

01;05

# Пиннинг вихрей и проникновение магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 26 декабря 2006 г.)

Во всем диапазоне значений параметра пиннинга  $I$  проведен расчет максимального поля мейсснеровского режима  $H_S$  и поля перегрева  $H'_{C1}$ , после которого вихри начинают проникать в контакт. Исследована устойчивость возможных конфигураций. Показано, что  $H_S = H'_{C1}$  при всех значениях  $I$ .

Исследована возможность существования в контакте одиночного вихря с центром в крайней ячейке. При  $I > 3.69$  такой вихрь может существовать даже при нулевом внешнем магнитном поле. При  $1.48 < I < 3.69$  это возможно только при внешнем поле в диапазоне от некоторого  $H_V$  до  $H_S$ . При  $I < 1.48$  такой вихрь не может существовать ни при каких условиях.

Из равенства значений  $H_S$  и  $H'_{C1}$  при всех  $I$  делается вывод о том, что при любой природе пиннинга проникновение вихрей в любую джозефсоновскую среду обусловлено необходимостью удовлетворения условий квантования потока или флюксоида. Игруют роль не силы пиннинга вихрей на каких-то дефектах среды, а квантовые требования, выполнение которых происходит не в согласии с условиями равновесия вихрей, равенства сил и т.п., а специфическими квантовыми способами.

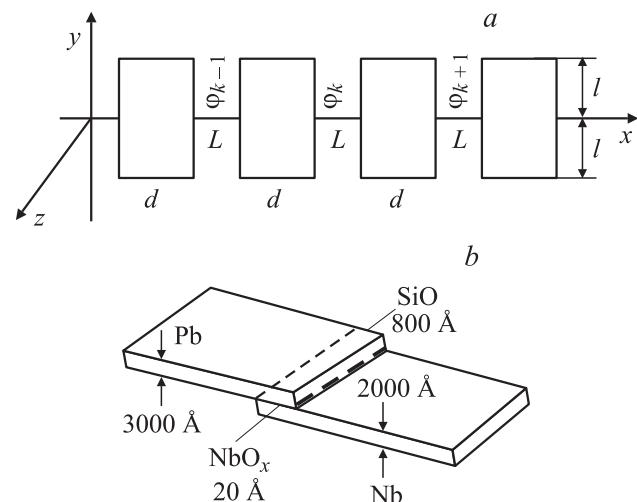
PACS: 03.75.Lm, 47.32.-y

## Введение

В последние годы внимание теоретиков и экспериментаторов привлекла проблема проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с возникшим интересом к искусственным структурам такого типа [1], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. С другой стороны, эта задача представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены, в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена вполне точно, что позволяет рассчитать структуру вихрей, найти значения энергии и силы пиннинга, проверить правильность модели Бина, а также понять различные детали происходящих процессов.

Периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость  $xz$ ) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси  $z$  полосами диэлектрика толщиной  $2l$  вдоль оси  $y$  и шириной  $d$  вдоль оси  $x$ , периодически расположенными вдоль оси  $x$  на расстоянии  $L$  друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси  $z$ . На рис. 1, *b* изображена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [1]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами

контакта медленно меняется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачком. Обозначим усредненное по  $k$ -му участку между полосами значение скачка через  $\varphi_k$  (рис. 1, *a*). Распределение величин  $\varphi_k$  описывает установившееся токовое состояние и является решением поставленной задачи. Оно может быть мейсснеровским, когда благодаря приграничным экранирующим токам внешнее магнитное поле полностью компенсируется внутри контакта, а может и смешанным, когда внутри контакта устанавливается последовательность вихрей, что соответствует частичному проникновению магнитного поля.



**Рис. 1.** *a* — модель периодически модулированного джозефсоновского контакта; *b* — структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта.

