

01;05;09;11;12

## О влиянии подложки на ширину линии ферромагнитного резонанса в пленках бариевого феррита

© В.В. Шагаев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
Калужский филиал, 248600 Калуга, Россия  
e-mail: shagaev\_vv@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 22 июня 2007 г.)

Развита теория взаимодействия ферритовой пленки на подложке с полем короткозамкнутого волновода. Выведены соотношения, объясняющие влияние подложки на характеристики резонансного поглощения энергии возбуждающего поля. Приведены результаты исследований ферромагнитного резонанса в пленках бариевого феррита. Пленки были приготовлены специальным образом и имели форму маленьких дисков на прямоугольных подложках. Обнаружена существенная зависимость ширины резонансной кривой от диаметра дисков.

PACS: 75.70.-i, 76.50.+g

### Введение

Пленки бариевого феррита являются перспективным материалом для построения спин-волновых устройств миллиметрового диапазона [1]. В этом материале удачно сочетаются высокая одноосная магнитная анизотропия и небольшая ширина линии ферромагнитного резонанса (ФМР). В работе [2] приведены экспериментальные данные о зависимости ширины линии ФМР от толщины подложки. Влияние подложки оказалось существенным, однако его механизм не был выяснен.

В настоящей работе приведены результаты исследований ширины линии ФМР, полученные на основе детального анализа взаимодействия структуры пленка-подложка с возбуждающим полем. В теоретической части работы изучена модель сигнала, формируемого резонансными колебаниями намагниченности феррита. В экспериментальной части приведены измерения ширины линии ФМР в образцах, приготовленных путем удаления части пленки с поверхности подложки. Выбор образцов связан с развитыми теоретическими представлениями.

### Теоретический анализ

Важными составными частями исследований ФМР в ферритовых пленках являются выбор способа возбуждения магнитных колебаний и интерпретация характеристик регистрируемого сигнала. Будем полагать, что ФМР возникает в образце, помещенном в прямоугольный короткозамкнутый волновод. При этом образец пленочной стороной прикреплен к замыкающей стенке, а подложка толщиной  $d$  полностью заполняет сечение волновода  $a \times b$ . Введем в модель пленки и поля упрощающие предположения. Рассмотрим образец, в котором пленка удалена с большей части подложки за исключением небольшого участка в центре (см. рисунок).

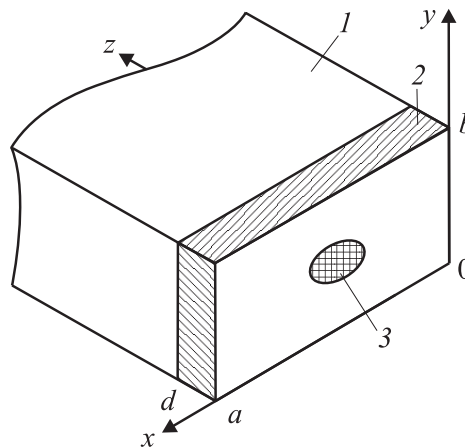
Геометрически такую пленку можно описывать координатной  $\delta$ -функцией. Электромагнитное поле в волноводе будем описывать как волну основного типа —  $TE_{10}$ . Задача заключается в расчете коэффициента отражения волны с учетом диэлектрической проницаемости подложки и магнитных колебаний, возбуждаемых в пленке.

Отметим, что аналогичный подход был использован в решении задачи о ферритовом эллипсоиде, расположенном на оси волновода [3]. Существенным элементом решения был самосогласованный метод расчета возбуждающего поля.

Введем систему координат  $xuz$  согласно рисунку. Напряженности переменного электрического и магнитного поля внутри волновода представим в виде

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_0(x, y, z) \exp(i\omega t), \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}_0(x, y, z) \exp(i\omega t),$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $t$  — время. Причем для волны типа  $TE_{10}$  будет  $e_x = e_z = 0$  и  $h_y = 0$ . Координатные



Модель измерительной ячейки: 1 — внутренняя поверхность короткозамкнутого волновода, 2 — подложка, 3 — пленка.

