10;12

Метод измерения углового распределения электронов мощных ускорителей

© А.П. Степовик, В.Д. Ларцев, В.С. Блинов

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. Е.И. Забабахина,
456770 Снежинск, Челябинская область, Россия
e-mail: dep5@vniitf.ru

(Поступило в Редакцию 25 октября 2006 г.)

Представлен разработанный метод и полученные результаты измерений углового распределения электронов, выходящих в атмосферу из центра выходного окна мощных ускорителей Российского федерального ядерного центра — Всероссийского научно-исследовательского института технической физики (РФЯЦ–ВНИИТФ) ИГУР-3 и ЭМИР-М. Для измерения количества электронов использовали кабельные датчики (телесный угол коллиматора датчика ~ 0.01 sr). Измерения проведены в трех азимутальных направлениях через 120° в диапазоне изменения полярного угла 0–22°. Полученные угловые распределения электронов ускорителей представлены в виде B-сплайнов.

PACS: 29.27.-a

1. Схема и средства измерений

Одной из характеристик выведенного в атмосферу импульсного электронного пучка мощных ускорителей является его угловое распределение. Как правило, для подобных ускорителей оно определяется косвенным образом — с помощью измерения углового распределения тормозного излучения с применением специальных стекол [1] либо по свечению тонких диэлектрических пленок [2]. Измерения в магнитном поле проводятся с использованием коллиматоров или диафрагм [3] и др.

Для мощных ускорителей прямого действия РФЯЦ–ВНИИТФ ИГУР-3 и ЭМИР-М [4] первые результаты по непосредственному измерению углового распределения электронов приведены в [5–7]. Трудность подобных измерений, как правило, связана с влиянием помех [8]. В представляемом методе это влияние удалось свести к минимуму благодаря тому, что электроны не выходили из измерительного устройства в окружающее пространство. Это исключало появление помех, связанных с излучением плазмы, создаваемой электронным пучком [8].

Сущность метода заключается в том, чтобы по измерениям величины электрического заряда определять число электронов, прошедших через коллиматоры с малым телесным углом, установленные под различными углами α_i по отношению к оси ускорительной трубки. Для этого необходимо иметь датчики с одинаковой эффективностью сбора электронов. С этой целью была разработана специальная конструкция (кабельный датчик), в составе которой имелся коллиматор (алюминий и тантал) с телесным углом $\Omega_k \sim 0.01$ sr и приемный электрод — жила кабеля РК75-9-13 (рис. 1). Датчики изготавливались в виде цельного узла с небольшим отрезком кабеля, заканчивающегося стандартным высокочастотным разъемом СР75-168ПВ. Общая длина собранного узла с датчиком составила ~ 250 mm. Подробно конструкция и технология изготовления датчика изложены в [9].

В измерительном устройстве (рис. 2) размещали 13 кабельных датчиков таким образом, чтобы их оси были ориентированы на центральную часть выходного окна ускорителя (площадью $\sim 4\,\mathrm{cm}^2$) под разными углами (полярным α и азимутальным ψ) по отношению к оси ускорителя. При выбранном расположении датчиков направление падения электронов пучка на датчик обеспечивалось с погрешностью, равной половине величины угла раствора коллиматора $\theta \sim 3.5°$, с осью, перпендикулярной плоскости приемного электрода. Это позволяло при построении углового распределения в относительном виде не учитывать коэффициент отражения электронов от медного электрода, поскольку для всех датчиков он был одинаковым $\sim 30\%$ [10].

В [5–7] было показано, что фоновый сигнал кабельного датчика обусловлен тормозным излучением от корпуса ускорительной трубки и измерительного устройства. Для его учета использовались три закрытых от попадания электронов кабельных датчика — фоновые датчики, сигналы с которых регистрировались в каждом пуске. Углы наклона фоновых датчиков были выбраны равными 8, 13 и 19°.

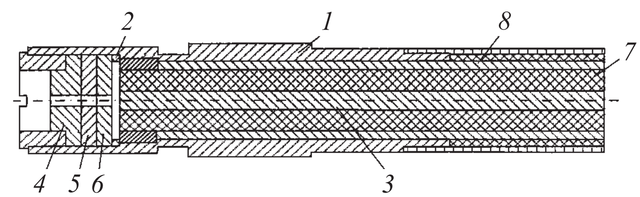

Рис. 1. Схема кабельного датчика: *1* — корпус; *2* — изолирующая прокладка; *3* — жила кабеля (электрод); *4–6* — коллиматор; *7* — изолятор кабеля; *8* — внешняя оболочка кабеля.

