
- [16] Kudryavtsev A.A., Tsendin L.D. // Tech. Phys. Lett. 2002. Vol. 28. P. 621.
- [17] Benilov M.S., Naidis G.V., Petrovic Z.Lj., Radmilovic-Radjenic M., and Stojkovic A. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2006. Vol. 39. P. 2959–2963.
- [18] Boeuf J.P. and Marode E. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1982. Vol. 15. P. 2169–2187.
- [19] Phelps A.V. ftp://jila.colorado.edu/collision_data.
- [20] Furst J., Mahgerefteh M., and Golden D.E. // Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30. N 5. P. 2256.
- [21] Khakoo M.A. and Trajmar S. // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. N 1. P. 138.
- [22] Blevin H.A., Fletcher J., and Hunter S.R. // Aust. J. Phys. 1978. Vol. 31. P. 299–312.
- [23] Fiala A., Pitchford L.C., and Boeuf J.P. // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. N 6. P. 5607.
- [24] Opal C.B., Peterson W.K., and Beaty E.C. // J. Chem. Phys. 1971. Vol. 55. P. 4100.
- [25] Yoshida S., Phelps A.V., and Pitchford L.C. // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 27. P. 2858.
- [26] Wrkich J., Mathews D., Kanik I., Trajmar S., and Khakoo M.A. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2002. Vol. 35. P. 4695–4709.
- [27] Бронштейн И.М., Фрайман Б.С. Вторичная электронная эмиссия. М.: Наука, 1969. 407 с.
- [28] Folkard M.A. and Haydon S.C. // Aust. J. Phys. 1971. Vol. 24. P. 519.
- [29] Folkard M.A. and Haydon S.C. // Aust. J. Phys. 1971. Vol. 24. P. 527.
- [30] Stokic Z., Fraga M.M.F.R., Bozin J., Stojanović V., Petrović Z.Lj., and Jelencović B.M. // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45. N 10. P. 7463.
- [31] Dutton J. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1975. Vol. 4. N 3. P. 577.
- [32] Buckman S.J. and Phelps A.V. // J. Chem. Phys. 1985. Vol. 82. P. 4999.
- [33] Petrović Z.Lj., Jelencović B.M., and Phelps A.V. // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. P. 325.
- [34] Phelps A.V. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1990. Vol. 19. N 3. P. 653.