

01;03;12

Кавитационное разрушение жидкостей с большой и малой вязкостью

© А.А. Груздков, Ю.В. Петров

Институт проблем машиноведения РАН,
199178 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: yp@YP1004.spb.edu

(Поступило в Редакцию 17 мая 2007 г.)

Критерий кавитации, основанный на понятии инкубационного времени, применяется к анализу экспериментальных данных по прочности на растяжение воды и глицерина. Подобный подход ранее успешно применялся при анализе явления откола в твердых телах. Для обеих жидкостей получено хорошее соответствие с экспериментальными данными. Рассмотрены модели поведения пузырька под действием внешнего давления для невязкой жидкости, а также с учетом вязкости. Показано, что в обоих случаях эти уравнения допускают преобразования подобия, причем показатели степени в этих преобразованиях оказываются разными.

PACS: 47.55.dp, 62.20.+d

Введение

Кавитация, под которой понимается нарушение сплошности жидкости в зоне растягивающего давления, обнаруживает сильную чувствительность к временному фактору. Если в случае нагружения достаточно большой длительности кавитация наступает при достижении растягивающим давлением определенной критической величины („порог кавитации“, P_C), то при кратковременном воздействии достижение растягивающим давлением порогового уровня оказывается лишь необходимым, но не достаточным условием. Так, в [1] было обнаружено явление „запаздывания кавитации“. В испытаниях с трубкой Вентури на водно-глицериновых смесях было показано, что кавитация наступает только в том случае, если критическое давление выдерживается в течение определенного времени (около $80 \mu s$). В других экспериментах отмечалось возрастание пороговой нагрузки по мере уменьшения длительности воздействия. Так, например, в опытах по импульсному нагружению дистиллированной воды [2] была получена зависимость порогового (т.е. минимального разрушающего) давления (P_*) от длительности импульса (T). Для импульсов микросекундного диапазона пороговая нагрузка превышала статическое значение в десятки раз. Аналогичные зависимости были получены для глицерина [3,4]. Таким образом, „порог кавитации“ не может адекватно описать условия возникновения кавитации в условиях кратковременного нагружения. Следовательно, возникает необходимость введения дополнительных параметров, описывающих прочностные свойства жидкостей.

1. Критерий инкубационного времени для кавитации

Наличие „статической“ и „динамической“ прочности есть общее свойство как жидкостей, так и твердых тел. Качественное изменение прочностных свойств для

кратковременных нагрузок объясняется тем, что длительность воздействия оказывается соизмеримой с характерным временем протекания переходных процессов в структуре материала. Так, наступление кавитации происходит вследствие развития структуры кавитационных ядер, для чего необходимо привести в движение прилегающие слои жидкости. Если бы квазистатический критерий кавитации

$$P_* \geq P_C \quad (1)$$

был справедлив для сколь угодно малой длительности воздействия, он вступил бы в противоречие с законом сохранения импульса (т.е. „количества движения“). Таким образом, для наступления кавитации не только давление должно достигнуть некоторого критического значения, но критической величины должен достигнуть также и приложенный импульс. Это рассуждение приводит нас к критерию импульса

$$\int_0^t P(s) ds \geq W_C, \quad (2)$$

где $P(s)$ — растягивающее внешнее давление. Критерий вида (2) предлагался рядом авторов для предсказания кавитации в условиях кратковременного воздействия (см., например, [5]). Заметим, что для медленного нагружения критерий (2) находится в противоречии с критерием (1). Действительно, если длительность воздействия достаточно велика, то кавитация, согласно условию (2), может наступить при сколь угодно малой амплитуде приложенного давления. Для исправления ситуации в [5] предлагалось проводить интегрирование только для тех моментов времени, когда приложенное давление превосходит P_C . Однако данное предложение представляется спорным, поскольку, во-первых, оно связано с предположением о необратимом характере изменений под действием нагрузки, что не имеет места для жидкостей, и во-вторых, хорошо известно, что существенное влияние на ядра кавитации оказывает также давление ниже критического.