Хорошо известно, что в отсутствие пиннинга ( $I \ll 1$ ) при некотором значении внешнего поля  $H_{C1}$  потенциалы Гиббса периодической последовательности вихрей и мейсснеровского состояния равны друг другу. При полях, больших  $H_{C1}$ , вместо мейсснеровского состояния в контакте устанавливается последовательность вихрей как энергетически более выгодная. При учете пиннинга ситуация усложняется. В работе [2] показано, что существует критическое значение параметра пиннинга  $I_C = 3.369$ , определяющее режим проникновения магнитного поля в контакт. При  $I < I_C$  существует пороговое значение магнитного поля  $\tilde{H}_{C1}$ , при превышении которого вихри заполняют сразу весь контакт, как это происходит в сверхпроводниках II рода. В работе [3] показано, что значение  $\tilde{H}_{C1}$  не соответствует равенству потенциалов Гиббса периодической последовательности вихрей и мейсснеровского состояния. Оно зависит от параметра пиннинга  $I$  и превышает величину  $H_{C1}$ , причем при достижении внешним полем значения  $\tilde{H}_{C1}$  на основной кривой намагничивания возникает скачок. Если  $I > I_C$ , то вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в контакте линейно убывает от границы внутрь, т.е. ситуация аналогична сверхпроводнику III рода.

Однако на самом деле ситуация иная, поскольку даже при отсутствии пиннинга для вхождения внутрь контакта вихри должны преодолеть некий барьер [4], связанный с взаимодействием их с границей контакта. Обозначим через  $H_S$  верхнюю границу напряженности внешнего магнитного поля  $H_e$ , при котором экранирующие токи, протекающие в тонком приповерхностном слое, могут скомпенсировать внешнее поле внутри контакта, в результате чего и имеет место эффект Мейсснера. Поскольку  $H_S > H_{C1}$ , то в принципе это означает, что мейсснеровское состояние может существовать в метастабильном состоянии и выше поля  $H_{C1}$  ( $H_{C1} < H_e < H_S$ ), т.е. возникает возможность перегрева мейсснеровского состояния до поля  $H'_{C1} > H_{C1}$ . Известно [4], что в отсутствие пиннинга (при  $I \ll 1$ ) поле перегрева  $H'_{C1}$  совпадает с  $H_S$ . Как обстоит дело при немалых значениях  $I$ ? Определим  $H'_{C1}$  как максимальное поле, при котором может существовать одиночный вихрь с центром в ближайшей к границе контакта ячейке ( $m = 1$ ). Если с ростом поля такой одиночный вихрь уже не может существовать, то это значит, что он сдвигается в глубь контакта, или, иными словами, начинается проникновение вихрей в контакт.

При этом возникает следующий принципиальный вопрос. Если при каких-то значениях  $I$  окажется  $H'_{C1} > H_S$ , то каким образом компенсируется внешнее поле внутри контакта вдали от его границы, ведь приграничные токи не могут создать поле, большее  $H_S$ ? Ответом могло бы оказаться какое-то нетривиальное распределение сверхпроводящих и нормальных областей в контакте, например, мгновенный переход в нормальное состояние и последующее установление цепочки вихрей по всей длине контакта. Такие скачкообразные изменения нередки в физике сверхпроводников, достаточно вспомнить

установление промежуточного состояния или разбиение цилиндрического образца на области при протекании токов, превышающих критические, в сверхпроводниках первого рода.

Для нахождения ответов на поставленные вопросы в настоящей работе проводится анализ мейсснеровской (безвихревой) конфигурации, а также конфигурации с одним вихрем с центром в крайней ячейке при различных значениях параметра пиннинга  $I$  и внешнего магнитного поля  $H_e$ . Изучение условий существования таких структур позволяет найти значения  $H_S$  и  $H'_{C1}$ .

## Теоретический анализ

В работе [2] показано, что в каждой ячейке должно быть выполнено условие квантования флюксоида

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_{m-1} - \varphi_m = 0 \quad (-2\pi), \quad (1)$$

где  $\varphi_m$  — разность фаз между верхним и нижним берегами соответствующего джозефсоновского контакта;  $\Phi_m$  — полный магнитный поток через  $m$ -ю ячейку;  $\Phi_0$  — квант магнитного потока; число  $(-2\pi)$  появляется в правой части только для ячейки с  $m = 1$  в случае вихря.

