

Дислокационная модель эволюции фрактальной размерности микроструктуры деформируемого твердого тела

© И.С. Ясников¹, А. Виноградов¹, Ю. Эстрин²

¹Тольяттинский государственный университет,
Лаборатория „Физика прочности и интеллектуальные диагностические системы“,
Тольятти, Россия

²Центр перспективных гибридных материалов,
Университет им. Монаша,
Клайтон, Виктория, Австралия

E-mail: kart2001@rambler.ru

(Поступила в Редакцию 11 мая 2012 г.)

На основе анализа кинетики дислокаций представлена однопараметрическая модель, описывающая поведение фрактальной размерности структуры деформируемого твердого тела в широком диапазоне степеней деформации с позиции неравновесной термодинамики. В качестве аргументов в пользу представленной модели приводится её сопоставление с известными и вновь полученными экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования и науки РФ № 11.G34.31.0031.

1. Введение

Деформируемое твердое тело является сложной термодинамической системой, в которой может иметь место все разнообразие процессов, рассматриваемых современной термодинамикой [1]. Это обстоятельство, осложненное многомасштабностью процесса пластической деформации как по временной шкале, так и по пространственной, чрезвычайно затрудняет корректное термодинамическое рассмотрение. По этому поводу И.Р. Пригожин отмечал, что вряд ли развиваемый им подход неравновесной термодинамики необратимых процессов сможет быть перенесен на такую сложную систему, как деформируемое твердое тело [2]. Тем не менее на качественном уровне анализ принципов термодинамики применительно к процессу пластической деформации может помочь при теоретическом анализе экспериментально наблюдаемых неустойчивостей развития дефектной структуры.

Одним из наиболее интересных типов неустойчивостей, возникающих при деформации твердого тела, является возникновение самоподобных структур, у которых сохраняются основные характеристики на различных масштабных уровнях. Для описания объектов, самоподобных на различных структурных уровнях, Мандельброт в 1975 г. ввел концепцию фракталов [3]. В противоположность усредненным характеристикам, фрактальный анализ — это универсальный инструмент, позволяющий с единых позиций анализировать процесс пластической деформации на различных структурных уровнях и связывать макроскопические характеристики материала с микроскопическими характеристиками дефектной структуры. Основная причина появления фрактальных систем — тождественность кинетических урав-

нений и их нелинейностей на различных масштабных уровнях системы.

К настоящему времени получение количественных результатов измерений фрактальной размерности в процессе пластической деформации имеет ряд ограничений. В ходе пластической деформации металлического образца на его поверхности формируется деформационный рельеф как результат микромеханизмов деформации, происходящих в процессе нагружения образца. Понятно, что количественные характеристики рельефа определяются микроструктурой, которая эволюционирует в процессе пластической деформации.

В частности, Цайзер и др. [4] с помощью методов атомно-силовой микроскопии (AFM) и световой интерферометрии (SWLI) измеряли фрактальную размерность поверхности образца поликристаллической меди чистоты 99.99%, деформированного до степени деформации $\varepsilon \sim 25\%$. Обе экспериментальные методики выявили рост фрактальной размерности от 2.0 до 2.3 и затем выход на плато при степенях деформации порядка 15%.

Эти данные хорошо согласуются с результатами, ранее изложенными Цайзером с соавторами в работе [5], где в процессе пластической деформации образца монокристалла меди с осевой ориентацией [100] продемонстрирована природа самоподобия дислокаций на различных структурных уровнях. Результаты измерения фрактальной размерности, так же как и в [4], демонстрируют ее рост, хотя выход значений фрактальной размерности на „устойчивое плато“ является не очевидным, а скорее дискуссионным результатом.

Эволюция шероховатости поверхности в процессе самоорганизации изучалась во многих работах, в частности на монокристалле КС1 на ранних стадиях деформации в работе [6], и было показано, что на стадии легкого скольжения (стадия I) фрактальная размерность

имеет слабую тенденцию к росту а затем, на стадии множественного скольжения (стадия II), начинает быстро расти.

Мейсснер и др. [7], используя метод атомно-силовой микроскопии при профилировании поверхности деформируемого образца монокристалла никеля, наблюдали подобное поведение фрактальной размерности на I и II стадиях деформации. Как и в упомянутой работе [4], фрактальная размерность поверхности деформации проявляла тенденцию к медленному возрастанию и насыщению на стадии II.