зависимости остальных прецедий имеют вид

$$e_{0y} = [A \exp(ikz) + B \exp(-ikz)] \left( -\frac{i\omega a}{c\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (1)$$

$$h_{0x} = [A \exp(ikz) - B \exp(-ikz)] \left( -\frac{ika}{\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (2)$$

$$h_{0z} = [A \exp(ikz) + B \exp(-ikz)] \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (3)$$

в подложке ( $0 < z \leq d$ ) и

$$e_{0y} = [\exp(iqz) + C \exp(-iqz)] \left( -\frac{i\omega a}{c\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (4)$$

$$h_{0x} = [\exp(iqz) - C \exp(-iqz)] \left( -\frac{iqa}{\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (5)$$

$$h_{0z} = [\exp(iqz) + C \exp(-iqz)] \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (6)$$

в пустой части волновода ( $z \geq d$ ). Для дальнейшего рассмотрения существенным будет отношение амплитуд отраженной и падающей волн. Исходя из этого в зависимостях (4)–(6) введен только один коэффициент —  $C$ .

Волновые числа в формулах (1)–(6) описываются следующими выражениями:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \frac{\pi^2}{a^2}, \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2},$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость подложки. Расчет среднего во времени потока энергии в волноводе, произведенный по вектору Пойнтинга и на основе зависимостей (4)–(6), приводит к выражению (размерность выражения задается использованной формой записи компонентов поля)

$$\frac{c}{8\pi} \int_0^a \int_0^b \operatorname{Re}[\mathbf{e}\mathbf{h}^*]_z dx dy = -\frac{\omega q a^3 b}{16\pi^3} (1 - |C|^2).$$

Отсюда следует, что  $|C|^2$  будет коэффициентом отражения волны от образца. Отметим, что именно коэффициент отражения является источником информации о ФМР в ферритовой пленке.

Расчет переменного поля в образце выполним самосогласованным методом, т.е. учтем взаимное влияние поля волны и переменной намагниченности феррита. Для реализации метода воспользуемся уравнениями

$$\operatorname{div}[\mathbf{e}_0 \mathbf{h}_{\text{TE}}^*] = \frac{i\omega}{c} [\varepsilon(\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_{\text{TE}}^*) - (\mathbf{h}_0 \mathbf{h}_{\text{TE}}^*)] - 4\pi(\mathbf{m}_0 \mathbf{h}_{\text{TE}}^*), \quad (7)$$

$$\mathbf{m}_0 = \hat{\chi} \cdot \mathbf{h}_0|_{x=a/2},$$

где  $\mathbf{e}_0$  и  $\mathbf{h}_0$  заданы формулами (1)–(3),  $\mathbf{m}_0$  — амплитуда переменной намагниченности, а  $\hat{\chi}$  — тензор магнитной восприимчивости феррита. Индексом „TE“ обозначено частное решение уравнений Максвелла в виде волны  $\text{TE}_{10}$  с координатной зависимостью компонентов поля

$$e_{\text{TE},y} = \left( -\frac{i\omega a}{c\pi} \right) \exp(ikz) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right),$$

$$h_{\text{TE},x} = \left( -\frac{ika}{\pi} \right) \exp(ikz) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right),$$

$$h_{\text{TE},z} = \exp(ikz) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right).$$

Проинтегрируем равенство (7) по объему, ограниченному стенками волновода и сечениями  $z = 0$  и  $z = z_s$ , где  $z_s$  — произвольное значение из интервала  $0 < z_s < d$ . В результате получим уравнение

$$A + B = i \frac{2vk}{ab} 4\pi\chi_{xx}(A - B), \quad (8)$$

где  $v$  — объем ферритовой пленки,  $\chi_{xx}$  — компонент тензора магнитной восприимчивости.

Условия непрерывности  $e_y$  и  $h_x$  на поверхности подложки  $z = d$  дают еще два уравнения

$$A \exp(ikd) + B \exp(-ikd) = \exp(iqd) + C \exp(-iqd), \quad (9)$$

$$[A \exp(ikd) - B \exp(-ikd)]k = [\exp(iqd) - C \exp(-iqd)]q. \quad (10)$$

Уравнения (8)–(10) позволяют найти  $C$  и по нему рассчитать коэффициент отражения  $|C|^2$ . При этом  $|C|^2$  будет зависеть от напряженности постоянного намагничивающего поля  $H$  через зависимость  $\chi_{xx}(H)$ . В перпендикулярно намагниченной пленке вблизи резонансного поля  $H_{\text{FMR}}$  зависимость  $\chi_{xx}(H)$  задается следующими выражениями [3]:

$$\chi_{xx} = \operatorname{Re}(\chi_{xx}) - i \operatorname{Im}(\chi_{xx}), \quad \operatorname{Re}(\chi_{xx}) = \frac{M}{\Delta H_{\text{FMR}}} \frac{\delta H}{(1 + \delta H^2)},$$

$$\operatorname{Im}(\chi_{xx}) = \frac{M}{\Delta H_{\text{FMR}}} \frac{1}{(1 + \delta H^2)}, \quad \delta H = \frac{2(H - H_{\text{FMR}})}{\Delta H_{\text{FMR}}}.$$