Магнитный поток через  $m$ -ю ячейку можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \mu_0 H S = \mu_0 S \left( \sum_{k=0}^m j_k L + H_e \right) \\ &= \mu_0 L S j_C \sum_{k=0}^m \sin \varphi_k + \Phi_e, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $j_C$  — критическая плотность тока,  $H_e$  и  $\Phi_e$  — соответственно напряженность внешнего магнитного поля и его магнитный поток через ячейку площадью  $S = 2ld$ . Подставив (2) в (1) для различных  $m$  и вычтя из уравнения для  $(m-1)$ -го контакта уравнение для  $m$ -го, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 - 2\varphi_1 + \varphi_2 &= I \sin \varphi_1 \quad (-2\pi), \\ \varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} &= I \sin \varphi_m, \quad (m > 1), \\ \varphi_0 - \varphi_1 &= -I \sin \varphi_0 + h \quad (-2\pi), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $I = 2\pi\mu_0 L S j_C / \Phi_0$  — так называемый параметр пиннинга,  $h = 2\pi\Phi_e / \Phi_0 = 2\pi H_e / H_0$  — нормированная напряженность внешнего поля,  $H_0 = \Phi_0 / \mu_0 S$  — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью  $S$  проходит один квант магнитного потока  $\Phi_0$ .

Последнее уравнение в (3) — это условие (1) для  $m = 1$ . Члены  $(-2\pi)$  в 1-м и 3-м уравнениях появляются только в случае вихря с центром в 1-й ячейке. Если в этом случае принять за новое значение  $\varphi_0$  величину  $\varphi_0 + 2\pi$ , то система (3) будет иметь один и тот же вид и для мейсснеровского состояния, и для вихря в крайней ячейке.

### 1) Немалые значения $I$

При немалых значениях  $I$  ( $I > 1$ ) все величины  $\varphi_m$ , кроме  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$ , малы,  $\sin \varphi_m \approx \varphi_m$  при  $m > 1$ , система (3) для  $m > 1$  линеаризуется и ее решение имеет вид [5]

$$\varphi_m = \varphi_1 \gamma^{m-1}, \quad (4)$$

где  $\gamma = 1 + I/2 - \sqrt{I + I^2/4}$  — решение характеристического уравнения  $\gamma^2 - (2 + I)\gamma + 1 = 0$ .

Подставив (4) в первое и третье уравнения (3), получим следующую систему уравнений для нахождения  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$ :

$$\varphi_0 = \varphi_1(2 - \lambda) + I \sin \varphi_1, \quad (5)$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + I \sin \varphi_0 - h. \quad (6)$$

На рис. 2 приведены графики, описываемые функциями (5) (кривая 1) и (6) (кривая 2). Их точки пересечения  $A, B$  и  $C$  дают комбинации возможных

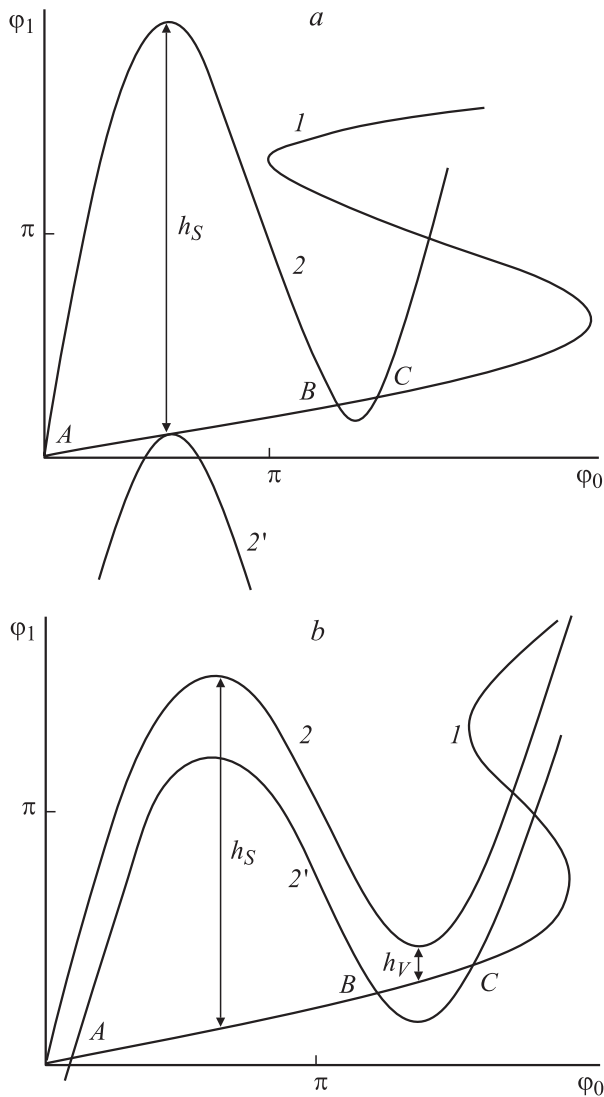


Рис. 2. Графическое решение уравнений (5) и (6).