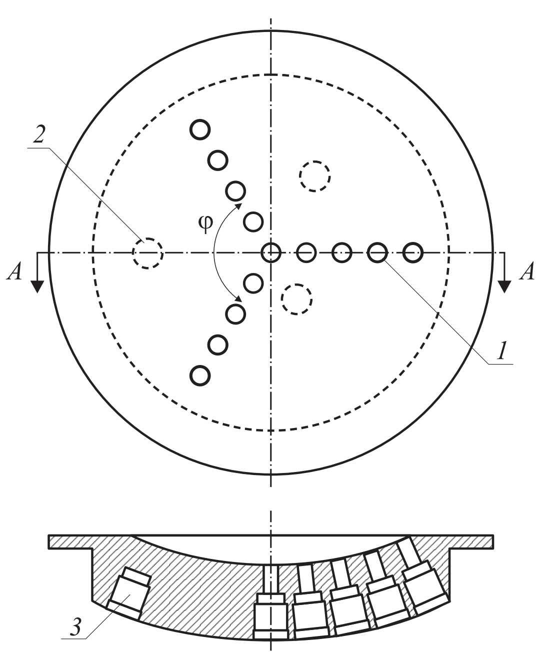

Рис. 2. Схема устройства для измерения пространственно-углового распределения электронов: *1* — входное окно кабельного датчика; *2* — положение фонового кабельного датчика; *3* — гнездо для фонового кабельного датчика.

Зависимость углового распределения $F_\psi(\alpha)$ электронов в центре выходного окна ускорительной трубки от полярного угла α при каждом из трех значений азимутального угла ψ определялась по формуле [11]:

$$F_\psi(\alpha) = \frac{1}{K_i}\,\frac{Q_{\mathrm{ip}} - Q_{\mathrm{if}}}{Q_{1p} - Q_{1f}}, \qquad (1)$$

где Q_{ip} — полный заряд, регистрируемый i-м датчиком, расположенным в направлении азимутального угла ψ; Q_{if} — фоновый заряд в сигнале i-го датчика, регистрируемый соответствующим фоновым кабельным датчиком; K_i, $i = 2{-}13$ эффективность i-го датчика по отношению к центральному датчику с $i = 1$.

Измерения Q_{ip} и Q_{if} проводились для разных режимов работы ускорителя ИГУР-3, а измерения для ускорителя ЭМИР-М проводились в штатном режиме. Вид пространственно-угловых распределений электронов данных ускорителей приведен на рис. 3 и 4. Размер горизонтальных отрезков соответствует максимальному интервалу полярного угла „видимости" каждого датчика; размер вертикальных отрезков указывает среднеквадратичное отклонение для результатов, соответствующих различным пускам ускорителя.

Полученные экспериментальные результаты фактически представляют собой интегральные значения зарядов с угловой шириной, равной величине телесного угла каждого датчика.

Ниже, в разд. 2, предполагается, что угловое распределение электронов $f(\beta)$, вылетающих с поверхности анода, зависит только от угла между направлением вылета электрона и осью ускорительной трубки β. В этом случае связь между результатами измерений F_i и искомым угловым распределением $f(\beta)$ может быть записана в виде интегрального соотношения

$$F_i = \int\limits_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} L(\alpha_i, \beta)\, f(\beta)\, d\beta, \quad i = 1, \ldots, N\,. \qquad (2)$$

Здесь $L(\alpha_i, \beta)$ — некоторое ядро системы интегральных уравнений, определяемое условиями измерений.

Так как при измерениях регистрируются только электроны, входящие в коллиматор в пределах телесного

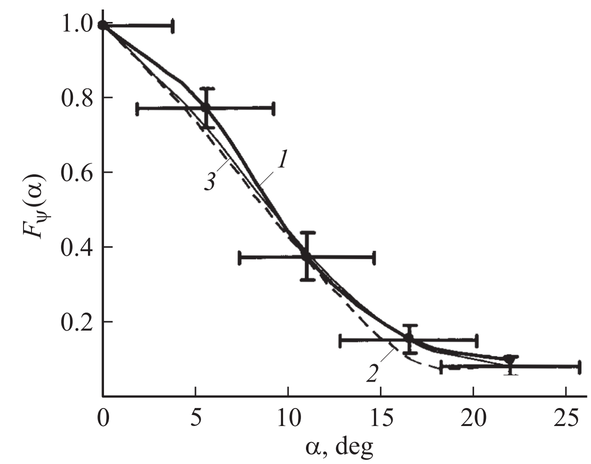

Рис. 3. Зависимости функции $F_\psi(\alpha)$ от полярного угла α для трех азимутальных направлений при длительности пучка электронов ускорителя ИГУР-3 $\sim$ 50 ns.

