

К теории нелинейных доплеронов в металлах

© В.Г. Скобов¹, А.С. Чернов²

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, Санкт-Петербург, Россия,

² Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“, Москва, Россия
E-mail: vskobov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 2 июля 2012 г.)

Теоретически изучена возможность распространения нелинейных волн в металлах типа кадмия в геометрии, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H} направлено под углом к гексагональной оси кристалла. В линейном режиме в этой геометрии имеется значительное магнитное затухание Ландау, которое препятствует распространению волн. Показано, что захват электронов магнитным полем волны может сильно уменьшить эффективность этого поглощения. В результате становится возможным распространение доплерона – моды, связанной с доплер-сдвинутым циклотронным резонансом электронов. Отмечено, что подобный эффект „просветления“ должен иметь место и в некоторых других металлах.

1. Введение

Возможность распространения доплеронов — радиочастотных (РЧ)-волн, обусловленных доплер-сдвинутым циклотронным резонансом (ДСЦР) в металлах, была впервые продемонстрирована на кадмии [1,2]. В [1] был теоретически и экспериментально изучен электронный доплерон, связанный с ДСЦР электронов „линзы“, а в [2] дырочный доплерон, связанный с ДСЦР дырок „монстра“. В этих работах ДСЦР электронов и дырок изучался в геометрии, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H} и гексагональная ось кристалла [0001] были ориентированы вдоль нормали к поверхности пластины кадмия. Такая геометрия наиболее благоприятна для распространения электронного доплерона, поскольку электронная линза обладает аксиальной симметрией и магнитное затухание Ландау [3,4] (бесстолкновительное поглощение, препятствующее распространению радиоволн) отсутствует. В дальнейшем, в [5,6] был изучен электронный ДСЦР в кадмии в геометрии, когда ось [0001] или вектор \mathbf{H} были направлены под углом к нормали (вектору распространения волны в металле). Было показано, что при отклонении оси [0001] от нормали магнитное затухание Ландау медленно растет с углом, и распространение электронного доплерона оказывается возможным вплоть до весьма больших значений угла наклона. При отклонении же вектора \mathbf{H} от оси [0001] магнитное затухание Ландау нарастает очень быстро, и уже при углах в несколько градусов электронный доплерон сильно затухает. С другой стороны, Вугальтер и Демиховский [7] показали, что при распространении геликона в щелочном металле в наклонном магнитном поле при больших амплитудах РЧ поля волна может „захватывать“ электроны, движущиеся с ней в фазе, и магнитное затухание Ландау будет подавляться. Такое ослабление возможно и для другого вида бесстолкновительного поглощения — циклотронного затухания, что было продемонстрировано в [8]. Было показано,

что в нелинейном режиме циклотронное поглощение дырочного доплерона подавляется, и амплитуда прошедшего через пластину доплерона возрастает во много раз. Можно предположить, что магнитное затухание Ландау, препятствующее распространению электронного доплерона при отклонении вектора \mathbf{H} от оси [0001], в нелинейном режиме будет менее эффективным, что сделает возможным распространение этого доплерона. Изучению этого вопроса и посвящена настоящая работа.

2. Нелокальная проводимость

Воспользуемся результатами работы [6], в которой изучалось влияние магнитного затухания Ландау на ДСЦР в металлах. В этой работе рассматривалась модель, в которой закон дисперсии и поверхность Ферми электронов задаются соотношениями

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2m} \left[p_x^2 + p_{y'}^2 + \frac{4p_0 p_1}{\sigma^2} \sin\left(\frac{\sigma p_{z'}}{2p_1}\right) \right],$$

$$|p_{z'}| < p_F, \quad (1)$$

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_F \equiv \frac{p_0 p_1}{m(1+\rho)}, \quad \sigma = \sqrt{1-\rho^2},$$

$$p_F = \frac{p_1}{\sigma} \arcsin \sigma, \quad (2)$$

m — масса электрона. Для кадмия параметры модели

$$\rho = 0.2, \quad p_0 = 1.5\hbar \text{ \AA}^{-1}, \quad p_1 = 0.23\hbar \text{ \AA}^{-1},$$

$$n = \frac{p_0 p_1^2 \lambda}{\pi^2 \hbar^3 \sigma^2}, \quad \lambda = 1 - \frac{\rho}{\sigma} \arcsin \sigma,$$

n — концентрация электронов. Ось $z' \parallel [0001] \parallel \mathbf{n}$ (\mathbf{n} — нормаль к поверхности пластины), а вектор \mathbf{H} лежит в плоскости $y'z'$. Нам потребуется также система координат xuz , в которой $z \parallel \mathbf{H}$. Угол ϑ между осями z' и z будем считать малым: $\vartheta \ll 1$. Компоненты скорости

