

01;04

Теоретическая оценка несплошности адгезионного контакта многослойных элементов жидкометаллического blankets термоядерного реактора

© И.В. Витковский,¹ А.Н. Конев,¹ В.С. Шоркин,² С.И. Якушина²

¹ Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, 196641 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: vitkoviv@sintez.niiefa.spb.su

² Орловский государственный технический университет, 302020 Орел, Россия

(Поступило в Редакцию 4 сентября 2006 г.)

Разработана методика расчета несплошности адгезионного контакта и энергии адгезии двух тел, позволяющая проводить их учет в конструкции многослойной металлокерамической стенки (электроизоляционного барьера) жидкометаллического blankets термоядерного реактора. В основе методики используются: модель линейно-упругой среды — когда деформации пропорциональны внешним воздействиям; предположение о том, что любое тело в состоянии равновесия обладает минимумом внутренней потенциальной энергии.

Получены выражения для расчета площади адгезионного контакта двух тел и энергии их адгезии. Приведены расчетные данные, иллюстрирующие зависимость этих параметров от значений модуля Юнга и коэффициента Пуассона для различных пар материалов, включая наиболее вероятные для электроизоляционных барьеров жидкометаллических blankets.

PACS: 02.70.-c

Введение

Одним из направлений разработки электроизоляционных барьеров на границе раздела жидкий металл—конструкционный материал в проточных трактах самоохлаждаемых жидкометаллических blankets и систем охлаждения термоядерных реакторов (ТЯР) является создание многослойных металлокерамических барьеров [1,2]. Однако на пути реализации этой идеи возникают технологические трудности, связанные с формированием многослойной структуры. С технологической точки зрения перспективным способом получения металлокерамических барьеров представляется формирование многослойной структуры вакуумно-дуговым напылением. Однако и по такой технологии получить идеальный контакт между некоторыми материалами невозможно, из-за того что атомная решетка одного из материалов стремится продолжить решетку другого [3], что приводит в окрестности точки их контакта к нарастанию сдвиговых напряжений по мере удаления от нее и в конечном счете к отслоению. Несмотря на то что эта проблема может быть частично снята, например формированием промежуточных слоев [1], остается опасность того, что островковый механизм образования и роста напыляемых слоев [4] может быть причиной существования между ними пустот, обуславливающих несплошность контакта.

Результаты оценки величины энергии адгезии по изложенной в [1] методике оценки прочности сплошного адгезионного шва через известные механические характеристики упругих материалов могут существенно отличаться из-за несплошности адгезионного контакта от реального значения энергии, характеризующей качество сцепления смежных слоев.

Расчетная модель

В настоящей работе предложена методика расчета энергии адгезии в случае несплошности адгезионного контакта двух однокомпонентных тел. В ее основе используются: модель линейно-упругой среды — когда деформации пропорциональны внешним воздействиям [5]; общеизвестное предположение о том, что любое тело в состоянии равновесия обладает минимумом внутренней потенциальной энергии, при этом энергия адгезии на единице площади определяется по выражению [6]:

$$F = W^{(1,2)} - W^{(1)} - W^{(2)}.$$

Здесь $W^{(1)}$ и $W^{(2)}$ — поверхностные энергии свободных от адгезионного контакта тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ соответственно [(1) и (2) — индексы, обозначающие номера тел]; $W^{(1,2)}$ — поверхностная энергия системы тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ на площади их контакта S_0 [(1,2) — индекс соответствующей системы тел]. Это означает, что на части элементарного участка dS_0^α поверхности контакта S_0 ($dS_0^\alpha = \alpha dS_0$) адгезия существует, а на части $dS_0^{1-\alpha} = (1-\alpha)dS_0$ адгезия отсутствует.

Здесь и далее индекс α означает принадлежность величины к участку α , на котором есть адгезия, тогда

$$dS_0 = dS_0^\alpha + dS_0^{1-\alpha} = \alpha dS_0 + (1-\alpha)dS_0.$$

Несплошность адгезионного контакта тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ говорит о зависимости величины $W^{(1,2)}$ от относительной площади реального контакта

$$W^{(1,2)} = f(\alpha).$$

При этом условии о минимуме внутренней энергии тела в состоянии равновесия (в нашем случае $B = B^{(1)} \cup B^{(2)}$) сводится к уравнению

$$\frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} = 0, \quad (1)$$

которое в дальнейшем используется для вычисления α .

Для определения зависимости $f(\alpha)$ принято следующее.