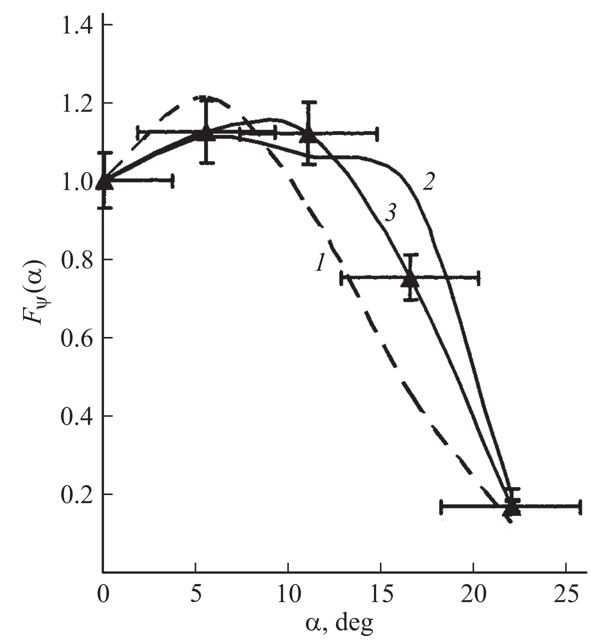

Рис. 4. Зависимости функции $F_\psi(\alpha)$ от полярного угла α для трех азимутальных направлений штатного режима работы ускорителя ЭМИР-М.

угла Ω_k к его оси, то нижний и верхний пределы интегрирования в (2) зависят от значения угла α_i.

2. Расчет ядра $L(\alpha, \beta)$

Как отмечалось выше, в кабельный датчик, расположенный на расстоянии r_0 от центра анода, попадают все электроны из той области плоского анода, которые распространяются в пределах телесного угла коллиматора Ω_k с вершиной в центре датчика и осью, направленной на центр анода. Обозначим через θ полярный угол конуса с телесным углом Ω_k, который при $\Omega_k = 0.01$ sr составляет $\theta \approx 3.23°$. Так как $\alpha_i + \theta < 90°$ (рис. 5), то [12] такой „светящейся" областью будет эллипс. В данной работе предполагается, что эта „светящаяся" область не выходит за пределы анода. Из геометрических соотношений (см. например [12]) следуют следующие выражения для двух основных параметров эллипса:

$$a = \frac{h\sin(\theta)\cos(\theta)}{\cos(\alpha+\theta)\cos(\alpha-\theta)}, \quad c = \frac{h\sin(\alpha)\sin(\theta)}{\cos(\alpha+\theta)\cos(\alpha-\theta)}, \tag{3}$$

где a — большая полуось эллипса, $2c$ — расстояние между его фокусами. Малая полуось b и эксцентриситет эллипса ε равны соответственно

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}, \quad \varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\theta)} \le 1. \tag{4}$$

Зная параметры a и b, легко найти зависимость величины площади эллипса от параметра α:

$$s = \pi\, a\, b. \tag{5}$$

Для определения ядра $L(\alpha, \beta)$ необходимо рассчитать, сколько электронов, вылетающих под углом β к оси трубки из рассматриваемой эллиптической поверхности анода, попадает в датчик. Необходимо рассмотреть два случая: когда $\alpha \ge \theta$ и $\alpha < \theta$. Для большей наглядности систему отсчета поместим в центр эллипса так, чтобы оси $0x$ и $0y$ были направлены соответственно по большой и малой осям эллипса, а ось $0z$ была направлена в сторону датчика D.

$\alpha \ge \theta$

Этому случаю соответствует рис. 5, где через $x_H \ge a$ обозначена абсцисса точки D — центра датчика. Так как $x_H \ge a$, то в датчик S попадают лишь те электроны, которые вылетают под углами β, удовлетворяющими условиям

$$\beta_1 \le \beta \le \beta_2,$$

где

$$\beta_1 = \alpha - \theta, \quad \beta_2 = \alpha + \theta. \tag{6}$$

Как показано на рис. 5, при заданном угле β датчик регистрирует электроны, излучаемые с дуги окружности PP' радиуса r $(x_H - a \le r \le x_H + a)$ и центром в точке $(x_H, 0)$. Если угловое распределение вылетающих электронов $f(\beta)$ зависит только от угла β, с элемента дуги длиной $dl = r\,d\xi$ и толщиной $dr = R\,d\beta/\cos(\beta)$ в датчик попадает

$$dF = f(\beta)\, r\, R/\cos(\beta)\, d\xi\, d\beta$$

электронов. Так как

$$h = r_0\cos(\alpha), \quad R = h/\cos(\beta), \quad r = h\,\mathrm{tg}(\beta),$$