электронов из окрестности центрального сечения линзы, определяющих магнитное затухание Ландау, в системе координат xuz равны

$$v_x(p_z, \Phi) = v_\perp \cos \Phi, \quad v_y(p_z, \Phi) = v_\perp \sin \Phi, \quad (3)$$

$$v_z(p_z, \Phi) = \frac{p_0}{\sigma m} \sin \frac{\sigma p_z}{p_1} + v_\perp \left(\frac{p_0}{p_1} \cos \frac{\sigma p_z}{p_1} - 1 \right) \vartheta \sin \Phi, \quad (4)$$

где

$$v_\perp = \frac{1}{\sigma m} \left[2p_0 p_1 \left(\cos \frac{\sigma p_z}{p_1} - \rho \right) \right]^{1/2},$$

Φ — фаза обращения электрона по орбите.

Согласно [6], в пренебрежении кратными ДСЦР нелокальную проводимость для круговой поляризации минус (поле волны вращается в ту же сторону, что и электроны) можно аппроксимировать выражениями

$$\sigma^{(e)}(k, H) = -i \frac{ne c}{H} \left[\frac{s(q)}{(1 - i\gamma)} + i\mu \sqrt{q^2} - \frac{1}{1 + i\gamma_1} \right], \quad (5)$$

$$s(q) = \frac{1}{2\Lambda t} \ln \frac{1+t}{1-t} + \frac{ir}{2\Lambda(1-r^2-t^2)^{1/2}} \times \ln \frac{r+i(1-r^2-t^2)^{1/2}}{r-i(1-r^2-t^2)^{1/2}}, \quad (6)$$

$$\mu = \frac{\pi(1-\rho)\eta}{2(1+\rho)\Lambda Q}, \quad (7)$$

$$r = \rho + \frac{3}{2}\eta, \quad \eta = \sigma \frac{p_0}{p_1} \vartheta^2, \quad (8)$$

$$\Lambda = 1 - \frac{r}{Q} \arcsin Q, \quad Q = \sqrt{1-r^2}, \quad (9)$$

$$t = \frac{q}{1-i\gamma}, \quad q = \frac{kv_0}{\omega_c},$$

$$\omega_c = \frac{eH}{mc}, \quad \gamma = \frac{v}{\omega_c} \ll 1, \quad (10)$$

где k — вектор распространения волны, $v_0 = p_0/m$ — скорость электронов в опорной точке линзы. Первые два слагаемые в (5) представляют вклад электронов, а третье — вклад дырок, который в области электронного ДСЦР хорошо описывается локальным приближением (γ_1 — отношение частоты столкновений дырок к их циклотронной частоте). При этом первое слагаемое связано с холловской проводимостью σ_{yx} , а второе — с диссипативной проводимостью σ_{xx} , описывающей магнитное затухание Ландау.

3. Физический механизм магнитного затухания Ландау

В работах [3,4], в которых было теоретически доказано существование магнитного затухания Ландау, и в последующих работах [5,6] выражение для σ_{xx} было получено в результате решения кинетического уравнения для электронного газа, находящегося в постоянном

магнитном поле \mathbf{H} и в неоднородном электромагнитном поле волны. Недостатком этого метода является то, что он не раскрывает физического механизма магнитного затухания Ландау и не позволяет объяснить его особенности — зависимость σ_{xx} от \mathbf{k} и \mathbf{H} . При решении кинетического уравнения остается неясным, почему величина σ_{xx} пропорциональна $|k|$, почему в щелочном металле в наклонном поле она пропорциональна $\sin^2 \vartheta$ и обратно пропорциональна H^2 . В случае же анизотропной поверхности Ферми желательнее также понять, как величина σ_{xx} зависит от ориентации вектора \mathbf{H} относительно осей симметрии этой поверхности. Ниже мы приведем простые физические соображения, которые позволяют объяснить все упомянутые зависимости и с точностью до коэффициента порядка единицы получить выражение для σ_{xx} , не решая кинетического уравнения.

