

Столкновительное поглощение энергии частицами гранулированного материала в магнитном поле

© А.П. Лупанов, А.Ю. Винаров, А.П. Канавин, В.И. Пантелеев

Государственный научно-исследовательский институт биосинтеза белковых веществ,
109004 Москва, Россия
e-mail: vinarov@hotmail.com

(Поступило в Редакцию 11 ноября 2006 г.)

Рассмотрено столкновительное поглощение энергии внешнего магнитного поля ферромагнитными частицами гранулированного материала. В модели мгновенного акта столкновения получены выражения для скорости набора энергии частицами при произвольном отношении частот столкновений и внешнего поля.

PACS: 81.05.Rm, 81.20.Ev, 45.70.-n

Динамика частиц гранулированных материалов при воздействии на них переменных внешних сил привлекает к себе внимание не одно десятилетие [1–6]. В последние годы активно исследуется распределение ферромагнитных частиц по скоростям в присутствии переменного магнитного поля [4,5]. В то же время динамика намагниченных стальных шаров, движущихся в переменном магнитном поле, определяет работу электромагнитных измельчительных аппаратов, применяемых в различных отраслях промышленности [6]. Такие типы мельниц давно зарекомендовали себя в промышленном производстве, поскольку позволяют интенсифицировать технологический процесс измельчения различных материалов. Однако оптимизация работы таких аппаратов, как и основных типов мельниц, основывается в значительной степени на экспериментальных исследованиях. Одним из важнейших здесь является вопрос об энергии, получаемой магнитными частицами во внешнем поле, которая затем может быть затрачена на измельчение.

В настоящей работе найдена энергия, трансформирующаяся в механические степени свободы ферромагнитных частиц при столкновениях в переменном внешнем магнитном поле.

Как известно, обмен энергией между магнитной частицей и внешним полем $\mathbf{H}(t)$ может быть выражен через полный магнитный момент \mathbf{M} частицы, приобретаемый ей в этом поле. Изменение свободной энергии тела со временем определяется выражением [7]:

$$dF = -\mathbf{M} d\mathbf{H}. \quad (1)$$

Будем считать, что поле зависит от времени как $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H} \cos(\omega t)$, тогда магнитный момент частицы есть

$$\mathbf{M}(t) = V\mathbf{H}(\alpha' \cos(\omega t) + \alpha'' \sin(\omega t)). \quad (2)$$

Здесь α' и α'' — действительная и мнимая части магнитной поляризуемости частицы. Изменение свободной энергии частицы со временем дается выражением

$$\frac{dF}{dt} = V\omega\mathbf{H}^2 \left(\frac{1}{2} \alpha' \sin(2\omega t) + \alpha'' \sin(\omega t)^2 \right). \quad (3)$$

Первое слагаемое в (3) определяет обмен энергией между частицей и внешним магнитным полем, и при усреднении по времени оно исчезает. Среднее значение второго слагаемого определяет диссипацию энергии магнитного поля в тепло. Отсюда получаем известное выражение для диссипации энергии в частице [7]

$$\dot{Q} = \alpha'' V \omega \mathbf{H}^2 / 2.$$

Пусть рассматриваемая частица движется и сталкивается с такими же частицами или стенками камеры. В процессе столкновения меняется не только импульс и момент импульса частицы, но и за счет неупругих процессов изменяется направление магнитного момента частицы. Предположим, что длительность акта столкновения мала по сравнению с периодом изменения поля и что электрическое и магнитные поля внутри частицы не успевают изменить свое пространственное распределение. Тогда за время столкновения будет происходить сбой в процессе обмена энергией между частицей и внешним полем и появляется дополнительный набег фазы между полем и магнитным моментом частицы.

Проанализируем, что происходит с той частью энергии, которая мигрировала между частицей и внешним полем, следуя процедуре, предложенной в [8]. Положим для этого в (3) $\alpha'' = 0$, т.е. предположим полное отсутствие диссипации энергии. Пусть последовательные столкновения происходят в моменты времени t_0 и t_1 . В период между двумя столкновениями магнитная энергия частицы под действием внешнего магнитного поля меняется на величину

$$\frac{1}{2} \alpha' V \mathbf{H}^2 (\cos(\omega t_1) - \cos(\omega t_0))^2 + \mathbf{M}_0 \mathbf{H} (\cos(\omega t_1) - \cos(\omega t_0)). \quad (4)$$

Усредним эту величину по всем возможным вариантам движений: по всем моментам столкновений t_0 и t_1 , а также по первоначальному направлению намагниченности частицы \mathbf{M}_0 . Если ν_{st} — есть средняя частота столкновений частиц, то в простейшем случае вероятность