Стоит отметить, что экспериментальное исследование поведения фрактальной размерности проводилось не только на моно- и поликристаллических однокомпонентных материалах, но и в аморфных сплавах [8–10]. В частности, в работах [9,10] исследовалось изменение рельефа поверхностей лент аморфного сплава $Fe_{77}Ni_1Si_9B_{13}$, деформированных одноосным растяжением или гидростатическим сжатием. Было показано, что усредненная фрактальная размерность под действием гидростатического давления уменьшается, а под действием одноосного растяжения имеет неоднозначную функциональную зависимость. При этом фрактальная размерность боковой поверхности образца аморфного сплава при различных нагрузках изменялась в пределах 2.2–2.4.

На основе анализа работ [4–7] можно заключить, что фрактальная размерность может претендовать на то, чтобы являться характеристикой, описывающей эволюцию мезоструктур универсальным образом.

Несмотря на то что были предприняты многочисленные попытки измерения фрактальной размерности при различных степенях деформации в различных материалах, адекватной модели, описывающей поведение фрактальной размерности в широком диапазоне степеней деформации, не существует.

Накопленные к настоящему времени экспериментальные данные можно суммировать следующим образом:

а) как структуры на поверхности деформируемого тела, так и дислокационные структуры в объеме деформируемого материала являются самоподобными;

б) фрактальная размерность слабо меняется в процессе деформации монокристаллов на стадии I и проявляет тенденцию к росту в процессе упрочнения материала независимо от того, каким образом эта фрактальная размерность определялась и вычислялась;

в) величина фрактальной размерности стремится к насыщению (постоянной величине) по мере увеличения степени деформации, но существенные экспериментальные ограничения по степени деформации, до которой может быть определена фрактальная размерность, не позволяют однозначно утверждать, является ли ее стремление к постоянной величине реальным физическим фактом.

В дополнение к изложенным дискуссионным пунктам стоит отметить, что в работе [11] утверждается, что величина фрактальной размерности на короткое

время достигает своего максимума непосредственно перед разрушением, что также является поводом для дискуссии. Большинство известных экспериментальных результатов охватывают начальные стадии деформации и не обобщаются, в частности, на момент шейкообразования, который является типичной критической точкой диаграммы нагружения. Поэтому изменение поведения фрактальной размерности в ее окрестности представляет значительный интерес.

2. Теоретический анализ

Поскольку деформируемый образец можно рассматривать как открытую термодинамическую систему, анализ эволюции фрактальной размерности структурных составляющих деформируемого образца можно вести с точки зрения неравновесной термодинамики открытых систем, для которых общее изменение энтропии равно

$$dS = d_iS + d_eS, \quad (1)$$

где d_iS — приращение энтропии, обусловленное изменениями внутри образца, всегда положительная величина, d_eS — приращение энтропии, обусловленное взаимодействием системы с окружающей средой. Стационарное состояние, к которому эволюционирует система в процессе деформации, заведомо является неравновесным состоянием, но при этом термодинамические величины, описывающие систему, перестают зависеть от времени. Соответственно не зависит от времени и энтропия системы в стационарном состоянии:

$$dS = 0; \quad d_iS = -d_eS; \quad d_iS > 0; \quad d_eS < 0. \quad (2)$$

Фактически, поступающий из окружающей среды поток энергии определяет отрицательный поток энтропии, который компенсируется производством энтропии внутри системы. Если же приток „отрицательной энтропии“ из внешней среды становится больше производства энтропии внутри системы, то это приводит к самоорганизации и образованию диссипативных структур.

Следуя общему формализму неравновесной термодинамики [12,13] и с учетом композитной модели, согласно которой дислокационная структура нагружаемого материала состоит из двух „фаз“ — фазы, обогащенной дислокациями (стенки ячеек) и фазы, обедненной дислокациями (внутренний объем ячеек), — в работе [14] было получено кинетическое уравнение для средней плотности дислокаций как функции деформации в известном виде

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{k_0}{b\langle\lambda\rangle} + \frac{k_1\sqrt{\rho}}{b} - k_2\rho, \quad (3)$$

впервые постулированном в работах Кокса, Меккинга и Эстрина [15,16,17]. Здесь k_i ($i = 1 \dots 3$) — феноменологические кинетические коэффициенты, γ — сдвиговая деформация, b — величина вектора Бюргерса,

$\langle \lambda \rangle$ — средний размер ячейки, ρ — средняя плотность дислокаций в объеме образца. Первое слагаемое в правой части уравнения (3) отвечает за генерацию дислокаций, например, источниками Франка–Рида в объеме ячейки, второе — за размножение дислокаций на всех микроструктурных уровнях, третье — описывает скорость уменьшения плотности дислокаций из-за процессов аннигиляции и возврата. Универсальный характер подобных кинетических уравнений для описания кривых пластического течения подробно обсуждался в большом количестве работ (например, [17–21] и др).