Рассмотрим сначала более простой случай сферической поверхности Ферми. Бесстолкновительное поглощение обусловлено электронами, движущимися в фазе с волной. Поскольку фазовая скорость РЧ волны в металле на несколько порядков меньше характерных скоростей электронов, то поглощение обусловлено электронами с $p_z = 0$ (в случае аномального скин-эффекта это так называемые „эффективные электроны“, доля которых порядка v/kv_F , где v_F — скорость Ферми). При наличии постоянного магнитного поля \mathbf{H} эффективными являются электроны центрального сечения ферми-сферы плоскостью $p_z = 0$. В \mathbf{r} -пространстве орбиты этих электронов лежат в плоскости $z = \text{const}$. Если векторы \mathbf{k} и \mathbf{H} параллельны ($k_y = 0$), то эти электроны вращаются в однородном волновом поле. Поглощение энергии волны определяется величиной $\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$. Поскольку электроны вращаются вокруг направления \mathbf{H} , то это скалярное произведение нужно усреднить вдоль циклотронной орбиты. В случае $k_y = 0$, когда поле \mathbf{E} в поперечной плоскости однородно, среднее значение этого скалярного произведения равно нулю. Поэтому при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k}$ бесстолкновительное поглощение отсутствует. В случае же наклонного магнитного поля ($k_y \neq 0$) волновое поле неоднородно вдоль орбит электронов с $p_z = 0$, и ситуация является более сложной. Составляющая $E_y(y)$ по-прежнему не связана с поглощением, поскольку для каждого значения y на орбите электрона имеются две точки, в которых E_y одно и то же, а значения v_y равны по величине и противоположны по знаку. В результате среднее по орбите значение произведения $E_y v_y$ обращается в нуль. Напротив, составляющая электрического поля E_x связана с поглощением, поскольку две точки на электронной орбите, в которых значения v_x равны по величине и противоположны по знаку, имеют одинаковые x -координаты, но разные y -координаты. Поэтому значения $E_x(y)$ в этих точках отличаются, и среднее значение произведения $E_x v_x \neq 0$. Если длина РЧ волны в металле значительно превосходит циклотронный радиус электронной орбиты $R = v_F/\omega_c$ или если угол ϑ между \mathbf{k} и \mathbf{H} мал, так что $k_y R \ll 1$, то значения E_x в упомянутых двух точках отличаются на величину порядка $k_y R$.

Другими словами, на электроны действует „эффективное электрическое поле“

$$E_{x \text{ eff}} \sim k_y R E_x = kR \sin \vartheta E_x. \quad (11)$$

Плотность энергии, поглощаемая электронами в единицу времени, равна

$$\sigma E_x^2 \text{ eff}, \quad (12)$$

где σ — проводимость, обусловленная эффективными электронами. Она отличается от проводимости $\sigma_0 = ne^2/mv$ дополнительным множителем $v/|k_z|v_F$ (отношение длины РЧ волны в металле к длине пробега электронов), представляющим долю эффективных электронов. Таким образом, поглощаемая энергия равна

$$\frac{ne^2}{mv} \frac{v}{kv_F \cos \vartheta} (kR \sin \vartheta)^2 E_x^2. \quad (13)$$

Эту величину можно переписать в форме

$$\sigma_{xx} E_x^2, \quad (14)$$

где

$$\sigma_{xx} \simeq \frac{nec}{H} \frac{kc p_F}{eH} \frac{\sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta} = \frac{nec}{H} |q| \frac{\sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta}. \quad (15)$$

Точное выражение для σ_{xx} , полученное в [3] с помощью кинетического уравнения, отличается от (15) дополнительным коэффициентом $3\pi/8$. Таким образом, рассмотрение движения эффективных электронов в постоянном магнитном поле \mathbf{H} и в неоднородном электрическом поле $\mathbf{E}(y)$ показывает, что магнитное затухание Ландау связано только с элементом тензора проводимости σ_{xx} , и позволяет определить зависимость σ_{xx} от k , H и ϑ . Термин „магнитное затухание Ландау“ был введен Бухсбаумом и Плацманом [9].