— Расчетная модель для определения энергии адгезии базируется на предположении о том, что для тел, находящихся в состоянии адгезии, прямолинейное до деформации материальное волокно, пересекающее контактную поверхность, сохраняет свою целостность и гладкость в случае любой деформации объединенного тела.

— Состояние тела $B^{(\gamma)}$ (здесь и далее γ — номер тела, $\gamma = 1, 2$), при котором физические свойства однородны, изотропны и не зависят от его границ, а начальные напряжения описываются тензором, обозначенным верхним индексом „2“

$$P_0^{2(\gamma)} = T_0^{(\gamma)} \mathbf{N}^{(\gamma)},$$

называется отсчетным. Точка между перемножаемыми объектами означает их скалярное произведение („свертку“).

Здесь $\mathbf{N}^{(\gamma)}$ — единичный вектор, нормальный к эквипотенциальным поверхностям поля межчастичного взаимодействия внутри изучаемого тела, совпадающий на поверхности с внешней единичной нормалью \mathbf{n} ; $T_0 = \pi_0 \delta_{ij} \delta_{kl} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j \mathbf{e}_k \mathbf{e}_l$ — тензор четвертого ранга, характеризующий способность изотропной среды развивать напряженное состояние (здесь и далее проводится суммирование по повторяющимся индексам — правило Эйнштейна), где π_0 — материальная константа, δ_{ij} , δ_{kl} — символы Кронекера, \mathbf{e}_i , \mathbf{e}_j , \mathbf{e}_k , \mathbf{e}_l — базисные векторы, $i, j, k, l = 1, 2, 3$.

— Тела $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ являются полубесконечными, занимающими в отсчетном состоянии области $B^{(1)}$: $(0 < x_1 < +\infty, -\infty < x_2, x_3 < +\infty)$ и $B^{(2)}$: $(-\infty < x_1 < 0, -\infty < x_2, x_3 < +\infty)$, контактирующими по плоскости S_0 : $(x_1 = 0, -\infty < x_2, x_3 < +\infty)$. В этом случае $W^{(1,2)}$ определяется по выражению

$$W^{(1,2)} = \int_{-\infty}^{-0} w^{(1)}(x_1) dx_1 + \int_{+0}^{+\infty} w^{(2)}(x_1) dx_1,$$

где $w^{(\gamma)}$ — объемная плотность изменения потенциала внутренних сил тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ соответственно.

— Деформационные и энергетические изменения, связанные с адгезией тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$, распространяются по всему их объему.

— Тело B находится в изотермическом состоянии.

— Напряженное состояние характеризуется тензорами $P^{1(\gamma)}, P^{2(\gamma)}$ с компонентами $P_{ij}^{1(\gamma)} = \frac{\partial w^{(\gamma)}}{\partial g_{ij}^{(\gamma)}}$, $P_{ijk}^{2(\gamma)} = \frac{\partial w^{(\gamma)}}{\partial Z_{ijk}^{(\gamma)}}$, являющимися обобщенными внутренними сила-

ми, работающими на обобщенных перемещениях $g_{ij}^{(\gamma)}$ и $Z_{ijk}^{(\gamma)}$ соответственно.

— Деформации, вызванные адгезией тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$, характеризуются компонентами классического тензора деформаций

$$g_{ij}^{(\gamma)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(\gamma)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(\gamma)}}{\partial x_i} \right)$$

и компонентами второго градиента вектора перемещений

$$Z_{ijk}^{(\gamma)} = \frac{\partial^2 u_i^{(\gamma)}}{\partial x_j \partial x_k}.$$

Вектор $\mathbf{u} = u_i \mathbf{e}_i$ и радиус-вектор точек пространства $\mathbf{r} = x_i \mathbf{e}_i$ задаются в ортонормированном базисе \mathbf{e}_i ($i = 1, 2, 3$). Объемная плотность изменения потенциала внутренних сил определяется равенством

$$\begin{aligned} w^{(\gamma)} = & \mu^{(\gamma)} g_{ij}^{(\gamma)} g_{ij}^{(\gamma)} + \frac{\lambda^{(\gamma)}}{2} g_{kk}^{(\gamma)} g_{ll}^{(\gamma)} \\ & + \frac{2\mu^{(\gamma)} + \lambda^{(\gamma)}}{2} (b_1^{2(\gamma)} Z_{ijk}^{(\gamma)} Z_{ijk}^{(\gamma)} + b_2^{2(\gamma)} Z_{ijk}^{(\gamma)} Z_{kji}^{(\gamma)}) \\ & + \pi_0^{(\gamma)} \delta_{ij} E_k^{(\gamma)} Z_{ijk}^{(\gamma)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\mu^{(\gamma)}$, $\lambda^{(\gamma)}$ — коэффициенты Ламе, описываемые выражениями

$$\begin{aligned} \lambda^{(\gamma)} &= \frac{\nu^{(\gamma)} E^{(\gamma)}}{(1 + \nu^{(\gamma)})(1 - 2\nu^{(\gamma)})}, \\ \mu^{(\gamma)} &= \frac{E^{(\gamma)}}{2(1 + \nu^{(\gamma)})}, \end{aligned}$$