Цайзером и др. [5,22] было показано, что дислокационные ячеистые структуры, формирующиеся в ГЦК-кристаллах, могут быть описаны как самоподобные конфигурации — фракталы, которые характеризуются кумулятивным распределением размеров ячеек в виде

$$N(\lambda > \Lambda) \propto \Lambda^{-D}, \quad (4)$$

где D — фрактальная размерность, λ — размер ячейки. Используя соотношение Тейлора

$$\tau = \tau_0 + \alpha G b \sqrt{\rho}, \quad (5)$$

где τ_0 — напряжение трения при взаимодействии движущихся дислокаций с дефектами решетки и различными препятствиями недеформационного происхождения; G — модуль сдвига, $\alpha \sim 0.5$ — геометрический фактор, слабо зависящий от температуры [17], в результате вероятностного анализа распределения (4) было показано, что средний размер ячейки определяется следующим соотношением [5,22]

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\alpha \sqrt{\rho}} \cdot \frac{D}{D-1}. \quad (6)$$

Принимая во внимание выражение (6), кинетическое уравнение (3) преобразуется к виду

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \left(\alpha k_0 \frac{D-1}{D} + k_1 \right) \frac{\sqrt{\rho}}{b} - k_2 \rho. \quad (7)$$

Производя замену переменных согласно соотношению Тейлора (5), уравнение (7) преобразуется к виду

$$2 \frac{d\tau}{d\gamma} = \alpha G \left(\alpha k_0 \frac{D-1}{D} + k_1 \right) - k_2 \tau. \quad (8)$$

С использованием ориентационного фактора Тейлора M и соотношения $\gamma = \varepsilon M$ и $\tau = \sigma/M$ это уравнение может быть переписано в переменных „деформация ε — напряжение σ “

$$\frac{2}{M^2} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} + \frac{k_2}{M} \sigma = \alpha G \left(\alpha k_0 \frac{D-1}{D} + k_1 \right). \quad (9)$$

Здесь следует отметить, что напряжение σ и фрактальная размерность D являются функциями деформации ε . Поэтому задача установления взаимно однозначного соответствия между напряжением, деформацией и

фрактальной размерностью сводится к решению неоднородного уравнения

$$\frac{2}{M^2} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} + \frac{k_2}{M} \sigma = F(\varepsilon), \quad (10)$$

где

$$F(\varepsilon) = \alpha G \left(\alpha k_0 + k_1 - \frac{\alpha k_0}{D(\varepsilon)} \right),$$

общее решение которого в квадратурах имеет вид

$$\sigma(\varepsilon) = \left(\int_{\varepsilon} \left(\frac{1}{2} \alpha G M^2 \left(\alpha k_0 + k_1 - \frac{\alpha k_0}{D(\varepsilon)} \right) \times \exp \frac{k_2 M \varepsilon}{2} \right) d\varepsilon + C \right) \exp \left(-\frac{k_2 M \varepsilon}{2} \right), \quad (11)$$

где постоянная C определяется начальными условиями ($\sigma(\varepsilon=0) = 0$; $D(\varepsilon=0) = 1$). Искомая функция $D(\varepsilon)$ входит в подынтегральное выражение, поэтому формула (11) не позволяет получить аналитическую зависимость $D(\varepsilon)$ от $\sigma(\varepsilon)$. Тем не менее фрактальная размерность может быть непосредственно выражена из уравнения (9) как функция величин, определяемых в реальном эксперименте

$$D = \frac{\alpha k_0}{\alpha k_0 + k_1 - \frac{1}{\alpha M G} \left(k_2 \sigma + \frac{2}{M} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)}, \quad (12)$$

т.е. поведение фрактальной размерности определяется не только зависимостью $\sigma(\varepsilon)$, следующей из кривой нагружения, но и коэффициентом упрочнения $d\sigma(\varepsilon)/d\varepsilon$, т.е. производной от этой функции. Таким образом, сопоставляя каждой точке кривой нагружения ее производную, можно по формуле (12) получить зависимость $D(\varepsilon, \sigma(\varepsilon), d\sigma(\varepsilon)/d\varepsilon)$.