Нами предлагается использовать критерий, аналогичный тому, который применяется для анализа откольного разрушения твердых тел. Мы предполагаем, что импульс должен учитываться не за все время нагружения, а только на некотором конечном временном интервале, соответствующем характерному времени зарождения и роста микропузырьков. Этот временной интервал будем называть „инкубационным временем“ (т.е. периодом „вызревания“ кавитации) и обозначать τ . Критерий критического импульса на конечном временном интервале имеет вид

$$\int_{t-\tau}^t P(s) ds \geq P_C \tau. \quad (3)$$

Предполагается, что отсчет времени ведется с момента приложения нагрузки, т.е. $P(t) = 0$ при $t < 0$. Нетрудно убедиться, что при кратковременном нагружении с характерной длительностью $T < \tau$ критерий (3) совпадает с (2), а при длительном воздействии (т.е. $T \gg \tau$) — с критерием (1). Последнее станет ясным, если переписать (3) в виде кинетического соотношения. Обозначив

$$W(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \frac{P(s)}{P_C} ds,$$

получим критерий (3) в виде

$$W \geq 1.$$

Для параметра W , имеющего смысл накопленной поврежденности, можем написать

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{P_C} \frac{P(t) - P(t - \tau)}{\tau}, \quad W(0) = 0.$$

Формальный переход $\tau \rightarrow 0$, описывающий случай нагружения с характерной длительностью много больше инкубационного времени, дает соотношение

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{P_C} \frac{dP}{dt},$$

которое является дифференциальной формой статического критерия (1). Таким образом, применение критерия (3) по сути означает дискретизацию временной шкалы.

Обработка экспериментальных данных показала, однако, целесообразность обобщения критерия (3) за счет введения дополнительного параметра. Анализ экспериментальных работ (в частности, [2–4]) показывает, что экспериментальные точки, соответствующие нагружению очень малой длительности, хорошо ложатся на прямую в логарифмических координатах (рис. 1). Таким образом, для порогового давления в случае достаточно длительного нагружения выполняется соотношение $P_* = P_C = \text{const}$, а для кратковременного

$$P_*^\alpha T = \text{const} \quad (4)$$

(α — безразмерная постоянная). Обобщая соотношение (4) на случай произвольного измерения давления от

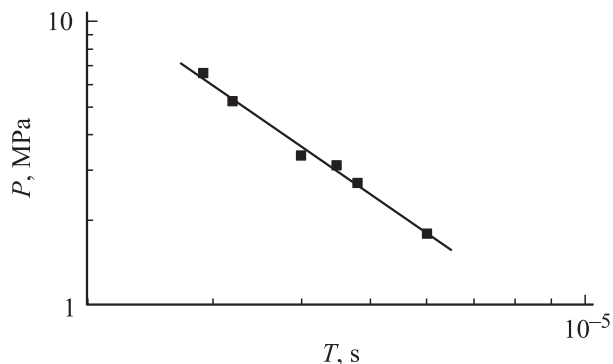


Рис. 1. Зависимость пороговой амплитуды (P_*) давления от длительности импульса (T) для дистиллированной воды (по данным [2]).

времени, введем в критерий (3) безразмерный параметр формы α , который будет описывать относительную степень влияния силовых и временных факторов. С учетом возможного непостоянства знака давления получается формула

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \text{sign}(P(s)) \left(\frac{|P(s)|}{P_C} \right)^\alpha ds \geq 1. \quad (5)$$

Наступление кавитации соответствует наименьшему значению времени t , для которого выполняется условие (5).

Заметим, что критерии вида (3) и (5) оказались эффективными для описания прочностных свойств материалов в самых разных ситуациях (хрупкое разрушение, пластичность металлов, электрический пробой и т.д. [6,7]).

2. Анализ экспериментальных данных для воды и глицерина

В работе [2] описывается экспериментальное изучение кавитации дистиллированной воды при нагружении импульсами с длительностью в микросекундном диапазоне. В работах [3,4] аналогичные исследования проводились для глицерина.

Зона растягивающего давления в рассматриваемых экспериментах возникала в результате отражения от свободной поверхности волны сжатия. Зависимость давления от времени в падающей (сжимающей) волне определялась на основании измерения скорости свободной поверхности. Сжимающее давление в падающей волне, согласно [2–4], можно было аппроксимировать соотношениями

$$q(t) = -P_A \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) e^{-\frac{t}{T_1}}$$

для воды (интенсивность затухания $T_1 = 2.85 \mu\text{s}$) и

$$q(t) = -P_A \left(1 - \frac{t}{T}\right) [H(t) - H(t + T)]$$

для глицерина ($H(t)$ — функция Хевисайда). Давление в жидкости определяется суммой прямой (сжимающей)