В [4] было изучено магнитное затухание Ландау в металлах с анизотропными поверхностями Ферми. Как и в [3], формально решалось кинетическое уравнение. Было обнаружено, что магнитное затухание Ландау существует даже при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k}$, если эти векторы направлены под углом к оси симметрии поверхности Ферми. Приведенный выше качественный вывод выражения для σ_{xx} применим и к этому случаю. Продемонстрируем это на примере электронной линзы кадмия, толщина которой равна $2p_1$, а радиус — $\sqrt{p_0 p_1}$. Пусть векторы \mathbf{k} и \mathbf{H} направлены вдоль оси z , а ось линзы лежит в плоскости yz и составляет угол ϑ с осью z . Для простоты будем считать, что $\vartheta \ll 1$. Ситуация отличается от рассмотренной выше тем, что орбиты эффективных электронов в \mathbf{r} -пространстве, соответствующие центральному сечению линзы плоскостью $p_z = 0$, лежат теперь в некоторой плоскости, проходящей через ось x и наклоненной к плоскости xy , т.е. выведены из плоскости равной фазы волны. Причина состоит в том, что при отклонении вектора \mathbf{H} от оси линзы в продольной скорости электронов v_z , помимо постоянной составляющей, пропорциональной p_z , появляется составляющая,

осциллирующая при вращении электронов по орбите. Действительно, из формулы (4) следует, что при $p_z = 0$ продольная скорость

$$v_z = v_{\perp} \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) \vartheta \sin \Phi. \quad (16)$$

Сравнение (16) со вторым выражением (3) для v_y показывает, что отношение составляющих равно

$$\frac{v_z}{v_y} = \Theta, \quad \Theta = \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) \vartheta. \quad (17)$$

Это означает, что орбиты эффективных электронов лежат в плоскости, проходящей через ось x и наклоненной к плоскости xy под углом Θ , который в несколько раз больше угла ϑ . Поэтому даже при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k}$ эффективные электроны вращаются в неоднородном электрическом поле, что приводит к существованию магнитного затухания Ландау. При этом его величина нарастает с ϑ намного быстрее, чем при отклонении вектора \mathbf{k} от оси линзы (величина μ , определяющая магнитное затухание Ландау, содержит большой множитель p_0/p_1 , характеризующий анизотропию линзы).

В геометрии, когда нормаль к поверхности образца ориентирована вдоль гексагональной оси ($\mathbf{k} \parallel [0001]$), а вектор \mathbf{H} отклонен на угол ϑ , ситуация аналогична, но угол наклона орбиты к плоскости равной фазы волны равен

$$\Theta = \vartheta p_0/p_1.$$

4. Дисперсионное уравнение и его решения

Рассмотрим теперь функцию $\sigma(q)$, которая определяет радиочастотные свойства металла. В области $q^2 < 1$ ее мнимая часть много меньше вещественной, причем последняя является положительной. Благодаря этому обстоятельству и возможно существование доплерона. При $q^2 \ll 1$ функция $s(q)$ имеет вид

$$s(q) = 1 + f_0 \frac{q^2}{(1 - i\gamma)^2} + O(q^4), \quad (18)$$

$$f_0 = \frac{1}{2Q^2} - \frac{1}{6\Lambda}.$$

Единица в (18) соответствует электронной части холловской проводимости в локальном приближении; она компенсируется дырочной частью. Другими словами, величина холловской проводимости определяется суммой второго и последующих членов в (18). Поэтому при $q^2 \sim 1$ функцию $s(q)$ удобно записать в виде

$$s(q) = 1 + f(q) \frac{q^2}{(1 - i\gamma)^2}. \quad (19)$$

Обсудим поведение функции $f(q)$. Из выражения (6) для $s(q)$ следует, что при $q = 0$ функция f равна f_0 , а

ее производная – нулю. В интервале $0 < q^2 < 1$ функция f и ее производные возрастают, причем f остается вещественной и положительной (в пренебрежении малыми мнимыми членами порядка $i\gamma$). При $q = \pm(1 - i\gamma)$ функция f достигает значения f_1 , где

$$f_1 = \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{1}{r} - 1, \quad (20)$$

а ее производная обращается в бесконечность (в пределе $\gamma \rightarrow 0$).