окончательно получаем

$$dF = f(\beta)\,\frac{h^2\sin(\beta)}{\cos^3(\beta)}\, d\xi\, d\beta. \tag{7}$$

Чтобы определить полное число электронов, вылетающих под углом β и попадающих в датчик, необходимо найти абсциссу x_P точек пересечения P и P' рассматриваемой дуги окружности с эллипсом. Решив систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \\ (x - x_H)^2 + y^2 = r^2, \end{cases}$$

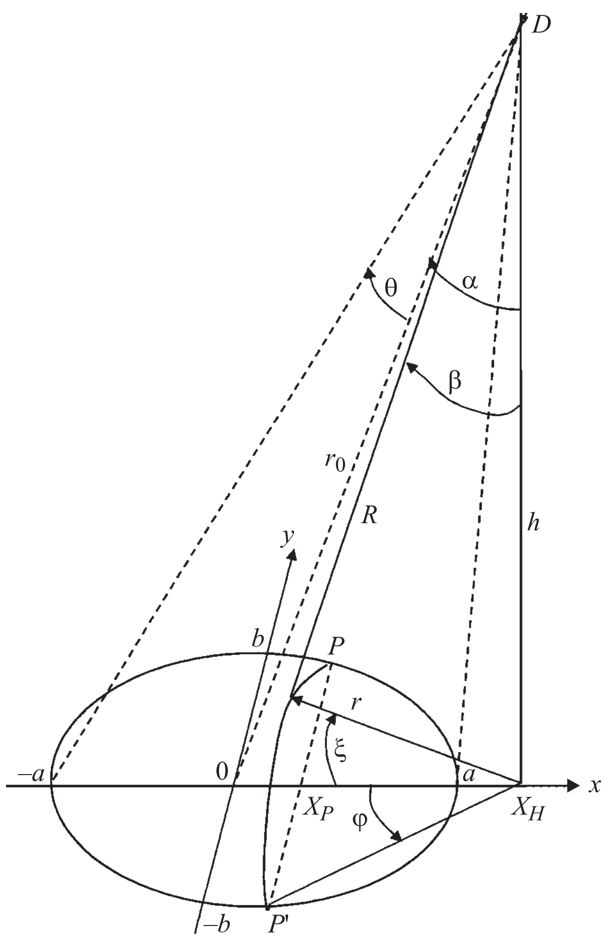

Рис. 5. Схема измерений кабельным датчиком, $\alpha > \theta$.

нетрудно получить

$$x_P = \frac{x_H - \sqrt{S}}{\varepsilon^2}, \quad S = b^2\left(\frac{x_H^2}{a^2} - \varepsilon^2\right) + r^2\varepsilon^2 \geq 0. \quad (8)$$

Знак минус перед $\sqrt{S}$ в (8) обусловлен тем, что при $r = |x_H - a|$ должно быть $x_r = a$.

В соответствии с рис. 5 легко видеть, что

$$\varphi = \arccos\left(\frac{x_H - X_P}{r}\right). \quad (9)$$

Формула (9) получена для углов $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_2$, и тогда, предполагая азимутальную однородность изучения электронов анодом, в соответствии с (7) можно записать

$$F(\alpha) = 2\int_{\beta_1}^{\beta_2} \varphi\, \frac{h^2 \sin(\beta)}{\cos^3(\beta)}\, f(\beta)\, d\beta. \quad (10)$$

$\alpha < 0$

При таком соотношении углов $x_H < a$ в датчик D попадают электроны, излучаемые анодом в диапазоне углов $0 \leq \beta \leq \beta_2$. Легко видеть, что угол $\varphi = \pi$ при $0 \leq \beta \leq |\beta_1|$ и определяется выражением (8) при $|\beta_1| < \beta \leq \beta_2$.

Таким образом, если ввести определение угла φ по формуле

$$\varphi = \begin{cases} \pi\eta(\theta - \alpha), & 0 \leq \beta \leq |\beta_1|, \\ \arccos\left(\dfrac{x_H - x_r}{r}\right), & |\beta_1| < \beta \leq \beta_2, \end{cases} \quad (11)$$

где $\eta(\beta)$ — функция Хевисайда, то обобщив оба рассмотренных случая соотношения углов α и θ, можно окончательно записать

$$F(\alpha) = \int_{0}^{\alpha+\theta} L(\alpha, \beta)\, f(\beta)\, d\beta, \quad (12)$$

где

$$L(\alpha, \beta) = 2\varphi\, h^2\, \frac{\sin(\beta)}{\cos^3(\beta)}. \quad (13)$$

На рис. 6 показаны функции $L(\alpha_i, \beta)$ $(i = 1, \ldots, 5)$ для отмеченных выше углов $\alpha_i = 0,\ 5.5,\ 11,\ 16.5,\ 22°$, $\theta = 3.23°$.