3. Результаты модели, сопоставление с экспериментальными данными и выводы

Для получения зависимости $D(\varepsilon, \sigma(\varepsilon), d\sigma(\varepsilon)/d\varepsilon)$ необходимо оценить значения кинетических коэффициентов k_0 , k_1 и k_2 . Данные значения могут быть адекватно получены из уравнения (9). Рассмотрим пример деформации монокристалла никеля (рис. 1, кривая $\sigma(\varepsilon)$), ориентированного для легкого скольжения ($G = 75\,000$ МПа, $M = 2$).

Для оценки коэффициента k_1 учтем, что на начальной стадии деформации присутствует только размножение дислокаций. Тогда уравнение (9) преобразуется к виду

$$\frac{2}{M^2} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \alpha G k_1. \quad (13)$$

Отсюда коэффициент k_1 определяется формулой

$$k_1 = \frac{2}{\alpha G M^2} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{\text{ин}}. \quad (14)$$

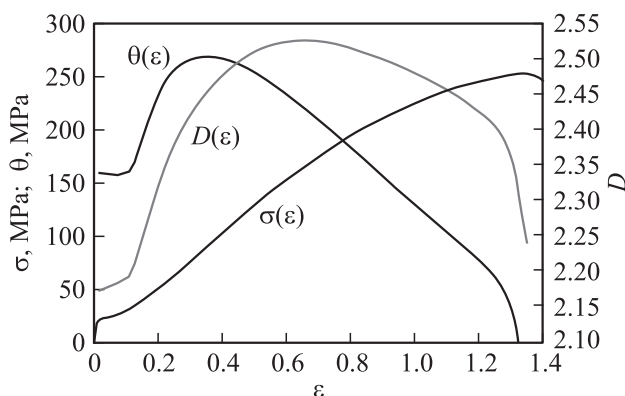


Рис. 1. Поведение напряжения $\sigma(\epsilon)$, коэффициента упрочнения $\theta(\epsilon) = d\sigma/d\epsilon$ и фрактальной размерности $D(\epsilon)$ в процессе нагружения монокристаллического никеля ($\sigma(\epsilon)$ — эксперимент; $\theta(\epsilon)$, $D(\epsilon)$ — расчетные кривые).

Полагая, что на начальной стадии деформации $\theta_{in} = (d\sigma/d\epsilon)_{in} = 10^{-4}G$ и с учетом того, что $\alpha \sim 0.5$, получаем $k_1 \approx 10^{-4}$.

Для оценки коэффициентов k_0 и k_2 рассмотрим деформацию монокристалла никеля в интервале $0.3 < \epsilon < 1.2$ (рис. 1, кривая $\sigma(\epsilon)$). Полагая для оценки правую часть уравнения (9) постоянной величиной с $D \sim 1.5$, элементарное интегрирование приводит к следующему результату

$$\sigma = \frac{\alpha GM}{k_2} \left(\alpha k_0 \frac{D-1}{D} + k_1 \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{k_2 M \epsilon}{2}\right) \right). \quad (15)$$

Экспериментальная кривая „деформация–напряжение“ для монокристалла никеля в интервале $0.3 < \epsilon < 1.2$ была аппроксимирована функцией

$$\sigma = A(1 - \exp(-B\epsilon)), \quad (16)$$

где соответствующие коэффициенты A и B определяются выражениями

$$A = \frac{\alpha GM}{k_2} \left(\alpha k_0 \frac{D-1}{D} + k_1 \right); \quad B = \frac{k_2 M}{2}. \quad (17)$$

Наилучшее совпадение выражения (16) с экспериментальной кривой „деформация–напряжение“ было получено при значениях параметров $A \approx 346$ МПа и $B \approx 1.133$. Принимая во внимание остальные численные значения для никеля в формулах

$$k_2 = \frac{2B}{M}; \quad k_0 = \frac{D}{\alpha(D-1)} \left(\frac{k_2 A}{\alpha M G} - k_1 \right), \quad (18)$$

которые следуют из выражений (17), мы получили $k_2 \approx 1.333$ и $k_0 \approx 3.1 \cdot 10^{-2}$.

Коэффициент упрочнения $\theta = d\sigma/d\epsilon$ был получен путем численного дифференцирования экспериментальных данных кривой $\sigma(\epsilon)$. Затем, используя эти результаты

и значения кинетических коэффициентов k_0 , k_1 и k_2 , полученные из аппроксимации модели, фрактальная размерность D была определена как функция ϵ . Результаты представлены на рис. 1 для случая монокристалла никеля, ориентированного для легкого скольжения (ось нагружения близка к кристаллографической ориентации [123]).