В интервале $0 < q^2 < 1$ функцию f можно аппроксимировать более простой формулой

$$F(q) = f_1 \left[1 - (1 - \beta) \left[1 - \frac{q^2}{(1 - i\gamma)^2} \right]^{1/2} \right],$$

$$\beta = \frac{f_0}{f_1}, \quad (21)$$

которая ведет себя подобным же образом. Действительно, при $q = 0$ функция $F = f_0$, а ее производная равна нулю. При $q = \pm(1 - i\gamma)$ функция $F = f_1$, а ее производная равна бесконечности. Таким образом, $f(q)$ и $F(q)$ ведут себя одинаково вблизи границ интересующего нас интервала q^2 . В середине же этого интервала, как показывает вычисление, их отличие не превосходит нескольких процентов. Поэтому в (19) мы можем заменить $f(q)$ на $F(q)$ и представить выражение для $\sigma(q)$ в форме

$$\sigma(q) = -i \frac{ne c}{H} \left[\frac{q^2}{(1 - i\gamma)^3} F(q) + i (\mu \sqrt{q^2} + \gamma_0) \right],$$

$$\gamma_0 = \gamma + \gamma_1. \quad (22)$$

Дисперсионное уравнение для РЧ волны в металле имеет вид

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma(q), \quad (23)$$

где ω — частота волны. С учетом (22) его можно записать в форме

$$q^2 = \xi \left[\frac{q^2}{(1 - i\gamma)^3} F(q) + i (\mu \sqrt{q^2} + \gamma_0) \right] \quad (24)$$

или в форме

$$\frac{1}{\xi} = \frac{F(q)}{(1 - i\gamma)^3} + i \left(\frac{\mu}{\sqrt{q^2}} + \frac{\gamma_0}{q^2} \right), \quad (25)$$

где

$$\xi = \frac{4\pi \omega n p_0^2 c}{e H^3}. \quad (26)$$

Уравнение (25) имеет два корня с положительной мнимой частью, один — малый, а второй — порядка единицы. Малый корень можно найти, если в аргументе

функции F в (25) положить q равным нулю, в результате чего получаем

$$\frac{1}{\xi} - f_0 = i \left(\frac{\mu}{\sqrt{q^2}} + \frac{\gamma_0}{q^2} \right). \quad (27)$$

Решение (27) есть q_s ,

$$q_s = \frac{i \xi \mu}{2(1 - f_0 \xi)} + \left[-\frac{\xi^2 \mu^2}{4(1 - f_0 \xi)^2} + \frac{i \xi \gamma_0}{(1 - f_0 \xi)} \right]^{1/2}. \quad (28)$$

Этот корень является существенно комплексным. Он обусловлен диссипативными процессами — магнитным затуханием Ландау и столкновениями носителей. Корень q_s соответствует затухающей, скинковой компоненте волнового поля. В случае $\mu^2 \gg \gamma_0$ этот корень определяется магнитным затуханием Ландау, в противном случае — столкновениями носителей.

Величина второго корня порядка единицы. Будем искать его методом последовательных приближений. Поскольку $\mu \ll 1$ и $\gamma_0 \ll 1$, пренебрежем сначала в (25) всеми мнимыми членами. Тогда получаем уравнение

$$h^3 = 1 - (1 - \beta)(1 - q^2)^{1/2}, \quad (29)$$

где

$$h = \frac{H}{H_U}, \quad H_U^3 = \frac{4\pi \omega n p_0^2 c f_1}{e}. \quad (30)$$

Уравнение (29) можно переписать в форме

$$(1 - q^2)^{1/2} = \frac{1 - h^3}{1 - \beta}. \quad (31)$$

Его решение является вещественным при выполнении неравенств $\beta < h^3 < 1$, т.е. в интервале значений поля $H_L < H < H_U$, где $H_L = H_U \beta^{1/3}$. В этом интервале решение уравнения (31) определяет спектр доплерона. Оно имеет вид

$$q_0 = - \left[1 - \left(\frac{1 - h^3}{1 - \beta} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (32)$$

Таким образом, величина H_L имеет смысл нижнего порога доплерона, а величина H_U — верхнего. Область существования доплерона определяется величиной β . Чем меньше β , тем выше H_U , тем шире область.