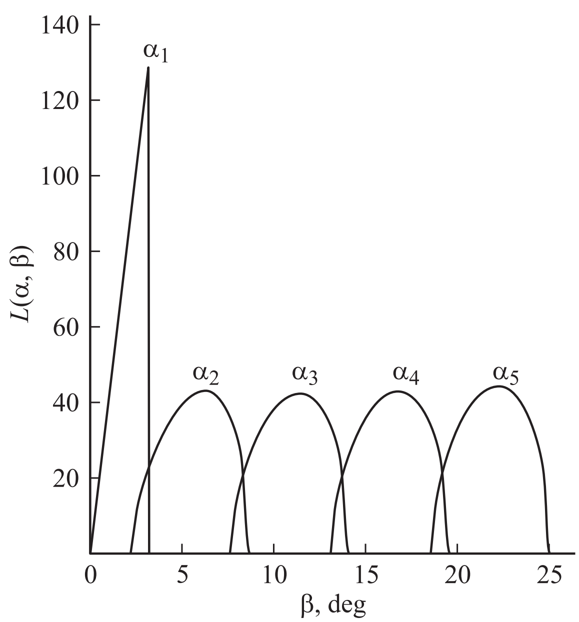

Рис. 6. Ядро $L(\alpha_i, \beta)$ системы интегральных уравнений (1).

3. Алгоритм восстановления

Для нахождения углового распределения $f(\beta)$ требуется решить систему интегральных уравнений (2), где левая часть известна с погрешностью ΔF_i $(i = 1, \ldots, N)$. Существование решения задачи (2) гарантируется ее физическим содержанием, однако, как известно, она относится к классу некорректно поставленных задач, и ее можно рассматривать как эффективно недоопределенную и, следовательно, не имеющую однозначного решения [13].

Для однозначного выбора решения (правило отбора) системы (2) необходимо ввести дополнительную, априорную информацию об искомом распределении. В данной работе наряду с положительностью искомого решения накладывается требование „гладкости“ $f(\beta)$ и близости ее к некоторой заданной пробной функции $f^{(0)}(\beta)$.

Для алгебраизации задачи (2) будем использовать представление углового распределения $f(\beta)$ в виде сплайна $S(\beta)$:

$$f(\beta) \approx S(\beta) \equiv \sum_{j=1}^{m} f_j B_j^k(\beta). \quad (14)$$

Здесь функции $B_j^k(\beta)$ — базисные сплайны порядка k с конечными носителями минимальной длины (B-сплайны), f_j — искомые коэффициенты сплайна $S(\beta)$ [14,15]. Функция $B_i^k(\beta)$ непрерывна вместе со своими производными до порядка $k-2$ включительно. В настоящей работе кратность внутренних узлов сплайна $S(\beta)$ $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_n$ полагается равной единице, что обусловливает максимальную гладкость сплайна [15].

Кроме того, следует отметить важное для нас свойство положительности B-сплайна в пределах своего носителя, т. е.

$$B_j^k(\beta) > 0 \quad \text{для} \quad t_j < \beta < t_{j+k}.$$

Это означает, что если в (14) все коэффициенты $\{f_j\}$ неотрицательны, то и $S(\beta) \geq 0$, что должно выполняться исходя из физического смысла задачи.

Подставив (14) в (2) и произведя интегрирование, для нахождения неизвестных коэффициентов f_j получим в матричных обозначениях систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{f}=\mathbf{F}\pm\Delta\mathbf{F}, \tag{15}$$

где введены обозначения:

$$A_{ij}=\int\limits_0^{\beta_{2i}} L(\alpha_i,\beta)B_j^k(\beta)\,d\beta, \quad i=1,\dots,N,\ \ j=1,\dots,m,$$

$$\mathbf{F}=[F_1,\dots,F_N]^T,\ \ \mathbf{f}=[f_1,\dots,f_m]^T,\ \ m=\sum_{j=2}^{n-1}m_j+k. \tag{16}$$

Чтобы не усложнять запись формул, в (16) при обозначении элементов матрицы $\mathbf{A}$ опущен верхний индекс k, который считается заданным ($k\geq 1$).

В настоящей работе СЛАУ (15) решается обобщенным алгоритмом метода минимизации направленного расхождения [16] при следующих возможных ограничениях на искомые коэффициенты $\mathbf{f}$.

$$\mathbf{f}_1\leq\mathbf{f}\leq\mathbf{f}_2, \tag{17а}$$

$$\mathbf{H}\cdot\mathbf{f}\geq\mathbf{h}. \tag{17б}$$

Здесь через $0\leq\mathbf{f}_1\leq\mathbf{f}_2$ обозначены нижняя и верхняя границы допустимых значений $\mathbf{f}$. Неравенство (17б), где $\mathbf{H}$ и $\mathbf{h}$ — некоторые заданные матрица и вектор соответственно, позволяют использовать некоторую качественную (дескриптивную) информацию об искомом распределении (например, монотонность или выпуклость $f(\beta)$ на некоторых интервалах). Ограничения (17) задаются исходя из априорной информации о характере $f(\beta)$.