значений  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$ . Параметр  $h$ , т.е. внешнее магнитное поле, равен величине смещения одной из кривых по ординате. Изменяя значение  $h$ , можно исследовать диапазон полей, в которых могут существовать исследуемые конфигурации. Рассмотрим случай большого  $I$  ( $I = 4$ , рис. 2,  $a$ ). Точка пересечения кривых  $A$  соответствует мейснеровской (безвихревой) конфигурации, а  $B$  и  $C$  — двум возможным конфигурациям вихрей [5] с центром в крайней ячейке (далее будет показано, что состояние, соответствующее точке  $B$ , неустойчиво). С увеличением  $h$  одна из кривых опускается, при этом точки пересечения, соответствующие мейснеровскому ( $A$ ) и неустойчивому вихревому состоянию ( $B$ ), сближаются. При некотором значении  $h = h_S$  они совпадают (кривая 2') и далее пересечения кривых отсутствуют, т.е. нет ни мейснеровского решения, ни вихревого. Значение  $h_S$  соответствует внешнему полю  $H_S$ . Вышесказанное относится ко всем рассматриваемым значениям  $I$  ( $I > 1$ ). При больших значениях  $I$  имеем  $\varphi_1 \approx \varphi_0 \gamma$  и, найдя максимум величины  $h$  как функции  $\varphi_0$ , получим, что  $h_S$  асимптотически стремится к  $(I + \pi/2 - 0.82/I)$ .

Из рис. 2,  $b$  ( $I = 3$ ) можно видеть, что в области малых полей есть только одно возможное решение (точка  $A$ ). Оно соответствует безвихревому состоянию. Но начиная с некоторого значения  $h_V$  возникают еще два решения ( $B$  и  $C$ ), которые соответствуют двум возможным вихревым конфигурациям. Назовем соответствующее поле  $H_V$ . Наличие таких решений легко понять. На вихрь действуют три силы: притяжение к границе — взаимодействие с зеркальным отражением вихря, отталкивание внешним магнитным полем и сила пиннинга. При не очень больших  $I$  сила притяжения вихря к его зеркальному отражению относительно велика, а сила пиннинга мала. Поэтому вихрь не может удержаться без помощи магнитного поля. Если внешнее поле превышает  $H_V$ , то вихрь с центром в крайней ячейке может существовать. Но если поле чересчур велико ( $H_e > H_S$ ), то оно преодолевает и силу пиннинга, и притяжение к границе, вихрь заталкивается в глубь контакта. С ростом  $I$  вихрю требуется все меньшее магнитное поле, чтобы удержаться в первой ячейке, и, наконец, при  $I > 3.69$  он может существовать и при нулевом внешнем поле ( $H_V = 0$ ). Отметим, что это значение  $I$  в точности соответствует его величине [5], необходимой для того, чтобы два противоположно ориентированных вихря могли удержаться на расстоянии двух ячеек между центрами, как и следовало ожидать.

Из вышесказанного следует, что состояние с одним вихрем в крайней ячейке становится невозможным одновременно с мейснеровским, т.е. вихри начинают проникать в глубь контакта при внешнем поле  $H_S$ , или, иными словами,  $H'_{C1} = H_S$ . Отсюда следует ответ на поставленный ранее вопрос: до поля  $H_S$  экранирующие мейснеровские токи компенсируют внешнее поле внутри контакта, а при больших полях вихри начинают продвигаться от границы внутрь, при этом увеличивается толщина приграничного слоя, в котором протекают

экранирующие токи, т.е. увеличивается максимальное значение поля, которое может быть скомпенсировано.