Здесь  $M$  — намагниченность насыщения феррита;  $\delta H$  — безразмерный параметр, введенный вместо  $H$ ;  $\Delta H_{\text{FMR}}$  — полная ширина резонансной зависимости мнимой части восприимчивости  $\operatorname{Im}(\chi_{xx}(\delta H))$  на половине максимального значения (именно эту зависимость принято называть линией ФМР).

Проанализируем интервал возможных значений  $|C|^2$ , рассчитанных из системы уравнений (8)–(10). Из (8) с учетом неравенства  $\operatorname{Im}(\chi_{xx}) > 0$  следует, что  $|B/A| < 1$ . Тогда из (9), (10) с помощью алгебраических преобразований выводится неравенство  $|C|^2 < 1$ . Таким образом, метод самосогласованного поля, как и в случае с ферритовым эллипсоидом [3], дает физически корректные значения коэффициента отражения. Выражение  $|C|^2$  с подстановками приведенных выше формул для магнитной восприимчивости приводится к виду

$$|C|^2 = 1 - \frac{4p_{ff}}{\alpha\delta H^2 + \beta\delta H + \gamma}, \quad (11)$$

$$p_{ff} = \frac{2vq}{ab} \frac{4\pi M}{\Delta H_{\text{FMR}}},$$

$$\alpha = \cos^2 kd + \frac{q^2}{k^2} \sin^2 kd,$$

$$\beta = -2p_{ff} \left( \frac{k}{q} - \frac{q}{k} \right) \sin kd \cos kd,$$

$$\gamma = \cos^2 kd + \frac{q^2}{k^2} \sin^2 kd$$

$$+ p_{ff}^2 \left( \cos^2 kd + \frac{k^2}{q^2} \sin^2 kd \right) + 2p_{ff}.$$

Ферритовая пленка представлена в выражении (11) комбинированным параметром  $p_{ff}$ .

Зависимость  $|C|^2(\delta H)$  имеет резонансный „провал“, его ширину определим из уравнения

$$\frac{1}{2} (1 - |C|_{\min}^2) = 1 - |C|^2, \quad (12)$$

где  $|C|_{\min}^2$  — минимальное значение зависимости  $|C|^2(\delta H)$

$$|C|_{\min}^2 = 1 - \frac{4\alpha p_{ff}}{(\alpha + p_{ff})^2}. \quad (13)$$

Подстановка в (12) формул (11), (13) приводит к квадратному уравнению относительно  $\delta H$ . Разность корней этого уравнения даст искомую ширину „провала“

$$\Delta H_{\text{exp}} = \Delta H_{\text{FMR}} \left( 1 + \frac{p_{ff}}{\alpha} \right). \quad (14)$$

Отметим, что именно  $\Delta H_{\text{exp}}$  является экспериментально определяемым значением ширины линии ФМР (индекс „exp“ подчеркивает это обстоятельство).

Анализ полученного выражения показывает, что  $\Delta H_{\text{exp}}$  существенно зависит от толщины подложки, и интервал возможных значений будет

$$1 + p_{ff} \leq \frac{\Delta H_{\text{exp}}}{\Delta H_{\text{FMR}}} \leq 1 + p_{ff} \frac{k^2}{q^2}.$$

Левая часть неравенства соответствует толщинам подложки  $d$ , для которых  $\cos^2 kd = 1$ , а правая —  $\sin^2 kd = 1$ . Зависимость  $\Delta H_{\text{exp}}$  от толщины подложки наблюдалась в экспериментальных исследованиях [2]. Вместе с тем выражение (14) зависит не только от параметра  $\alpha$ , связанного с толщиной подложки, но и от параметра  $p_{ff}$ , характеризующего пленку. Ниже будут приведены результаты исследований именно последней зависимости.