$\pi_0^{(\gamma)}$, $b_1^{(\gamma)}$, $b_2^{(\gamma)}$ — дополнительные постоянные, определяемые на основании дисперсионного закона [7], коэффициенты которого должны совпадать с соответствующими коэффициентами, полученными экспериментально [8], и могут быть вычислены, например, по формулам [1]:

$$\pi_0^{(\gamma)} = \frac{W_p^{(\gamma)}}{k^{(\gamma)}},$$

где

$$W_p^{(\gamma)} = 8E^{(\gamma)} \cdot 10^{-12}, \quad [W_p^{(\gamma)}] = \frac{J}{m^2}; \quad k^{(\gamma)} = \frac{\nu^{(\gamma)}}{1 - \nu^{(\gamma)}};$$

$$b_1^{(\gamma)} = \frac{3W_p^{(\gamma)}}{4k^{(\gamma)2}A_1^{(\gamma)}}, \quad b_2^{(\gamma)} = \frac{3W_p^{(\gamma)}}{4k^{(\gamma)2}A_2^{(\gamma)}},$$

где

$$\begin{aligned} A_1^{(\gamma)} &= \frac{E^{(\gamma)}}{2} \frac{1 - \nu^{(\gamma)}}{(1 + \nu^{(\gamma)})(1 - 2\nu^{(\gamma)})}, \\ A_2^{(\gamma)} &= \frac{E^{(\gamma)} \nu^{(\gamma)}}{(1 + \nu^{(\gamma)})(1 - 2\nu^{(\gamma)})}, \end{aligned}$$

а $E^{(\gamma)}$ и $\nu^{(\gamma)}$ — модуль упругости Юнга и коэффициент Пуассона материала тела $B^{(\gamma)}$ соответственно.

Системы дифференциальных уравнений равновесия тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$, находящихся в состоянии адгезии на поверхности S_0 крайевых условий на свободных участках границы этих тел и условий сопряжения на границе контакта S_0 имеют вид [9]:

$$\nabla \cdot (P^{1(\gamma)} - \nabla \cdot P^{2(\gamma)}) = \mathbf{Q}^{(\gamma)}, \quad \mathbf{r} \in B^{(\gamma)}; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(\gamma)} \cdot (P^{1(\gamma)} - \nabla \cdot P^{2(\gamma)}) - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(\gamma)} \cdot P^{2(\gamma)}) &= \boldsymbol{\tau}^{(\gamma)}, \quad \mathbf{r} \in S^{(\gamma)}; \\ \mathbf{n}^{(\gamma)} \cdot P^{2(\gamma)} &= \mathbf{q}^{(\gamma)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для области $\alpha S_0 = S_0^\alpha$:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot (P^{1(1)} - \nabla \cdot P^{2(1)}) - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(1)}) \\ + \mathbf{n}^{(2-1)} \cdot (P^{1(2)} - \nabla \cdot P^{2(2)}) - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(2-1)} \cdot P^{2(2)}) &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(1)} + \mathbf{n}^{(2-1)} \cdot P^{2(2)} &= \mathbf{0}, \quad (5) \\ \mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{u}^{(2)}, \quad \nabla_{\mathbf{n}} \mathbf{u}^{(1)} = \nabla_{\mathbf{n}} \mathbf{u}; \quad \mathbf{r} \in S_0^\alpha. \end{aligned}$$

Здесь и далее ∇ , ∇_S , $\nabla_{\mathbf{n}}$ — вычисления градиентов по объему, поверхности тела и нормали к ней соответственно; $\mathbf{Q}^{(\gamma)}$, $\boldsymbol{\tau}^{(\gamma)}$ — объемные и поверхностные плотности внешних сил, действующих на тело $B^{(\gamma)}$; $\mathbf{q}^{(\gamma)}$ — поверхностная плотность обобщенных сил, совершающих работу на обобщенных перемещениях — градиентах реальных перемещений \mathbf{u} ; $\mathbf{n}^{(1-2)}$ — вектор нормали, направленный от тела $B^{(1)}$ к телу $B^{(2)}$, а $\mathbf{n}^{(2-1)}$ — вектор нормали, направленный от тела $B^{(2)}$ к телу $B^{(1)}$.