Для кривых с меньшими  $I$  утверждение о существовании поля  $H_S$ , выше которого решений нет, остается верным. Существование поля  $H_V$ , ниже которого нет вихревого решения, а выше — есть, не является столь очевидным. Дело в том, что при достаточно малых  $I$  пересечение кривых происходит в точках, в которых предположение о малости всех величин  $\varphi_m$ , кроме  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$ , перестает быть верным. Значение  $\varphi_2 = \varphi_1 \gamma$  уже не мало, например, при  $I = 1.2$  имеем  $\gamma = 0.35$ , а  $\varphi_1$  в точках пересечения лежит в диапазоне от 2 до 4, так что  $\sin \varphi_2$  уже нельзя считать равным  $\varphi_2$ . Поэтому предложенный подход несправедлив, истинные кривые в области возможного пересечения могут выглядеть иначе. В частности, точные кривые могут и не иметь пересечений. Поэтому вопрос о существовании и величине  $H_V$  должен решаться рассмотрением точного решения.

При этом возникает еще один вопрос: если при полях в интервале  $H_V < H_e < H_S$  есть три возможных конфигурации (точки  $A, B, C$ ), то какая из них реализуется? Для ответа надо исследовать устойчивость различных состояний.

## 2) Анализ устойчивости

Потенциал Гиббса конфигурации записывается в виде

$$G = E - \int BH_e dV = \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 \mu_0 l d} \times \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{1}{2} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + I(1 - \cos \varphi_i) - (\varphi_i - \varphi_{i+1})h \right). \quad (7)$$

Отметим, что система уравнений (3) может быть получена из условий минимума потенциала Гиббса  $\partial G / \partial \varphi_m = 0$ .

Запишем выражение для приращения потенциала Гиббса (7) при наборе вариаций  $\delta \varphi_k$  (первые производные равны нулю, согласно (3))

$$\delta G = \sum_{k,m} \frac{\partial^2 G}{\partial \varphi_k \partial \varphi_m} \delta \varphi_k \delta \varphi_m. \quad (8)$$

Будем далее считать  $\varphi_k$ , достаточно удаленные от границы ( $k \geq N+1$ ), равными нулю. Тогда матрица квадратичной формы (8) станет конечной и примет вид, приведенный на рис. 3, *a*. Прибавим ко второй строке первую, умноженную на  $1/(2 + \cos \varphi_N)$ , далее к третьей строке — получившуюся вторую, умноженную на  $1/(2 + \cos \varphi_{N-1})$ , и так далее. Полученная матрица, все элементы которой ниже диагонали равны нулю, представлена на рис. 3, *b*. Диагональные элементы вычисляются по рекуррентному закону

$$a_N = 2 + I \cos \varphi_N; \quad a_{n-1} = 2 + I \cos \varphi_{n-1} - 1/a_n \quad (n \geq 2); \\ a_0 = 1 + I \cos \varphi_1 - 1/a_1. \quad (9)$$

*a*

$2 + I \cos \varphi_N$	...	0	0	0	0
...	...	...	...	...	...
0	...	$2 + I \cos \varphi_3$	-1	0	0
0	...	-1	$2 + I \cos \varphi_2$	-1	0
0	...	0	-1	$2 + I \cos \varphi_1$	-1
0	...	0	0	-1	$1 + I \cos \varphi_0$

*b*

$a_N$	...	0	0	0	0
...	...	...	...	...	...
0	...	$a_3$	-1	0	0
0	...	0	$a_2$	-1	0
0	...	0	0	$a_1$	-1
0	...	0	0	0	$a_0$

Рис. 3. Матрица квадратичной формы (8): *a* — исходная, *b* — после преобразований.

Определитель матрицы, имеющий все нулевые элементы ниже диагонали, равен произведению всех диагональных элементов. Из отрицательности как минимум одного диагонального элемента следует, что квадратичная форма (8) не является положительно определенной, т.е. энергия в этой точке не имеет локального минимума. Это значит, что данная конфигурация является неустойчивой.