На стадии I деформации (стадия легкого скольжения) зависимость $\sigma(\epsilon)$ линейна, коэффициент упрочнения $\theta(\epsilon) = d\sigma/d\epsilon$ постоянен. Сдвиг совершается скольжением дислокаций в одной, первичной системе скольжения из источников, которые имелись до начала деформации. Помехи движению дислокаций отсутствуют, длина свободного пробега дислокации велика. Большая часть дислокаций достигает поверхности, образуя на ней ступеньки. Это проявляется в появлении на поверхности линий скольжения [23]. Согласно представленной модели, на этой стадии деформации фрактальная размерность имеет сначала незначительный рост в пределах $d \sim 2.17 \dots 2.20$, а затем при степени деформации $\epsilon \sim 0.18$ вплоть до значений $\epsilon \sim 0.28$ начинается быстрый рост фрактальной размерности до значения $D \sim 2.40$.

На стадии II деформации (стадия множественного скольжения) зависимость $\sigma(\epsilon)$ также близка к линейной, т.е. коэффициент упрочнения $\theta(\epsilon) = d\sigma/d\epsilon$ приблизительно постоянен. Линии скольжения становятся значительно короче, и образуются сложные сплетения дислокаций, которые располагаются вдоль действующих плоскостей скольжения и окружают области, свободные от дислокаций (формируется „ячеистая“ структура) [23]. Согласно представленной модели, на этой стадии деформации (в интервале $0.24 < \epsilon < 0.40$) рост фрактальной размерности несколько замедляется и лежит в диапазоне $D \sim 2.40 \dots 2.50$.

На стадии III деформации, которая контролируется поперечным скольжением дислокаций, зависимость $\sigma(\epsilon)$ приближенно параболическая, коэффициент упрочнения $\theta(\epsilon) = d\sigma/d\epsilon$ убывает. На поверхности начинают возникать грубые полосы скольжения, представляющие собой группы близко расположенных линий. При дальнейшей деформации скольжение сосредоточено преимущественно в полосах скольжения [23]. Максимум на кривой $\sigma(\epsilon)$ в инженерных координатах соответствует началу образования шейки, описываемому в истинных координатах критерием Консидера. Согласно представленной модели, на этой стадии деформации (в интервале $0.40 < \epsilon < 1.30$) фрактальная размерность медленно возрастает в диапазоне $D \sim 2.40 \dots 2.52$, проходит через максимум и далее медленно убывает вплоть до образования шейки.

Наиболее интересным моментом представленной модели является тот факт, что, согласно многочисленным литературным данным, фрактальная размерность после резкого роста должна выходить на некое „плато“, а согласно представленной модели фрактальная размерность продолжает медленно расти и проходит через

максимум, который расположен в области деформации, предшествующей образованию шейки. Можно предположить, что данное положение максимума соответствует моменту начала локализации деформации. Дальнейшая деформация сопровождается трансформацией самоподобных структур с возрастающей степенью порядка и уменьшением фрактальной размерности по мере приближения к шейкообразованию. Можно оценить взаимное расположение максимума фрактальной размерности и положения начала шейкообразования. Заметим, что экстремум функции $D(\varepsilon)$ (12) определяется экстремумом функции

$$G(\varepsilon) = k_2\sigma + \frac{2}{M} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}. \quad (19)$$

Заметим также, что если произведение двух чисел постоянно, то их сумма принимает экстремальное значение, когда сомножители равны. В рассматриваемом случае произведение слагаемых выражения (19) преобразуется к виду

$$k_2\sigma \frac{2}{M} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \sim \sigma \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \sim \rho = \text{const}, \quad (20)$$

что справедливо для рассматриваемого участка кривой нагружения. В таком случае положение абсциссы экстремума фрактальной размерности ε_D будет определяться условием

$$\sigma(\varepsilon_D) = \frac{2}{k_2M} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}(\varepsilon_D), \quad (21)$$

а положение абсциссы начала шейкообразования ε_0 определяется условием Консидера

$$\sigma(\varepsilon_0) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}(\varepsilon_0). \quad (22)$$

Если объединить уравнение кривой нагружения (15) с условиями (21) и (22), то можно получить в явном виде положения экстремума фрактальной размерности и начала шейкообразования, а именно

$$\varepsilon_D = \frac{1}{B} \ln 2 = \frac{2}{k_2M} \ln 2, \quad (23)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{B} \ln(1+B) = \frac{2}{k_2M} \ln\left(1 + \frac{k_2M}{2}\right). \quad (24)$$