Следует отметить, что выбор разбиения $\{t_i\}$ также влияет на поведение $f(\beta)$, и его также следует делать из априорных соображений. Более того, как показывают численные расчеты, введение априорной информации через задание соответствующего разбиения β_j и выбор порядка сплайна k являются наиболее простыми и эффективными способами регуляризации задачи. При $k=1$ получим, в частности, групповое представление искомой функции.

Поскольку задача (15) с ограничениями (17) нелинейна, в данной работе ошибка решения $\Delta\mathbf{f}$ оценивается статистическим образом путем проведения „числовых экспериментов". Это означает, что СЛАУ (15) решается многократно $Ct\gg 1$ раз, когда правая часть $\mathbf{F}$ варьируется случайным образом в согласии с заданной ошибкой $\Delta\mathbf{F}$ и соответствующим законом распределения. По совокупности полученных решений $\{f^{(j)}\}_1^{Ct}$ по общим правилам статистики (см., например, [17–19]) оценивается среднее значение $\bar{\mathbf{f}}$ и ковариационная матрица $\mathbf{D}[\mathbf{f}]$ найденного решения. Следует отметить, что таким образом находится лишь компонента ошибки, обусловленная вариацией результатов измерений.

Чтобы проверить работоспособность предлагаемого алгоритма восстановления, были проведены „числовые эксперименты". Для используемых в реальных измерениях значений углов α_i $(i=1,\dots,5)$ θ (см. разд. 2) и заданном $f^*(\beta)$ рассчитывались по формулам (12), (13) точные значения F_i^*, в которые вносилась случайная относительная распределенная по нормальному закону погрешность ε. По найденным таким способом „результатам измерения" F_i восстанавливалось искомое угловое распределение электронов.

В соответствии с [16] решение задачи (15) $\mathbf{f}$ ищется итерационным способом. Для задания подходящего начального приближения $\mathbf{f}^{(0)}$ воспользуемся малостью телесного угла коллиматора $\Omega_k\approx 0.01$ sr. Это означает, что при заданном угле α_i диапазон углов $[\beta_1,\beta_2]$, в котором излучаются электроны с соответствующей эллиптической поверхности анода и попадающие в датчик, мал, и в первом приближении можно считать, что $f(\beta)\gg\mathrm{const}=c_i$, $[\beta_1\leq\beta\leq\beta_2]$. Тогда, согласно (12), можно записать

$$c_i=F_i/s_i, \quad i=1,2,\dots,5\ , \tag{18}$$

где s_i — площадь i-го эллипса (6). По найденным значениям c_i проводится сплайн (15), и его коэффициенты принимаются в качестве начального приближения $\mathbf{f}^{(0)}$.

Проведенные расчеты с

$$f^*(\beta)=\cos^i(\beta), \quad i\leq 100, \tag{19}$$

показали, что при „ошибке измерения" $\varepsilon=0$ восстановленное распределение практически совпадает с заданным. При $\varepsilon=5\%\,(1\sigma)$ в нормальном законе распределения заданное и восстановленное распределения в пределах ошибки восстановления, которая составляет $4-6\%\,(1\sigma)$, согласуются между собой.

4. Пространственно-угловое распределение электронного пучка ускорителей ИГУР-3 и ЭМИР-М

Проведенные эксперименты по исследованию пространственно-углового распределения электронов, вылетающих из центральной части анодов ускорительных трубок ускорителей ИГУР-3 и ЭМИР-М, показали, что результаты измерений F_i по разным лучам ψ для одного и того же режима работы ускорителя могут достаточно сильно различаться. Это говорит о том, что угловое распределение электронов может зависеть также и от азимутального угла ψ, т. е. является функцией двух углов $f(\beta,\psi)$. В таких случаях полученное выше соотношение (10) следует записать в виде

$$F_\psi(\alpha)=\int\limits_0^{\beta_2} d\beta\,\frac{h^2\sin(\beta)}{\cos^3(\beta)}\int\limits_{-\varphi(\beta)}^{\varphi(\beta)} f\big(\beta,\psi+\Delta\psi(\xi)\big)\,d\xi. \tag{20}$$