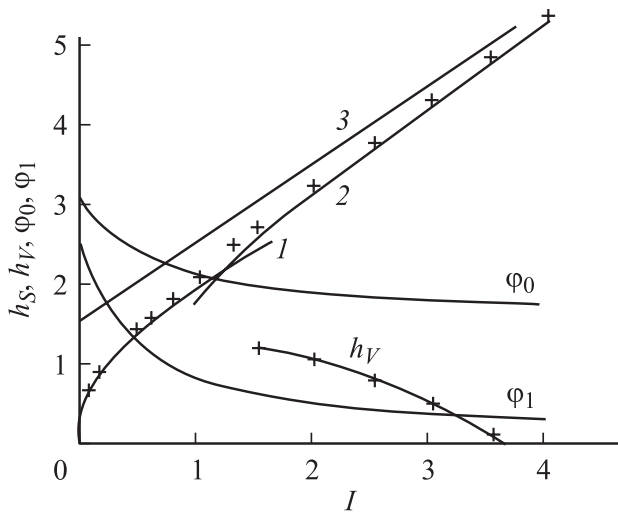
Выбрав достаточно большое значение  $N$  и проведя вычисления по алгоритму (9) с использованием значений  $\varphi_k$ , полученных в результате точного компьютерного расчета, можно убедиться, что все  $a_n$ , кроме  $a_0$ , положительны. Таким образом, устойчивость конфигурации определяется знаком  $a_0$ .

## 3) Точное решение при любых $I$

Найдем точное решение системы (3). Представим ее в виде рекуррентного закона

$$\varphi_{m+1} = 2\varphi_m - \varphi_{m-1} + I \sin \varphi_m \quad (m \geq 1). \quad (10)$$

Задаваясь значениями  $\varphi_0$ , будем искать соответствующие им возможные значения  $\varphi_1$ , при которых существует решение в виде монотонно убывающей с ростом  $m$  комбинации значений  $\varphi_m$  ( $m > 1$ ). Из уравнения (6) найдем соответствующее полученному решению значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля  $h$ . Максимально возможное значение  $h$  и будет соответствовать  $H_S$  при выбранном  $I$ . Кроме того, проанализировав множество решений, мы сможем найти и величину  $H_V$  для выбранного  $I$ . Одновременно



**Рис. 4.** Зависимости  $h_S$  и  $h_V$ , а также  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$ , соответствующие  $h_S$ , от  $I$ . Крестиками обозначены результаты расчета  $h_S$  и  $h_V$ . Кривая 1 —  $2\sqrt{I}$ , 2 —  $(\pi/2 + I - 0.82/I)$ , 3 —  $(\pi/2 + I)$ .

будем находить значение  $a_0$  для анализа устойчивости полученного решения.

На рис. 4 приведены графики зависимостей  $h_S$ , а также соответствующих  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$  от  $I$ . Отметим, что слева от этих  $\varphi_0$  (при меньших значениях)  $a_0$  положителен, а справа — отрицателен. Проанализировав рис. 2, из знаков  $a_0$  можно сделать вывод, что вихревые конфигурации, соответствующие левому пересечению кривых (точка A), устойчивы, а правые (точка B) — нет.

Исследуем вопрос о существовании поля  $H_V$ , ниже которого нет вихревого решения, а выше — есть. Если пересечения B и C есть уже при  $h = 0$  (рис. 2, a), то вихрь с центром в крайней ячейке существует при отсутствии внешнего магнитного поля. Как видно из рис. 2, в этом случае величина  $h$  при каких-то  $\varphi_0$  отрицательна. Если реализуется режим с  $H_V$ , т.е. пересечения B и C возникают только при  $h > 0$  (рис. 2, b), то  $h = h_V$  соответствует минимуму зависимости  $h(\varphi_0)$ . Если такого минимума нет, то пересечения отсутствуют при любых  $h > 0$ , и вихрь с центром в крайней ячейке не может существовать ни при каких полях.

Проанализировав полученный набор решений по этому критерию, можно обнаружить, что при  $I > 3.69$  величина  $h$  отрицательна при некоторых значениях  $\varphi_0$ , при  $1.48 < I < 3.69$  величина  $h$  всегда больше нуля, но имеется минимум, а при  $I < 1.48$  минимум отсутствует. Зависимость  $h_V$  от  $I$  приведена на рис. 4. Значение 3.69 в точности соответствует результату, полученному ранее в приближенном подходе. Отметим также, что слева от минимума (при меньших  $\varphi_0$ )  $a_0 < 0$ , а справа —  $a_0 > 0$ , что говорит об устойчивости точки C и неустойчивости точки B. Таким образом, режим  $H_V$  реализуется только в диапазоне  $1.48 < I < 3.69$ . При  $I < 1.48$  вихрь с центром в крайней ячейке не может существовать ни при каких полях. Как этот факт согласуется с приведенным

ранее рассуждением о возможном равновесии вихря под действием сил притяжения к зеркальному отражению, отталкивания внешним полем и пиннинга?