и обратной (растягивающей) волн:

$$P(x, t) = q\left(x - \frac{t}{c}\right) - q\left(x + \frac{t}{c}\right),$$

где c — скорость звука, координата x — расстояние от свободной поверхности, а момент времени $t = 0$ соответствует приходу сжимающей волны на свободную поверхность.

$$q(t) = -\frac{P_A}{T} \left(T - t - \frac{x}{c}\right) \left[H\left(t + \frac{x}{c}\right) - H\left(t + \frac{x}{c} - T\right) \right].$$

При расчете для каждой длительности импульса T определялась пороговая, т.е. минимальная, амплитуда давления P_A , при которой условие (5) выполнялось хотя бы для одного значения координаты x . Строилась расчетная зависимость пороговой амплитуды давления P_* от длительности импульса. В расчетах использовалось значение статического порога кавитации P_C , соответствующее имеющимся экспериментальным данным: для воды $P_C = 0.1$, для глицерина — 6.3 МПа. Значения параметров τ и α подбирались из соображений соответствия расчетных диаграмм экспериментальным данным. Более подробно методика расчета описана в [2].

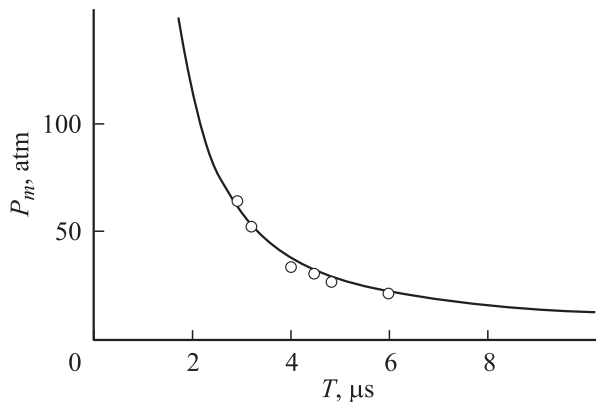


Рис. 2. Экспериментальная и рассчитанная по критерию (5) зависимости прочности воды от длительности импульса.

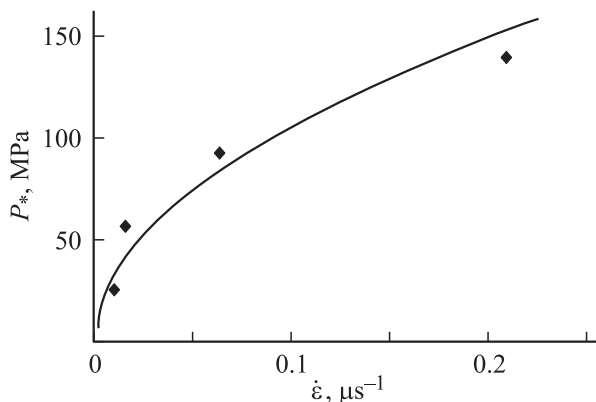


Рис. 3. Зависимость откольной прочности глицерина от скорости деформирования: точки — экспериментальные данные, кривая — результат расчета.

Хорошее соответствие экспериментальным данным (рис. 2, 3) удалось получить при следующих значениях параметров: для воды $\alpha = 0.5$, $\tau = 19 \mu s$, для глицерина $\alpha = 1$, $\tau = 2 \mu s$. На рис. 2 представлена зависимость порогового давления от длительности импульса, а на рис. 3 — от введенного авторами работы (3) параметра $\dot{\epsilon} = \frac{P_A}{\rho c^2 T}$, имеющего смысл скорости деформирования.

Если отличие размерных параметров — статического порога кавитации и инкубационного времени — для изучаемых жидкостей было вполне ожидаемым, то существенное отличие безразмерного параметра формы оказывается неожиданным.

3. Связь критерия кавитации с уравнением Рэлея

3.1. Статика и динамика микропузырька

Представляет безусловный интерес возможность связать значения макроскопических параметров, описывающих прочностные свойства с другими характеристиками материала и процессами, протекающими на микроуровне.

Наличие статического порога напрямую вытекает из условия равновесия пузырька [8–10]. При превышении критического размера пузырек переходит в нестабильное состояние, его расширение происходит в отсутствие растягивающего давления. Поскольку в статике радиус пузырька непосредственно зависит от внешнего давления, то критерий

$$R(t) \geq R_C \quad (6)$$

оказывается эквивалентным критерию (1). Величина P_C зависит главным образом от начального радиуса зародышей кавитации R_0 и поверхностного натяжения σ .