Учтем теперь мнимые члены в (25) и найдем затухание доплерона. При этом в малых членах с μ и γ_0 мы можем заменить q на q_0 , а в качестве аргумента функции F подставить $q = q_0 + iq_1$, где q_1 обусловлено членами с γ , γ_0 и μ и является малым: $q_1 \ll |q_0|$. Поэтому мы можем разложить $F(q_0 + iq_1)$ по степеням малых величин q_1 и $i\gamma/\xi$ и ограничиться линейными

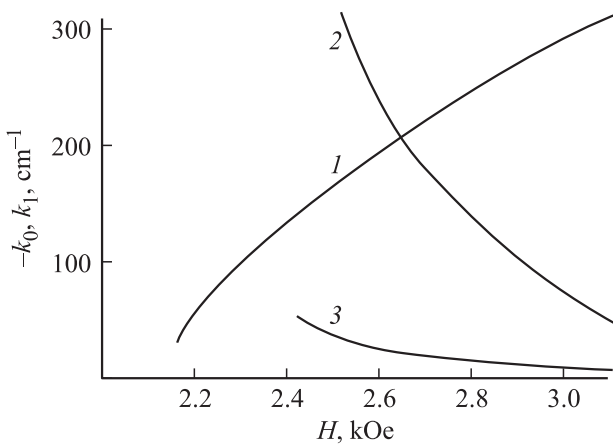


Рис. 1. Зависимости волнового вектора (1) и затухания (2, 3) доплерона от поля H .

членами разложения. Учитывая (29), находим

$$q_1 = \frac{1 - h^3}{(1 - \beta)^2} \left[\frac{1}{f_1 q_0^2} \left(\mu + \frac{\gamma_0}{|q_0|} \right) + \frac{3\gamma h^3}{|q_0|} \right] + |q_0| \gamma. \quad (33)$$

Первое слагаемое в (33), пропорциональное μ , обусловлено магнитным затуханием Ландау, а остальные слагаемые — столкновениями электронов и дырок.

На рис. 1 приведены результаты расчета $k_0(H) = eHq_0(H)/p_0c$ и $k_1(H) = eHq_1(H)/p_0c$. Расчет выполнен для частоты волны $\omega/2\pi = 50$ кГц, частоты столкновений носителей $\nu = \nu_1 = 10^9$ 1/с и угла $\vartheta = 0.12$. При этом нижний порог доплерона равен $H_L = 2.2$ кОе, а верхний $H_U = 3.2$ кОе. Кривая 1 представляет график $k_0(H)$, а кривая 2 — график $k_1(H)$. Для сравнения на этом же рисунке приведен график k_1 при $\vartheta = 0$ (кривая 3). Видно, что даже небольшое отклонение вектора \mathbf{H} от оси C_6 увеличивает затухание доплерона во много раз.

5. „Просветление“ металла в нелинейном режиме

Рассмотрим траектории эффективных электронов в поле волны большой амплитуды. В системе координат, движущейся вдоль оси z с фазовой скоростью волны ω/k , электрическое поле отсутствует, магнитное поле волны не зависит от времени, и движение электрона описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{e}{c} \mathbf{v} \times (\mathbf{H} + \mathbf{H}_\omega(z)), \quad (34)$$