Рассмотрение вихря как некоторого шарика в фиксированной потенциальной яме (определяющей пиннинг), на который действуют внешние силы, неправомерно. Вихрь имеет форму, изменяющуюся в соответствии с внешними условиями. Поэтому меняется и пиннинг, т.е. форма „потенциальной ямы“. Ситуацию можно сравнить со склоном горы, в котором сделана ямка, а действие внешних сил проявляется в изменении глубины ямки. В какой-то момент она становится равной нулю, так что „шарик“ уже не может удерживаться.

#### 4) Малые значения $I$

При малых значениях параметра  $I$  ( $I \ll 1$ ) распределение становится квазинепрерывным и система (3) преобразуется в дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = I \sin \varphi, \quad (11)$$

где  $x$  измеряется в единицах  $L$ . Решение (4) при граничном условии  $\varphi(0) = \varphi_0$  имеет вид

$$\varphi = 4 \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{4} \exp(x\sqrt{I}) \right). \quad (12)$$

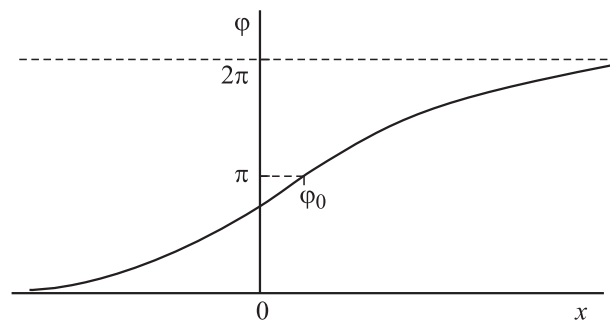
Универсальная кривая, изображающая это решение при любых значениях  $\varphi_0$ , приведена на рис. 5. Для получения решения с конкретным  $\varphi_0$  нужно разместить границу в том месте кривой, где  $\varphi = \varphi_0$ . Значение нормированной напряженности магнитного поля равно

$$h = \frac{d\varphi}{dx} = 2\sqrt{I} \sin(\varphi_0/2). \quad (13)$$

Таким образом, максимальное значение напряженности поля у границы контакта, при котором реализуется мейсснеровское решение, определяется выражением

$$h_S = 2\sqrt{I}. \quad (14)$$

На рис. 4 приведен график функции (14). Он хорошо описывает начальный участок кривой  $h_S(I)$ .



**Рис. 5.**

## Результаты и их обсуждение

Анализ устойчивости конфигураций показывает, что мейсснеровское состояние устойчиво во всем диапазоне своего возможного существования, т.е. пока внешнее поле меньше значения  $H_S$ . Отсюда можно сделать вывод о том, что во всем диапазоне значений  $I$  максимальное поле мейсснеровского режима  $H_S$  и поле перегрева  $H'_{C1}$ , после которого вихри начинают проникать в контакт, равны друг другу. При малых значениях  $I$   $h_S = h'_{C1} = 2\sqrt{I}$ , а при больших — выходят на асимптоту  $I + \pi/2$ .

При  $I > 3.69$  в контакте может существовать вихрь с центром в крайней ячейке даже при нулевом внешнем магнитном поле. При  $1.48 < I < 3.69$  такой вихрь может существовать только при внешнем поле в диапазоне от некоторого  $H_V$  до  $H_S$ . При  $I < 1.48$  одиночный вихрь с центром в крайней ячейке не может существовать ни при каких условиях. Однако при тех же полях в контакте может существовать и мейсснеровское состояние. Какое из них реализуется, определяется предысторией. В частности, при первом монотонном увеличении поля от нуля естественным образом начинает образовываться мейсснеровское состояние, а поскольку оно устойчиво относительно малых флуктуаций, то именно оно и будет сохраняться во всем диапазоне полей до  $H_S$ .