Для области $(1-\alpha)S_0 = S_0^{1-\alpha}$, где адгезия отсутствует, вместо условий (5) используются следующие условия:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot (P^{1(1)} - \nabla \cdot P^{2(1)}) - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(1)}) \\ = \mathbf{n}^{(2-1)} \cdot (P^{1(2)} - \nabla \cdot P^{2(2)}) \\ - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(2-1)} \cdot P^{2(2)}) = \boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)}; \quad (6) \\ \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(1)} + \mathbf{n}^{(2-1)} \cdot P^{2(2)} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{r} \in S_0^{1-\alpha}. \end{aligned}$$

Здесь и далее $\boldsymbol{\sigma}$ — поверхностная плотность силы (напряжение).

Для фиксации положения $B = B^{(1)} \cup B^{(2)}$ одна из материальных точек считается неподвижной. Положения остальных точек составного тела определяются при расчете деформаций.

В общем случае, когда объединенное тело B подвержено внешним воздействиям, тело $B^{(1)}$ действует на тело $B^{(2)}$ на площадке dS_0 с силой

$$d\mathbf{F}^{(1-2)} = \boldsymbol{\sigma}^{(1-2)} dS_0; \quad (7)$$

эта сила состоит из двух слагаемых

$$d\mathbf{F}^{(1-2)} = d\mathbf{F}_\alpha^{(1-2)} + d\mathbf{F}_{1-\alpha}^{(1-2)}, \quad (8)$$

где $\mathbf{F}_\alpha^{(1-2)}$ возникает и развивается на площадке dS_0^α , а $\mathbf{F}_{1-\alpha}^{(1-2)}$ — на площадке $dS_0^{1-\alpha}$. Из этого следует,

что на участке dS_0^α развиваются напряжения $\boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)}$, порождаемые адгезией, и

$$d\mathbf{F}_\alpha^{(1-2)} = \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)} dS_0^\alpha = (\alpha \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)}) dS_0. \quad (9)$$

На участке $dS_0^{1-\alpha}$ адгезия между телами $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ отсутствует, следовательно $\boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)} \neq \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)}$, и

$$d\mathbf{F}_{1-\alpha}^{(1-2)} = \boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)} dS_0^{1-\alpha} = [(1-\alpha)\boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)}] dS_0. \quad (10)$$

Подставив (10) и (9) в (8) с учетом (7), увидим, что напряжение $\boldsymbol{\sigma}^{(1-2)}$, развивающееся на элементе площади dS_0 , является линейной комбинацией напряжений $\boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)}$ и $\boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)}$ с соответствующими весовыми коэффициентами

$$\boldsymbol{\sigma}^{(1-2)} = \alpha \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{(1-2)} + (1-\alpha)\boldsymbol{\sigma}_{1-\alpha}^{(1-2)}.$$

Из рассуждений для гипернатяжений

$$\mathbf{q}^{(1-2)} = \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(1)} = \mathbf{n}^{(2-1)} \cdot P^{2(2)},$$

развивающихся на тех же участках dS_0^α и $dS_0^{1-\alpha}$ следует, что

$$\mathbf{q}^{(1-2)} = \alpha \mathbf{q}_\alpha^{(1-2)} + (1-\alpha)\mathbf{q}_{1-\alpha}^{(1-2)}.$$

Согласно [5], векторы $\boldsymbol{\sigma}^{(1-2)}$ и $\mathbf{q}^{(1-2)}$ связаны с тензорами $P^{1(2)}$ и $P^{2(2)}$ соотношениями

$$\boldsymbol{\sigma}^{(1-2)} = \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot (P^{1(2)} - \nabla \cdot P^{2(2)}) - \nabla_S \cdot (\mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(2)}), \quad (11)$$

$$\mathbf{q}^{(1-2)} = \mathbf{n}^{(1-2)} \cdot P^{2(2)} \quad (12)$$

Из условий непрерывности и дифференцируемости перехода от приграничных областей к внутренним с учетом (11), (12) вытекает, что тензоры $P_\alpha^{k(\gamma)}$ и $P_{1-\alpha}^{k(\gamma)}$ ($k = 1, 2$; $\gamma = 1, 2$) удовлетворяют условиям равновесия (3).