При динамическом нагружении радиус пузырька определяется не текущим значением внешнего давления, а всей историей нагружения. Рассмотрим один из вариантов уравнения динамики микропузырька [8–10].

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = -\frac{2\sigma}{\rho R} - \frac{4\mu}{\rho} \frac{\dot{R}}{R} + \frac{p_0}{\rho} + \frac{p_\infty(t)}{\rho} + \frac{p_1}{\rho} \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}, \quad (7)$$

где ρ — плотность, μ — вязкость, $p_\infty(t)$ — растягивающее внешнее давление, p_0 — давление насыщенного пара, p_1 — давление газа внутри пузырька, γ — показатель адиабаты.

3.2. Случай невязкой жидкости

В рассматриваемом случае амплитуда давления многократно превосходит величину P_C (для работы [2] — в десятки раз). Поскольку сила поверхностного натяжения, давление насыщенного пара и давление внутри

пузыря имеют тот же порядок, что и P_C , этими величинами можно пренебречь. Из уравнения (7) получится упрощенное уравнение [9]

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{P_\infty(t)}{\rho}. \quad (8)$$

Перейдем к безразмерным величинам

$$r = \frac{R(t)}{R_0}, \quad \tilde{t} = \frac{t}{T}, \quad P(t) = \frac{P_\infty(t)}{P_A}.$$

Уравнение (8) запишется в виде

$$\frac{R_0^2 \rho}{P_A T^2} \left(r r'' + \frac{3}{2} (r')^2 \right) = P(t).$$

Видно, что уравнение не меняется при сохранении постоянства величины, которая имеет смысл приведенной массы

$$M = \frac{R_0^2 \rho}{P_A T^2}. \quad (9)$$

Поскольку R_0 и ρ являются характеристиками жидкости, интерес представляют длительность и амплитуда приложенного импульса. Допустим, что, как и в статике, наступление кавитации определяется достижением пузырьком критического размера, т.е. остается справедливым критерий (6). Тогда, очевидно, для всех пороговых импульсов остается справедливым соотношение

$$P_A T^2 = \text{const} \quad \text{или} \quad T \sqrt{P_A} = \text{const}. \quad (10)$$

Из (10) вытекает, что для параметра формы следует взять значение $\alpha = \frac{1}{2}$. Заметим, что соотношению (10) на рис. 1 соответствует прямая, которая ложится на экспериментальные точки.

3.3. Случай вязкой жидкости

В случае значительной вязкости в уравнении (7) следует удержать еще одно слагаемое. Тогда упрощенное уравнение будет иметь вид

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{4\mu\dot{R}}{\rho R} = \frac{P_\infty(t)}{\rho}. \quad (11)$$

После перехода к безразмерным величинам имеем

$$M \left(r r'' + \frac{3}{2} (r')^2 \right) = -4m \frac{r'}{r} + P(t), \quad (12)$$

где $m = \frac{\mu}{P_A T}$ — безразмерная вязкость, а M задается формулой (9). Оценим значения этих безразмерных постоянных, подставив параметры, соответствующие глицерину: $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$, $P_C = 6.3 \text{ МПа}$, $T \approx 0.1 \mu\text{s}$, $P_A \approx 10 \text{ МПа}$, $\mu = 1.48 \text{ Па} \cdot \text{s}$, $\rho = 1260 \text{ kg/m}^3$.

Учитывая, что $P_C \approx \frac{2\sigma}{R_0}$, находим $R_0 \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}$, отсюда имеем $M \approx 5 \cdot 10^{-6}$ и $m \approx 1.5$.

Поскольку правая часть уравнения (12) имеет порядок единицы, а левая на шесть порядков меньше, ею можно

пренебречь. В этом случае уравнение для роста пузырька оказывается аналогичным уравнению роста поры [11] или микротрещины [12] в твердом теле

$$\frac{r'}{r} = \frac{P(t)}{4m}, \quad r(0) = 1. \quad (13)$$

Отсюда получаем

$$\frac{dr}{r} = \frac{P(t)}{4m} d\tilde{t}, \quad r(0) = 1, \\ \int_0^{\tilde{t}} D(s) ds = 4m \ln r(\tilde{t}). \quad (14)$$

Из формулы (14), в частности, следует, что критерий достижения пузырьком критического радиуса, задаваемый формулой (6), в рассматриваемом случае оказывается эквивалентным критерию критического импульса (2).