Равенство значений  $H_S$  и  $H'_{C1}$  при всех  $I$  не может оказаться случайным. Ведь эти величины определяются на первый взгляд различными механизмами: а) возникновением экранирующих токов и б) пиннингом образующихся вихрей. Казалось бы, увеличив каким-либо способом зацепление (пиннинг) вихрей, можно было бы увеличить поле перегрева  $H'_{C1}$  до значений выше  $H_S$ . Однако, как видно, это не так. Отсюда можно сделать очень важный вывод. Какова бы ни была природа пиннинга, проникновение вихрей в контакт происходит в связи с необходимостью удовлетворения условий квантования флюксоида. Иначе говоря, играют роль не силы зацепления вихрей за какие-то дефекты среды, а квантовые требования, выполнение которых происходит не в согласии с условиями равновесия вихрей, равенства сил и т.п., а специфическими квантовыми способами, которыми осуществляется, например, установление промежуточного состояния в сверхпроводниках I рода, когда в какой-либо его точке магнитное поле начинает превышать критическое, или разбиение цилиндрического образца на области при протекании по нему тока, превышающего критический. Вообще, говоря, этого следовало ожидать по следующим соображениям.

В сплошном однородном сверхпроводнике I рода имеет место эффект Мейсснера за счет экранирующих поверхностных токов, в результате чего поле внутри сверхпроводника отсутствует. При достижении полем критического значения весь образец переходит в нормальное состояние и остается в нем. Как должен вести

себя рассматриваемый длинный джозефсоновский контакт при достижении внешним полем значения  $H_S$ ? Для самих сверхпроводников это поле меньше критического, поэтому они не могут перейти в нормальное состояние. Но выталкивать поле из центральной области нужно, а экранирующие токи не могут это сделать. Тогда джозефсоновские связи на мгновение рассинхронизируются, и поле может скачком проникнуть внутрь, после чего в ячейках установятся магнитные потоки, причем токи в самих контактах должны будут лишь корректировать эти магнитные потоки до выполнения условий квантования флюксоида. При этом когерентность контактов восстанавливается, но теперь образец уже содержит некий набор вихрей: в зависимости от условий либо рельеф вблизи границы, либо бесконечную последовательность. В этом механизме нет места постепенному заталкиванию вихрей в контакт, как это обычно предполагается. Что очень важно, такой же механизм имеет место и в трехмерных джозефсоновских средах. При поле, большем  $H_S$ , экранирующие токи в тонком слое не могут обеспечить компенсацию поля внутри образца. Тогда образуются вихри вблизи поверхности, что увеличивает толщину слоя, в котором текут экранирующие токи, в результате чего поле в глубине образца будет скомпенсировано.

Отметим, что сам процесс изменения числа вихрей в сверхпроводящем образце является квантовым переходом между состояниями с различными числами квантов магнитного потока. Обычно мы не анализируем процесс перехода, а рассматриваем уже установившиеся состояния. Иными словами, решаем стационарное уравнение Шредингера, в то время как процесс перехода описывается нестационарным.

## Заключение

Во всем диапазоне значений параметра пиннинга  $I$  проведен расчет максимального поля мейсснеровского режима  $H_S$  и поля перегрева  $H'_{C1}$ , после которого вихри начинают проникать в контакт. Исследована устойчивость возможных конфигураций. Показано, что  $H_S = H'_{C1}$  при всех значениях  $I$ .

Исследована возможность существования в контакте одиночного вихря с центром в крайней ячейке. При  $I > 3.69$  такой вихрь может существовать даже при нулевом внешнем магнитном поле. При  $1.48 < I < 3.69$  это возможно только при внешнем поле в диапазоне от некоторого  $H_V$  до  $H_S$ . При  $I < 1.48$  такой вихрь не может существовать ни при каких условиях.

Из равенства значений  $H_S$  и  $H'_{C1}$  при всех  $I$  делается вывод о том, что при любой природе пиннинга проникновение вихрей в любую джозефсоновскую среду происходит в связи с необходимостью удовлетворения условий квантования флюксоида. И играют роль не силы пиннинга вихрей на каких-то дефектах среды, а

квантовые требования, выполнение которых происходит не в согласии с условиями равновесия вихрей, равенства сил и т.п., а специфическими квантовыми способами.

## Список литературы

- [1] *Golubov A.A., Serpuchenko I.L., Ustinov A.V.* // Sov. Phys. JETP. 1988. Vol. 67. P. 1256.
- [2] *Zelikman M.A.* // Supercon. Sci. & Techn. 1999. Vol. 12. N 1. P. 6.
- [3] *Зеликман М.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 9. С. 38.
- [4] *Kramer L.* // Phys. Rev. 1968. Vol. 170. P. 475.
- [5] *Зеликман М.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9. С. 55.