Анализируя условия (23) и (24), легко понять, что если $\frac{k_2M}{2} > 1$, то максимум фрактальной размерности достигается раньше момента шейкообразования, в противном же случае — наоборот. Учитывая, что параметр задачи $\frac{k_2M}{2}$ входит под знаком логарифма, можно с достаточной степенью точности утверждать о близости точек ε_D и ε_0 . Стоит отметить, что погрешность проводимых оценок соответствует постановке однопараметрической задачи, которая является сильно упрощенной. И в данном случае мы можем с уверенностью говорить лишь о логарифмической близости точек максимума

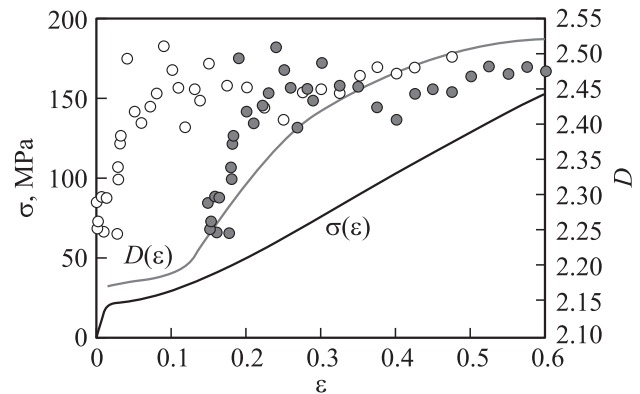


Рис. 2. Сопоставление расчетной кривой фрактальной размерности (рис. 1) с экспериментальными данными Мейсснера и др. [7] (деформация монокристаллического никеля). Экспериментальные данные Мейсснера и др. [7] (белые кружки) сдвинуты вдоль оси абсцисс на величину первой стадии нагружения ($\varepsilon \sim 0.16$).

фрактальной размерности и момента шейкообразования. Говорить при этом о численных соотношениях не вполне корректно.

Представленные графические данные модели эволюции фрактальной размерности имеют важные особенности, опубликованные ранее в литературе:

- стабильность фрактальной размерности на стадии легкого скольжения;
- тенденция к росту по мере увеличения степени деформации.

На рис. 2 приведены экспериментальные данные Мейсснера и др. [7]. Сопоставление полученной нами кривой нагружения монокристаллического никеля (рис. 1, кривая $\sigma(\varepsilon)$) и кривой нагружения, представленной в работе [7], показывает, что для сравнения экспериментов настоящей работы и работы [7] целесообразно сдвинуть экспериментальную кривую деформации Мейсснера и др. на величину деформации первой стадии нагружения ($\varepsilon \sim 0.16$), поскольку в работе [7] она является практически вырожденной, а в нашем случае хорошо выражена. Сдвиг данных Мейсснера и др. приводит к хорошему совпадению экспериментальных результатов с результатами модели, описывающей поведение фрактальной размерности (рис. 2).

Более того, нами были проведены независимые измерения фрактальной размерности деформированной поверхности на образцах поликристаллической меди чистоты 99.98%, отожженных при температуре 1077 К в течение 2 h в вакууме. Образцы для механических испытаний были подготовлены в соответствии со стандартом ASTM E08-91. Длина рабочей части образцов составляла 10 mm. Образцы были механически отшлифованы и подвергнуты электролитической полировке до зеркальной поверхности. Скорость деформации, рассчитанная из скорости перемещения траверсы испытательной

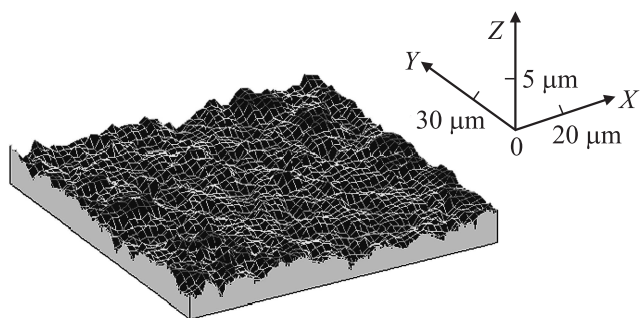


Рис. 3. Типичный профиль поверхности, полученный с помощью интерференционного микроскопа SWLI Nikon MicroMap.