где точка сверху означает производную по времени, $\mathbf{H}_\omega = \{H_\omega \sin(kz), H_\omega \cos(kz), 0\}$ — магнитное поле волны. В цилиндрических координатах p_z, p_\perp, Φ , где $p_x = p_\perp \cos \Phi, p_y = p_\perp \sin \Phi$, (34) принимает вид

$$\dot{\Phi} = \frac{eH}{mc} - \frac{eH_\omega}{mc} \frac{v_z}{v_\perp} (\sin \Phi \cos kz + \cos \Phi \sin kz), \quad (35)$$

$$\dot{p}_z = -\omega_c p_\perp \frac{H_\omega}{H} (\cos \Phi \cos kz - \sin \Phi \sin kz), \quad (36)$$

$$\dot{p}_\perp = -\frac{v_z}{v_\perp} \dot{p}_z. \quad (37)$$

Чтобы система (35)–(37) была замкнутой, ее нужно дополнить уравнением (4), которое при $p_z \ll p_1$ принимает вид

$$\dot{z} \equiv v_z = v_0 \frac{p_z}{p_1} + v_\perp \Theta \sin \Phi, \quad v_0 = \frac{p_0}{m}. \quad (38)$$

Поскольку поле волны мало по сравнению с постоянным полем, $H_\omega \ll H$, а продольная компонента скорости эффективных электронов много меньше поперечной, $v_z \ll v_\perp$, то вторым слагаемым в правой части (35) можно пренебречь и его решение записать в виде: $\Phi = \omega_c t$. Далее, ввиду малости v_z/v_\perp можно пренебречь изменением p_\perp и считать его постоянным. Остающиеся уравнения (36) и (38) можно решить методом усреднения по быстрым изменениям фазы Φ . Будем искать их решение в виде

$$z = z_c - R\Theta \cos \Phi, \quad R = \frac{v_\perp}{\omega_c}, \quad (39)$$

где z_c — медленно меняющаяся со временем координата центра ларморовской орбиты электрона, второе слагаемое представляет быстрые изменения z -координаты вследствие вращения по наклонной орбите. Подстановка (39) в (38) дает

$$\dot{z}_c = v_0 \frac{p_z}{p_1}. \quad (40)$$

Если теперь продифференцировать (40) по t и с помощью (36) исключить \dot{p}_z , то получается уравнение, содержащее слагаемое с произведением двух косинусов и слагаемое с произведением двух синусов. Последнее является быстро осциллирующей функцией и при усреднении по Φ дает нуль. В первом же слагаемом, помимо быстро осциллирующей части, имеется и медленно меняющаяся часть. Чтобы ее выделить, достаточно разложить $\cos(kz_c - kR\Theta \cos \Phi)$ по степеням малой величины $kR\Theta \cos \Phi$ и ограничиться линейным членом. После этого усреднение по Φ дает следующее уравнение для z_c :

$$\dot{z}_c = -\frac{\omega_0^2}{k} \sin kz_c, \quad \omega_0^2 = \frac{k^2 v_0^2 \Theta}{1 + \rho} \frac{H_\omega}{H}. \quad (41)$$

Его первый интеграл имеет вид

$$(\dot{z})^2 = v_{z0}^2 + \frac{\omega_0^2}{k^2} \cos(kz). \quad (42)$$

Из (42) следует, что электроны, для которых $v_{z0} > \omega_0/k$, совершают инфинитное движение вдоль оси z , а электроны, для которых $v_{z0} < \omega_0/k$, захватываются полем волны и совершают колебательные движения с частотой ω_0 . Первые называются пролетными, а вторые — захваченными. Поглощение зависит от величины ω_0/v .

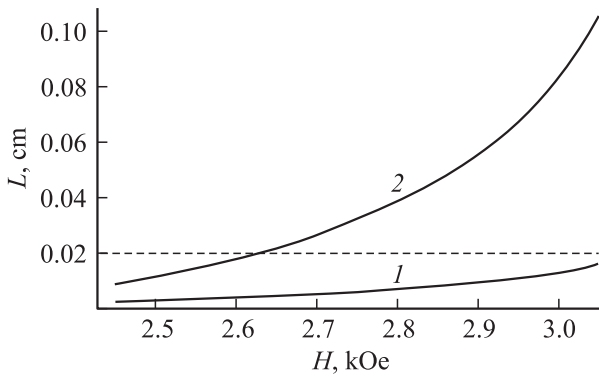


Рис. 2. Зависимости длины затухания доплерона от поля H в линейном (1) и нелинейном (2) режимах.