Необходимо отметить, что для удовлетворительного поиска двумерного распределения $f(\beta,\psi)$ результатов измерений недостаточно (всего три луча по углу ψ). Поэтому для упрощения задачи перепишем (20) в следующем виде:

$$F_{\psi}(\alpha) = \int_{0}^{\beta_2} \frac{h^2 \sin(\beta)}{\cos^3(\beta)} 2\varphi\, \bar{f}_{\psi}(\beta)\, d\beta = \int_{0}^{\beta_2} L(\alpha, \beta) \bar{f}_{\psi}(\beta)\, d\beta, \tag{21}$$

где

$$\bar{f}_{\psi}(\beta) = \frac{1}{2\varphi(\beta)} \int_{-\varphi(\beta)}^{\varphi(\beta)} f\big(\beta, \psi + \Delta\psi(\xi)\big)\, d\xi \tag{22}$$

есть усредненное по азимутальному углу распределение электронов для луча датчиков с азимутальным углом ψ. Таким образом, при фиксированном значении ψ соотношения (12) и (21) отличаются смыслом углового распределения в этих формулах.

При $\alpha = 0$ для любого значения ψ имеем

$$F_{\psi_1}(0) = F_{\psi_2}(0) = F_{\psi_3}(0), \tag{23}$$

$$f(0, \psi) = \text{const}. \tag{24}$$

Ограничения-равенства (23), (24) показывают, что уравнения (21) при различных значениях ψ ($\psi = \psi_1$, ψ_2, ψ_3) не являются независимыми, т.е. необходимо решать систему интегральных уравнений сразу для трех лучей.

При алгебраизации задачи (15) ограничения (23), (24) записываются следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{m} A_{1j} f_j^{(1)} = \sum_{j=1}^{m} A_{1j} f_j^{(2)} = \sum_{j=1}^{m} A_{1j} f_j^{(3)},$$

$$f_1^{(1)} = f_1^{(2)} = f_1^{(3)}. \tag{25}$$

Здесь через $f_j^{(k)}$ обозначена j-я компонента искомого вектора для k-го луча ($k = 1, 2, 3$). Введя векторы $\mathbf{F}^{(k)}$ и $\mathbf{f}^{(k)}$ как результаты измерений и искомые коэффициенты сплайна для k-го луча, получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{A}\,\mathbf{f}^{(k)} = \mathbf{F}^{(k)} \pm \Delta\mathbf{F}^{(k)}, \quad k = 1, 2, 3, \\ &\mathbf{d}\,\mathbf{f}^{(1)} = \mathbf{d}\,\mathbf{f}^{(2)} = \mathbf{d}\,\mathbf{f}^{(3)}, \\ &\mathbf{g}\,\mathbf{f}^{(1)} = \mathbf{g}\,\mathbf{f}^{(2)} = \mathbf{g}\,\mathbf{f}^{(3)}, \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

где введены обозначения

$$\mathbf{d} = [A_{11}, A_{12}, \ldots, A_{1m}], \quad \mathbf{g} = [1, 0, \ldots, 0].$$

Введя матрицы

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & & \\ & \mathbf{A} & \\ & & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} & -\mathbf{d} & 0 \\ 0 & -\mathbf{d} & \mathbf{d} \\ \mathbf{g} & -\mathbf{g} & 0 \\ 0 & -\mathbf{g} & \mathbf{g} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(1)} \\ \mathbf{F}^{(2)} \\ \mathbf{F}^{(3)} \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{F}^{(1)} \\ \Delta\mathbf{F}^{(2)} \\ \Delta\mathbf{F}^{(3)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^{(1)} \\ \mathbf{f}^{(2)} \\ \mathbf{f}^{(3)} \end{bmatrix},$$

СЛАУ (26) запишем следующим образом:

$$\mathbf{C}\,\mathbf{f} = \mathbf{F} \pm \Delta\mathbf{F},$$

$$\mathbf{R}\,\mathbf{f} = 0. \tag{27}$$

Численно задача (27) решалась методом минимизации направленного расхождения [16], используя нуль-пространство матрицы $\mathbf{R}$. Результаты восстановления угловых распределений электронов для ускорителей ИГУР-3 и ЭМИР-М представлены на рис. 7, 8, где цифрами 1, 2, 3 помечены угловые распределения электронов для соответствующих лучей, $\bar{f}(\beta)$ — восстановленное распределение, а $f^{(0)}(\beta)$ — начальное приближение, рассчитанное по формуле (18). Погрешности (1σ) значений восстановленных зависимостей находились статистическим образом при $Ct = 100$.