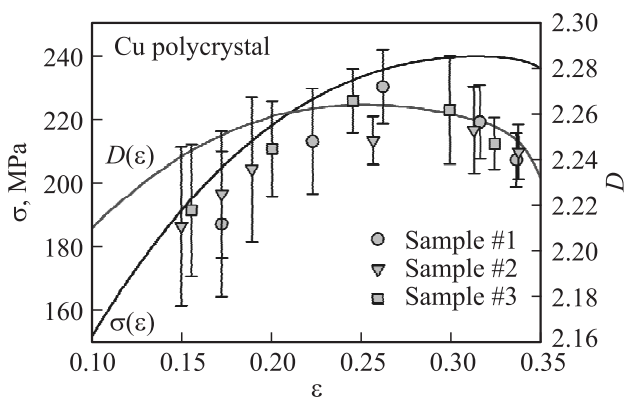


Рис. 4. Поведение напряжения $\sigma(\varepsilon)$ и фрактальной размерности $D(\varepsilon)$ в процессе нагружения поликристаллической меди (сплошная линия — результаты модели, символы — экспериментальные данные).

машины, составляла $6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Топография поверхности исследовалась при различных значениях степени деформации образцов с помощью интерференционного микроскопа (SWLI) Nikon MicroMap, имеющего разрешение вдоль осей X и Y порядка 500 nm и вертикальное разрешение вдоль оси Z менее 1 nm. Исследуемая площадь в плоскости X–Y была $0.12 \times 0.12 \text{ mm}^2$. Типичный профиль поверхности, полученный с помощью интерференционного микроскопа, представлен на рис. 3. Для измерений фрактальной размерности испытания останавливались при различных уровнях деформации, образец демонтировался из захватов машины и переносился на оптический стол микроскопа. Измерение фрактальной размерности при достигнутой деформации проводилось по пяти пространственно разделенным изображениям, выбранным случайным образом, в средней части исследуемого образца. Три идентичных образца деформировались при одних и тех же условиях нагружения для сопоставления повторяемости результатов.

Существует большое количество способов анализа профиля поверхности [24]. Различные методики в приложениях к процессам пластической деформации и разрушения достаточно подробно излагаются в работах [5] и [25]. В настоящей работе использовался

метод „вложенных кубов“, который применялся для обработки полученного трехмерного профиля $Z(x, y)$. При длине ребра куба r подсчитывалось количество кубов $N(r)$, которые содержат хотя бы один элемент профиля поверхности. Кубы на краях профиля не учитывались. Процесс повторялся для кубов с различной длиной ребра r . Степенная функция определяла размерность последовательности вложенных кубов D_B как $D_B = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}$. Наклон кривой в координатах $\ln N(r)$ и $\ln(1/r)$ давал фрактальную размерность. Все вычисления были выполнены в программе MATLAB.

Результаты измерений для поликристаллической меди представлены на рис. 4. Экспериментальные точки различной формы соответствуют трем различным образцам. Погрешность экспериментальных точек соответствует стандартному отклонению фрактальной экспоненты, полученной с различных участков поверхности при одной и той же степени деформации. Видно, что экспериментальные результаты в пределах погрешности достаточно хорошо согласуются с модельной кривой фрактальной размерности.

Кроме того, на рис. 5 результаты представленной модели сравниваются с данными Цайзера и др. [4] для аналогичного поликристалла меди. Видно, что результаты [4] также согласуются с модельной кривой эволюции фрактальной размерности при деформации поликристалла меди.

Следует отметить, что подобное поведение фрактальной размерности (рост, прохождение через максимум, затем слабое спадание) было продемонстрировано экспериментально в работе Хирата и др. [26], что также свидетельствует в пользу представленной модели эволюции фрактальной размерности структуры деформируемого твердого тела при анализе кинетики дислокаций в однопараметрическом приближении.

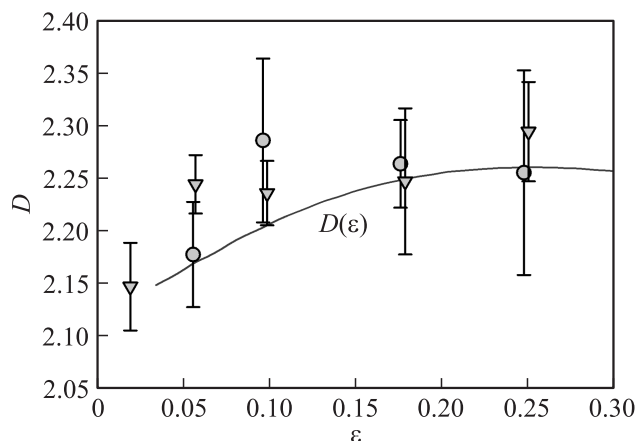


Рис. 5. Сопоставление расчетной кривой фрактальной размерности $D(\varepsilon)$ для меди с экспериментальными данными Цайзера и др. [4], полученными при деформации поликристаллической меди (кружки — измерение фрактальной размерности методом атомно-силовой микроскопии, треугольники — методом световой интерферометрии).