того, что частица между двумя столкновениями будет двигаться в течение времени $\tau = t_1 - t_0$, определяется соотношением

$$P(\tau) = v_{st} \exp(-v_{st}\tau). \quad (5)$$

Усредним выражение (4) по времени t_0 и времени свободного пробега τ , из чего следует, что в одном акте столкновения частица получает от внешнего поля дополнительную энергию

$$Q' = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega^2 + v_{st}^2} \alpha' v H^2. \quad (6)$$

Сбой в фазе приводит к поглощению частицей энергии магнитного поля. Такая же ситуация реализуется при движении заряженных частиц в переменных электрических полях. Например, в гармонически меняющемся электрическом поле электрон совершает колебательные движения, непрерывно обмениваясь с ним энергией. Если колебательная энергия электрона в волне есть ϵ_c , то при каждом столкновении электрон набирает энергию $\Delta\epsilon \sim \omega^2 \epsilon_c / (\omega^2 + v_{st}^2)$ [8]. В случае ферромагнитной частицы в магнитном поле эту роль играет первое слагаемое в (3).

В отсутствие диссипации свободная энергия частицы может измениться лишь в том случае, если меняется ее механическая энергия. При термодинамическом подходе невозможно определить, по каким степеням свободы будет перераспределяться эта энергия — в поступательную или во вращательную. Это можно установить, проследив только саму динамику процесса столкновений частиц в магнитном поле. Однако по теореме о равномерном распределении можно считать, что в среднем на каждую степень свободы будет приходиться одна и та же энергия.

Оценим скорость магнитных частиц, полагая механические столкновения абсолютно неупругими $v \approx \Delta v$, тогда $mv^2/2 \approx Q'$. Среднеквадратичная скорость частиц при этом будет составлять

$$v = \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega^2 + v_{st}^2} \frac{\alpha' H^2}{\rho}}, \quad (7)$$

где ρ — плотность материала частицы. Отметим, что в рассматриваемом примере среднеквадратичная скорость определяется лишь величиной магнитного поля и магнитной поляризуемостью частиц, зависящей от соотношения между радиусом частиц и глубиной скин-слоя.

Для ферромагнитных частиц с достаточно большой магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$ в области частот $f \sim 10^2$ Hz можно полагать $\alpha' = 3/4\pi$ [7]. Тогда при напряженностях магнитного поля $H \sim 5 \cdot 10$ Oe, характерных для экспериментов [4,5], полагая $\omega \gg \omega v_{st}$, из (7) получим $v \sim 10$ cm/s. Эти примерно на порядок выше экспериментально определяемой величины среднеквадратичной скорости частиц и указывает на то, что для

частиц размером 10^{-2} cm необходим учет изменения магнитного момента частиц за время их столкновения. Время столкновения упругих шаров с небольшой относительной скоростью v можно оценить, воспользовавшись решением [9]. Для используемых металлических частиц, движущихся со скоростью $v \sim 1$ cm/s, можно получить оценку $\tau_{st} \sim 10^{-4}$ s. За это время магнитное поле диффундирует внутри частицы на глубину, большую ее радиуса, что, естественно, снижает эффективность трансформации энергии магнитного поля в механическую энергию частиц. Отметим, что частицы, используемые в электромагнитных измельчительных аппаратах, имеют размеры $R \sim 1$ cm и для них эффективность преобразования энергии должна быть значительно выше.

Таким образом, в настоящей работе показано, что при случайных столкновениях ферромагнитных тел в переменном магнитном поле происходит эффективная трансформация энергии внешнего поля в механическую. В модели мгновенных столкновений среднеквадратичная скорость частиц определяется напряженностью поля и магнитной поляризуемостью частиц.

Список литературы

- [1] Jaeger H.M., Nagel S.R. and Behringer R.P. // Rev. Mod. Phys. 1996. Vol. 68. P. 1259.
- [2] Kadanof L.P. // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. P. 435.
- [3] de Gennes P.G. // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. P. S374.
- [4] Snezhko A., Aranson I.S., Kwok W.K. // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 108 002.
- [5] Kohlstedt K., Snezhko A., Sapozhnikov M.V., Aranson I.S., Olafsen J.S., Ben-Naim E. // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. P. 068 001.
- [6] Логвиненко Д.Д., Шеляков О.П. Интенсификация технологических процессов в аппаратах с вихревым слоем. Киев: Техніка, 1976.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [8] Райзер Ю.П. Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1974.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987.