При $\omega_0 \ll \nu$ захвата не происходит и осуществляется линейный режим. В обратном случае, $\omega_0 \gg \nu$, эффективные электроны захватываются волной и бесстолкновительное поглощение ослабевает. В [7] Вугальтер и Демиховский теоретически изучили влияние нелинейности на распространение геликона в щелочном металле в наклонном магнитном поле. Они показали, что в нелинейном режиме, когда $\omega_0 \gg \nu$, затухание геликона уменьшается в ω_0/ν раз. Вслед за этим, в [8] теоретически и экспериментально было показано, что захват электронов, ответственных за циклотронное поглощение дырочного доплерона в кадмии, приводит к существенному уменьшению поглощения и увеличению амплитуды доплеронных осцилляций. В последующие два десятилетия в серии работ нами было продемонстрировано, что подавление циклотронного поглощения в нелинейном режиме является общим для многих металлов. В благородных металлах, металлах третьей группы и некоторых других оно не только облегчает распространение геликонов и доплеронов, но и приводит к появлению волн нового типа, не имеющих аналогов в линейном режиме. Результаты этих работ описаны в обзоре [10].

Из проведенного выше рассмотрения движения электронов в поле волны большой амплитуды следует, что магнитное затухание Ландау в кадмии может быть подавлено. Для получения нелинейного затухания величину μ нужно заменить на μ_n , где

$$\mu_n = \mu \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\nu} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (43)$$

В результате захвата эффективных электронов волновым полем величина μ_n становится существенно меньше μ , и затухание доплерона оказывается намного слабее, чем в линейном режиме. В качестве иллюстрации на рис. 2 представлена зависимость длины затухания доплерона $L = 1/k_1$ от поля H . Кривая 1 соответствует амплитуде волнового поля $H_\omega = 1$ Ое, а кривая 2 — амплитуде $H_\omega = 100$ Ое (значения ω , ν и ν' взяты теми же, что и для кривых рис. 1). На этом же

рисунке проведена штриховая горизонтальная прямая, соответствующая длине 0.02 см. Видно, что вся кривая 1 проходит ниже штриховой прямой, а значительная часть кривой 2 — существенно выше. Это означает, что в линейном режиме доплерон не проходит через пластину кадмия толщиной 0.02 см, а в нелинейном — проходит. Таким образом, в нелинейном режиме действительно происходит „просветление“ металла.

6. Заключение

Мы показали, что магнитное затухание Ландау в кадмии в нелинейном режиме может быть много меньше, чем в линейном. В результате распространение электронного доплерона оказывается возможным не только в геометрии $\mathbf{H} \parallel [0001]$, но и при отклонении вектора поля от гексагональной оси. Подобная ситуация актуальна и для некоторых других металлов. В частности, электронная линза цинка похожа на линзу кадмия. В [11] был изучен ДСЦР в цинке в нелинейном режиме и было показано, что в результате подавления циклотронного поглощения в нем становится возможным существование электронного доплерона. Из результатов настоящей работы следует, что этот доплерон может распространяться не только в геометрии $\mathbf{H} \parallel [0001]$, но и в случае, когда поле \mathbf{H} направлено под углом к этой оси. Подавление магнитного затухания Ландау должно происходить и в полуметаллах, в которых нелинейный режим реализуется легче, чем в типичных металлах.

Список литературы

- [1] Л.М. Фишер, В.В. Лаврова, В.А. Юдин, О.В. Константинов, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **60**, 759 (1971).
- [2] О.В. Константинов, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, В.В. Лаврова, В.А. Юдин. ЖЭТФ **63**, 224 (1972).
- [3] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **45**, 610 (1963).
- [4] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **46**, 1106 (1964).
- [5] В.В. Лаврова, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин. ФТТ **15**, 2335 (1973).
- [6] И.Ф. Волошин, Н.А. Подлевских, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов. ЖЭТФ **90**, 352 (1986).
- [7] Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский. ЖЭТФ **70**, 1419 (1976).
- [8] И.Ф. Волошин, Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский, Л.М. Фишер. ЖЭТФ **73**, 1503 (1977).
- [9] S.J. Buchsbaum, P.M. Platzman. Phys. Rev. **154**, 395 (1967).
- [10] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФНТ **37**, 1136 (2011).
- [11] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ЖЭТФ **114**, 725 (1998).