Учет влияния неполноты контакта на перемещениях, обусловленных деформациями при адгезии тел, проводится на следующем основании. Выражения для элементарных объема и массы частицы тела, например $B^{(2)}$, имеют соответственно вид

$$dV^{(2)} = dn dS_0 = dn dS_0^\alpha + dn dS_0^{1-\alpha} = dV_\alpha^{(2)} + dV_{1-\alpha}^{(2)}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} dm^{(2)} = \rho dV^{(2)} &= dm_\alpha^{(2)} + dm_{1-\alpha}^{(2)} \\ &= \alpha dm^{(2)} + (1-\alpha)dm^{(2)}, \end{aligned} \quad (14)$$

где dn — элементарная высота, отсчитываемая вдоль нормали \mathbf{n} , ρ — массовая плотность.

В процессе формирования адгезионного контакта тело $B^{(2)}$ движется с некоторой скоростью $\mathbf{U}^{(2)}$. При этом его частицы $dm_\alpha^{(2)}$ под действием силы $d\mathbf{F}_\alpha^{(1-2)}$ получают импульс силы

$$d\mathbf{F}_\alpha^{(1-2)} dt = \mathbf{U}_\alpha^{(2)} dm_\alpha^{(2)}. \quad (15)$$

Аналогично частица $dm_{1-\alpha}^{(2)}$ получит импульс

$$d\mathbf{F}_{1-\alpha}^{(1-2)} dt = \mathbf{U}_{1-\alpha}^{(2)} dm_{1-\alpha}^{(2)}. \quad (16)$$

Сложив (15) и (16), отнеся полный импульс к массе частицы (14), учитывая, что полученное при этом перемещение $\mathbf{u}^{(2)} = \mathbf{U}^{(2)} dt$, получим следующее выражение для перемещений любых тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ на границе S_0 :

$$\mathbf{u}^{(\gamma)} = \alpha \mathbf{u}^{(\gamma)} + (1 - \alpha) \mathbf{u}_{1-\alpha}^{(\gamma)}. \quad (17)$$

На основании дифференцируемости перемещений в телах $B^{(\gamma)}$ можно утверждать, что представление (15) сохраняет свой смысл во всей области, занимаемой $B^{(\gamma)}$.

Тензоры напряжений являются линейными комбинациями градиентов перемещений различных порядков. Поэтому на основании (17) для них справедливо соотношение

$$P^{k(\gamma)} = \alpha P_{\alpha}^{k(\gamma)} + (1 - \alpha) P_{1-\alpha}^{k(\gamma)}; \quad \gamma, k = 1, 2. \quad (18)$$

Представленные выше рассуждения позволяют решить независимо друг от друга две задачи. Первая — об адгезии тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$ в предположении об ее абсолютной сплошности на S_0 (уравнения (3)–(5)). Вторая — об их напряженно-деформированном состоянии при условии отсутствия их взаимных воздействий (3), (4), (6). Из решения системы (3)–(5) получается выражение для поля перемещений $\mathbf{u}_{\alpha}^{(\gamma)}$, а из решения системы (3), (4), (6) — для поля перемещений $\mathbf{u}_{1-\alpha}^{(\gamma)}$. После этого на основании (2) получают выражения для $P_{\alpha}^{k(\gamma)}$ и $P_{1-\alpha}^{k(\gamma)}$.

Объемная плотность внутренней потенциальной энергии w является работой внутренних обобщенных сил, определяемых тензорами $P^{k(\gamma)}$ на обобщенных перемещениях, определяемых градиентами $\nabla^k \mathbf{u}^{\gamma}$, поэтому

$$w^{(1,2)} = \sum_{\gamma=1}^2 \left[\int_{\Psi^{(\gamma)}} P^{1(\gamma)} \cdot d(\nabla \mathbf{u}^{(\gamma)}) + \int_{\Phi^{(\gamma)}} P^{2(\gamma)} \cdot d(\nabla^2 \mathbf{u}^{(\gamma)}) \right], \quad (19)$$

где $\Psi^{(\gamma)} = \nabla \mathbf{u}^{(\gamma)}$, $\Phi^{(\gamma)} = \nabla^2 \mathbf{u}^{(\gamma)}$ — текущие значения первого и второго градиентов перемещений.