## Методика и результаты экспериментальных исследований

Экспериментальные исследования были выполнены на пленках чистого гексаферрита бария  $\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$ , выращенных на подложках из гексагаллата стронция  $\text{SrGa}_{12}\text{O}_{19}$ . Толщина пленок  $s = 2-5 \mu\text{m}$ , а подложек —  $d = 0.5 \text{ mm}$ . Подложки с пленкой разрезались на прямоугольнички размером  $3.6 \times 1.8 \text{ mm}$ . Значительная часть пленки удалялась травлением, так что в центре прямоугольного образца оставался маленький пленочный „островок“ в форме диска (см. рисунок). Диаметры

Экспериментальные значения ширины линии ФМР на частоте  $f = 54.6 \text{ GHz}$  в пленках бариевого феррита на прямоугольной подложке  $3.6 \times 1.8 \times 0.5 \text{ mm}$

Исходные размеры пленки и диаметр оставшегося после травления диска, mm	$\Delta H_{\text{exp}}$ , Oe		
	Пленка № 1	Пленка № 2	Пленка № 3
$3.6 \times 1.8$	212	138	156
1.0	144	88	79
0.5	96	74	70
0.2	90	72	39

дисков были:  $D = 1.0, 0.5, 0.2 \text{ mm}$ . Образец наклеивался пленочной стороной на короткозамыкатель и помещался внутрь волновода. На образец действовало постоянное магнитное поле, направленное перпендикулярно подложке. Источником поля служил электромагнит. Для измерения характеристик поглощения был использован панорамный измеритель коэффициента стоячей волны, с его помощью снималась частотная зависимость мощности волны, отраженной от волноводной ячейки с образцом. Суммарные потери измерялись при двух значениях напряженности внешнего магнитного поля. В одном случае — в условиях резонанса в феррите на выбранной частоте, в другом — без резонансного изменения отраженного сигнала. Кривая ФМР выделялась из снятых частотных зависимостей путем их вычитания. Максимум резонансного поглощения был расположен на частоте  $f = 54.6 \text{ GHz}$ . Ширина резонансной частотной зависимости  $\Delta f_{\text{exp}}$  пересчитывалась в ширину линии ФМР по формуле  $\Delta H_{\text{exp}} = \Delta f_{\text{exp}}/g$ , где  $g = 2.8 \text{ MHz/Oe}$  — гиромагнитное отношение. Типичные зависимости  $\Delta H_{\text{exp}}$  от диаметра пленочного диска приведены в таблице (приведены также значения в образцах, в которых пленка не удалялась). Точность определения  $\Delta H_{\text{exp}}$  для образцов с  $D = 0.2 \text{ mm}$  была самой низкой (из-за слабого сигнала ФМР) и составляла приблизительно 25%. Тем не менее экспериментальные данные демонстрируют существенное снижение  $\Delta H_{\text{exp}}$  при уменьшении размеров пленки.

## Обсуждение результатов

Из выражения (14) следует, что отличие  $\Delta H_{\text{exp}}$  от  $\Delta H_{\text{FMR}}$  будет незначительным, если выполнено неравенство  $p_{ff} \ll \alpha$ . Подставив в  $p_{ff}$  формулу  $v = s\pi D^2/4$ , преобразуем неравенство к виду

$$D^2 \ll \frac{2ab}{\pi s q} \frac{\Delta H_{\text{FMR}}}{4\pi M} \alpha.$$

Для количественной оценки выражения в правой части возьмем значение намагниченности чистого бариевого гексаферрита  $4\pi M = 4.71 \text{ kGs}$  и ширину линии ФМР в лучших пленках  $\Delta H_{\text{FMR}} \approx 40 \text{ Oe}$ . Кроме того, используем экспериментальные значения толщины пленки и