Уравнение (13) не изменяется при сохранении постоянства безразмерной вязкости m , учитывая, что вязкость μ является свойством жидкости, а не нагружения, получим, что для пороговых нагрузок должно выполняться соотношение

$$P_A T = \text{const}, \quad (15)$$

и следовательно, параметр формы α должен быть равен единице, что соответствует экспериментальным данным для глицерина (рис. 3).

3.4. Замечания о масштабной инвариантности

Критерий инкубационного времени тесно связан со свойством масштабной инвариантности параметров нагружения, задаваемой в общем случае формулой (4), которая в зависимости от соотношения параметров M и m может для жидкости совпадать с (10) или (15). Следует заметить, однако, что эти соотношения справедливы только для достаточно коротких импульсов, поскольку в выражения для параметров M и m входят длительность импульса и амплитуда внешнего давления. В случае очень медленного нагружения ($T \rightarrow \infty$) оба параметра оказываются малыми, пренебрегать членами порядка P_C в уравнении (7) нельзя, и главными членами оказываются слагаемые, соответствующие уравнению равновесия пузырька.

Из уравнения (7) легко видеть, что энергия, передаваемая жидкости в результате нагружения, переходит в поверхностную энергию пузырьков, работу по преодолению вязкости и кинетическую энергию прилегающих слоев жидкости. При квазистатическом режиме нагружения основная часть энергии переходит в поверхностную. При очень коротких воздействиях ее доля, наоборот, оказывается невелика, и процесс определяется конкуренцией между инерцией и вязкостью. Причем принципиальное значение имеет отношение приведенной массы к безразмерной вязкости

$$\frac{m}{M} = \frac{T_\mu}{R_0^2 \rho}.$$

Хотя формально при $T \rightarrow 0$ это отношение должно становиться малым, для глицерина, например, этот диапазон оказывается недостижимым. Естественно предположить, что для многих реальных жидкостей вклад вязкого и инерционного сопротивления окажется соизмерим, в этом случае, по-видимому, условие возникновения кавитации может описываться критерием (5) с промежуточным значением параметра формы.

Заключение

Показана возможность применения критерия инкубационного времени к анализу экспериментальных данных по кавитации жидкостей при кратковременном воздействии.

Определены параметры, описывающие динамическую прочность дистиллированной воды и глицерина.

Показано, что постулируемая критериями (2), (3), (5) масштабная инвариантность параметров импульса внешнего давления (4) и используемое в расчетах значение параметра формы может быть объяснено на основании уравнения динамики пузырька.

Список литературы

- [1] Чебаевский Н.Ф., Петров В.И. Кавитационные характеристики высокооборотных шнекоцентробежных насосов. М.: Машиностроение, 1973. 152 с.
- [2] Бесов А.С., Кедринский В.К., Морозов Н.Ф., Петров Ю.В., Уткин А.А. // ДАН. 2001. Т. 378. № 3. С. 1–3.
- [3] Уткин А.В., Сосиков В.А., Богач А.А. // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 2. С. 27–33.
- [4] Erlich D.C., Wooten D.C., Crewdson R.C. // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. N 4. P. 1594–1601.
- [5] Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем. Киев: Наук. думка, 1981. 276 с.
- [6] Morozov N., Petrov Y. Dynamics of Fracture. Berlin-Heidelberg-N. Y.: Springer, 2000.
- [7] Петров Ю.В. // ДАН. 2004. Т. 395. № 5. С. 1–5.
- [8] Harkin A., Nadim A., Kaper T.J. // Physics of Fluids. Vol. 11. N 2. P. 274–287.
- [9] Перник А.Д. Проблемы кавитации. Л.: Судостроение. 1966. 439 с.
- [10] Бесов А.С., Груздков А.А., Уткин А.А. // Вторые поляховские чтения. Избр. тр. СПб.: Изд-во НИИ химии СПбГУ, 2000. С. 135–143.
- [11] Shockey D.A., Seaman L., Curran D.R. Material behavior under high stress and ultrahigh loading rates. N. Y.: Plenum Publishing Corporation, 1983.
- [12] Seaman L., Curran D.R., Murri W.J. // J. Appl. Mech. 1985. Vol. 107. N 52. P. 593–600.