Таким образом, можно заключить, что представленный подход к моделированию эволюции самоподобных структур на основе однопараметрического уравнения кинетики дислокаций, несмотря на свою простоту, правильным образом отражает основные закономерности изменения фрактальной размерности поверхности при деформации кристаллов, наблюдаемые в эксперименте. Важно отметить и ценность модели как аналитического инструмента предсказания начала макроскопической неустойчивости пластического течения путем шейкообразования.

Список литературы

- [1] В.А. Лихачёв, В.Е. Панин, Е.Э. Засимчук, В.И. Владимиров, А.Е. Романов, В.В. Горский, С.И. Селицер, С.А. Фирстов, К.П. Рябошапка. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. Наук. думка, Киев (1989). 320 с.
- [2] Г. Николис, И. Пригожин. Самоорганизация в неравновесных системах. Мир, М. (1979). 512 с.
- [3] В.В. Mandelbrot. The fractal geometry of nature / Ed. W.H. Freeman et al. N.Y. (1983). 497 p.
- [4] M. Zaiser, F.M. Grasset, V. Koutsos, E.C. Aifantis. Phys. Rev. Lett. **93**, 195 507 (2004).
- [5] M. Zaiser, K. Bay, P. Hähner. Acta Mater. **47**, 2463 (1999).
- [6] M. Zaiser. Adv. Phys. **55**, 185 (2006).
- [7] O. Meissner, J. Schreiber, A. Schwab. Appl. Phys. A **66**, S1113 (1998).
- [8] V. Korsukov, P. Butenko, A. Chmel. Europhys. Lett. **90**, 26 007 (2010).
- [9] В.И. Бетехтин, П.Н. Бутенко, В.Л. Гиляров, А.Г. Кадомцев, В.Е. Корсуков, М.М. Корсукова, Б.А. Обидов. ФТТ **50**, 1800 (2008).
- [10] В.Л. Гиляров, М.С. Варкентин, В.Е. Корсуков, М.М. Корсукова, В.С. Куксенко. ФТТ **52**, 1311 (2010).
- [11] P.V. Kuznetsov, V.E. Panin, J. Schreiber. Theor. Appl. Fract. Mechan. **35**, 171 (2001).
- [12] I. Prigogine. Introduction to thermodynamics of irreversible processes / Interscience Publishers. N.Y. (1961). 167 p.
- [13] M. Huang, P.E.J. Rivera-Díaz-del-Castillo, O. Bouaziz, S. van der Zwaag. Mater. Sci. Technol. **24**, 495 (2008).
- [14] A. Vinogradov, I.S. Yasnikov, Y. Estrin. Phys. Rev. Lett. **108**, 205504 (2012).
- [15] H. Mecking, U.F. Kocks. Acta Met. **29**, 1865 (1981).
- [16] Y. Estrin, H. Mecking. Acta Met. **32**, 57 (1984).
- [17] U.F. Kocks, H. Mecking. Progr. Mater. Sci. **48**, 171 (2003).
- [18] Г.А. Малыгин. УФН **169**, 979 (1999).
- [19] Г.А. Малыгин. ФТТ **49**, 961 (2007).
- [20] G. Ananthakrishna. Phys. Rep. **440**, 113 (2007).
- [21] L.P. Kubin, C. Fressengeas, G. Ananthakrishna. Dislocation in Solids. Ch. 57. Collective Behaviour of Dislocations in Plasticity. Elsevier Science (2002). P. 101.
- [22] P. Hähner, K. Bay, M. Zaiser. Phys. Rev. Lett. **81**, 2470 (1998).
- [23] С.С. Горелик, С.В. Добаткин, Л.М. Капуткина. Рекристаллизация металлов и сплавов. МИСиС, М. (2005). 432 с.
- [24] K. Stout, L. Blunt. Three-dimensional surface topography. Penton, London (2000).
- [25] B. Dubuc, J.F. Quiniou, C. Roques-Carmes, C. Tricot, S.W. Zucker. Phys. Rev. A **39**, 1500 (1989).
- [26] T. Hirata, T. Satoh, K. Ito. Geophysical J. Roy. Astronom. Soc. **90**, 369 (1987).