подложки  $s_{\max} = 5 \mu\text{m}$  и  $d = 0.5 \text{ mm}$ . Волновые числа  $q$  и  $k$  рассчитаем исходя из размеров волновода  $a \times b = 3.6 \times 1.8 \text{ mm}$  и частоты волны  $f = 54.6 \text{ GHz}$  (при расчете  $k$  полагалось  $\varepsilon = 10$ ). Параметр  $\alpha$  рассчитаем по значениям  $d$ ,  $q$  и  $k$ . В результате получим  $D^2 \ll 0.72 \text{ mm}^2$ . Согласно этому неравенству, образцы с диаметрами пленок  $0.5$  и  $0.2 \text{ mm}$  должны иметь значения  $\Delta H_{\text{exp}}$ , близкие к  $\Delta H_{\text{FMR}}$ . Отметим, что в некоторых пленках наблюдалось большое различие между значениями  $\Delta H_{\text{exp}}$  для образцов с  $D = 0.2$  и  $0.5 \text{ mm}$  (например, пленка № 3). Видимо, это различие связано с неоднородностью параметров пленок — образцы, вырезанные из одной и той же подложки тем не менее имели отличающиеся значения  $\Delta H_{\text{FMR}}$ , а возможно, и разную толщину пленки. Данное обстоятельство, а также отсутствие сведений о диэлектрической проницаемости подложки на частоте измерений [4] не позволило провести детального количественного сопоставления экспериментальных зависимостей с выведенными выражениями. Однако качественное соответствие эксперимента и развитой теории проявилось в полной мере.

Интересным фактом является высокая чувствительность отраженной волны к резонансным потерям в пленочных образцах. В частности, в работе [2] отмечалось, что потери в пленках, выращенных на подложках, оказываются такими же, как и в ферритовых пластинах, имеющих толщину, на порядок более высокую, чем толщина пленок. Данная особенность объясняется электродинамическим влиянием подложки. Применительно к образцам с малым количеством пленки (в приближении  $p_{ff} \ll \alpha$ ) из формулы (13) для глубины резонансного „провала“ следует

$$|C|_{\min}^2 = 1 - \frac{4p_{ff}}{\alpha}.$$

Интервал значений  $\alpha$  в зависимости от толщины подложки будет  $q^2/k^2 \leq \alpha \leq 1$ . При этом значения  $|C|_{\min}^2$  занимают интервал

$$1 - 4p_{ff} \frac{k^2}{q^2} \leq |C|_{\min}^2 \leq 1 - 4p_{ff}.$$

Правая часть неравенства соответствует ферриту без подложки ( $\sin^2 kd = 0$ ), левая — ферриту с максимальным влиянием подложки ( $\sin^2 kd = 1$ ). Из неравенства видно, что подложка способна „усилить“ слабый резонансный сигнал в  $k^2/q^2$  раз (в проведенных экспериментах  $k^2/q^2 \approx 22$ ).

## Заключение

Таким образом, в измерительной ячейке происходят два процесса: возбуждение резонансных колебаний в магнитной подсистеме феррита и взаимодействие электромагнитной волны с неоднородностями волновода. Отличительной особенностью рассмотренной задачи является участие в электромагнитном взаимодействии

подложки. Самосогласованный подход к описанию обоих процессов приводит к необходимости учета ряда факторов, влияющих на характеристики сигнала ФМР. Существенной оказывается зависимость характеристик от геометрических размеров и магнитных параметров пленки, от длины волны в волноводе (от волновых чисел  $q$  и  $k$ ), от толщины подложки и ее диэлектрической проницаемости. Влияние перечисленных факторов может привести к увеличению наблюдаемой в эксперименте ширины резонансной линии. Вместе с тем взаимное влияние пленки и возбуждающего поля можно ослабить путем уменьшения количества взаимодействующего феррита. В проведенных экспериментах для этой цели значительная часть пленки удалялась с поверхности образца. Однако такой способ не является единственным. В работе [4] для локализации резонансных магнитных колебаний в пленках бариевого феррита применялось неоднородное намагничивающее поле — магнитная „яма“. Данный способ позволяет проводить измерения ширины линии ФМР без разрушения исходной структуры, при этом количество пленки, участвующей в формировании резонансного сигнала, можно ограничить путем выбора размера „ям“.

## Список литературы

- [1] *Lebedev S.V., Patton C.E., Wittenauer M.A. et. al. // J. Appl. Phys. 2002. Vol. 91. N 7. P. 4426–4431.*
- [2] *Зависляк И.В., Костенко В.И., Чамор Т.Г. и др. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 4. С. 128–130.*
- [3] *Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферритах. М.: Наука, 1973. 591 с.*
- [4] *Головки Я.Д., Гусев А.В., Зависляк И.В. и др. // РиЭ. 1993. Т. 38. № 3. С. 506–510.*