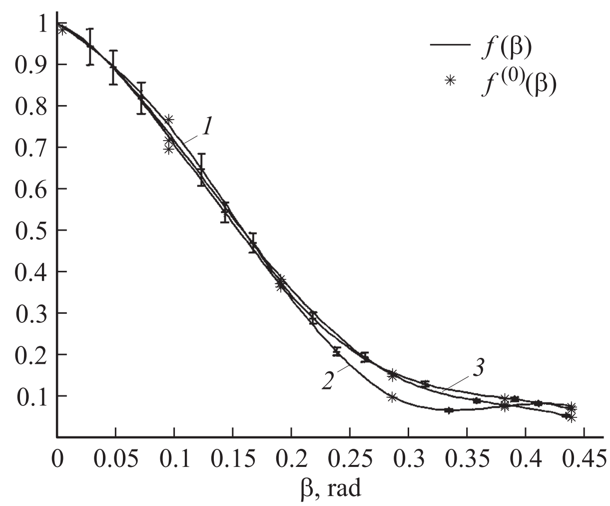

Рис. 7. Угловые распределения электронов ИГУР-3.

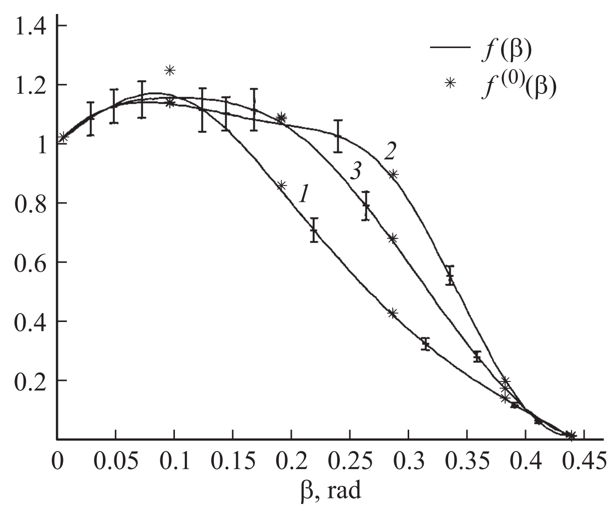

Рис. 8. Угловые распределения электронов ЭМИР-М.

Список литературы

[1] *Завада Н.И., Комаров П.Л., Цукерман В.А.* и др. // Физика и техника импульсных источников ионизирующих излучений для исследования быстропротекающих процессов. Сб. науч. тр. № 5 / Под ред. Н.Г. Макеева. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭ, 1996. 490 с.

[2] *Кременцов В.И., Стрелков П.С., Шкварунец Г.А.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 11. С. 2469–2472.

[3] *Аржанников А.В., Койдан В.С., Логинов С.В.* // ПТЭ. 1983. № 4. С. 36–38.

[4] *Диянков В.С., Ковалев В.П., Кормилицын А.И.* и др. // ФММ. 1996. Т. 81. Вып. 2. С. 119–123.

[5] *Степовик А.П., Блинов В.С., Лукин А.В.* и др. // Радиационная стойкость электронных систем. СТОЙКОСТЬ-2004. Науч.-технич. сб. Вып. 7. М.: МИФИ, 2004. С. 205.

[6] *Степовик А.П., Блинов В.С., Купырина Т.В.* // Тез. докл. 6-го Междун. Уральского семинара „Радиационная физика металлов и сплавов“. Екатеринбург: ИФМ УрО РАН, 2005. С. 100.

[7] *Степовик А.П., Блинов В.С., Лукин А.В.* и др. // ВАНТ. Сер. „Физика радиационного воздействия на радиоэлектронную аппаратуру“. 2005. Вып. 3–4. С. 110.

[8] *Алексеев С.Б., Губанов В.П., Орловский В.М.* и др. // ПТЭ. 2003. № 4. С. 81.

[9] *Степовик А.П., Блинов В.С.* // ПТЭ. 2006. № 3. С. 107–110.

[10] *Шиманская Н.С.* Калориметрия ионизирующих излучений. М.: Атомиздат, 1973. 328 с.

[11] *Степовик А.П., Блинов В.С., Лукин А.В.* и др. // Мат. XI Междунар. совещ. по применению ускорителей заряженных частиц в промышленности и медицине (ICAA’05). СПб.: СПбГУ, НИИ ВМ и ПУ, ВВМ, 2005. С. 340–343.

[12] *Мусхелишвили Н.И.* Курс аналитической геометрии. Л.: ОГИЗ, 1947. 644 с.

[13] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.

[14] *Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л.* Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.

[15] *де Бор К.* Практическое руководство по сплайнам. М.: Радио и связь, 1985. 304 с.

[16] *Ларцев В.Д.* Обобщенный алгоритм метода минимизации направленного расхождения. Препринт № 216. РФЯЦ–ВНИИТФ, 2005. 19 с.

[17] *Мудров В.И., Кушко В.Л.* Методы обработки измерений. М.: Радио и связь, 1976. 192 с.

[18] *Худсон Д.* Статистика для физиков. М.: Мир, 1970. 296 с.

[19] *Севастьянов Б.А.* Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982. 256 с.