Подставив выражения (17) и (18) в (19), получим

$$w^{(1,2)} = \sum_{\gamma=1}^2 [\alpha^2 w_{\alpha}^{(\gamma)} + \alpha(1 - \alpha) w_{\alpha(1-\alpha)}^{(\gamma)} + (1 - \alpha)^2 w_{(1-\alpha)(1-\alpha)}^{(\gamma)}]. \quad (20)$$

Проинтегрировав (20) по объему, занимаемому объединенным телом $B = B^{(1)} \cup B^{(2)}$, и обозначив

$$W_{\alpha\alpha} = \sum_{\gamma=1}^2 W_{\alpha\alpha}^{(\gamma)}; \quad W_{\alpha\alpha}^{(\gamma)} = \int_{B^{(\gamma)}} w_{\alpha\alpha}^{(\gamma)} dV;$$

$$W_{\alpha(1-\alpha)} = \sum_{\gamma=1}^2 W_{\alpha(1-\alpha)}^{(\gamma)}; \quad W_{\alpha(1-\alpha)}^{(\gamma)} = \int_{B^{(\gamma)}} w_{\alpha(1-\alpha)}^{(\gamma)} dV;$$

$$W_{(1-\alpha)(1-\alpha)} = \sum_{\gamma=1}^2 W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}^{(\gamma)};$$

$$W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}^{(\gamma)} = \int_{B^{(\gamma)}} w_{(1-\alpha)(1-\alpha)}^{(\gamma)} dV,$$

получим квадратичную зависимость поверхностной энергии от α :

$$W^{(1,2)} = \alpha^2 W_{\alpha\alpha} + \alpha(1 - \alpha) W_{\alpha(1-\alpha)} + (1 - \alpha)^2 W_{(1-\alpha)(1-\alpha)} = f(\alpha).$$

В этой записи $W_{\alpha\alpha}$ численно равно работе обобщенных внутренних потенциальных сил на соответствующих им перемещениях в телах $B^{(\gamma)}$, вызванных их адгезионным контактом, а $W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}$ — работа обобщенных внутренних потенциальных сил на перемещениях, возникающих в $B^{(\gamma)}$ при отсутствии адгезии. Вследствие этого обе величины $W_{\alpha\alpha}$ и $W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}$ положительны. Следовательно, зависимость $f(\alpha)$ имеет минимум, а соответствующее ему значение, определяемое условием (1), вычисляется по следующей формуле:

$$\alpha = \left(1 + \frac{2W_{\alpha\alpha} - W_{\alpha(1-\alpha)}}{2W_{(1-\alpha)(1-\alpha)} - W_{\alpha(1-\alpha)}} \right)^{-1}.$$

Методика расчета

Значения $W_{\alpha\alpha}$, $W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}$, $W_{\alpha(1-\alpha)}$ могут быть рассчитаны по следующим формулам:

$$W_{\alpha\alpha} = \frac{3(\pi_0^{(2)} - \pi_0^{(1)})}{4(A_1^{(1)} b_1^{(1)} + A_1^{(2)} b_1^{(2)})},$$

$$W_{\alpha(1-\alpha)} = -\frac{(\pi_0^{(2)} - \pi_0^{(1)})}{2(A_1^{(1)} b_1^{(1)} + A_1^{(2)} b_1^{(2)})},$$

$$W_{(1-\alpha)(1-\alpha)} = \frac{3\pi_0^{(1)2}}{4A_1^{(1)} b_1^{(1)}} + \frac{3\pi_0^{(2)2}}{4A_1^{(2)} b_1^{(2)}},$$

где

$$A_1^{(\gamma)} = \frac{E^{(\gamma)}}{2} \frac{1 - \nu^{(\gamma)}}{(1 + \nu^{(\gamma)})(1 - 2\nu^{(\gamma)})},$$

$$A_2^{(\gamma)} = \frac{E^{(\gamma)} \nu^{(\gamma)}}{(1 + \nu^{(\gamma)})(1 - 2\nu^{(\gamma)})},$$

$$b_1^{(\gamma)} = \frac{3W_p^{(\gamma)}}{4k^{(\gamma)2} A_1^{(\gamma)}}, \quad b_2^{(\gamma)} = \frac{3W_p^{(\gamma)}}{4k^{(\gamma)2} A_2^{(\gamma)}}.$$

По значению α рассчитывается энергия адгезии тел $B^{(1)}$ и $B^{(2)}$

$$F = \alpha(\alpha W_{\alpha\alpha} + (1 - \alpha) W_{\alpha(1-\alpha)} - (2 - \alpha) W_{(1-\alpha)(1-\alpha)}).$$

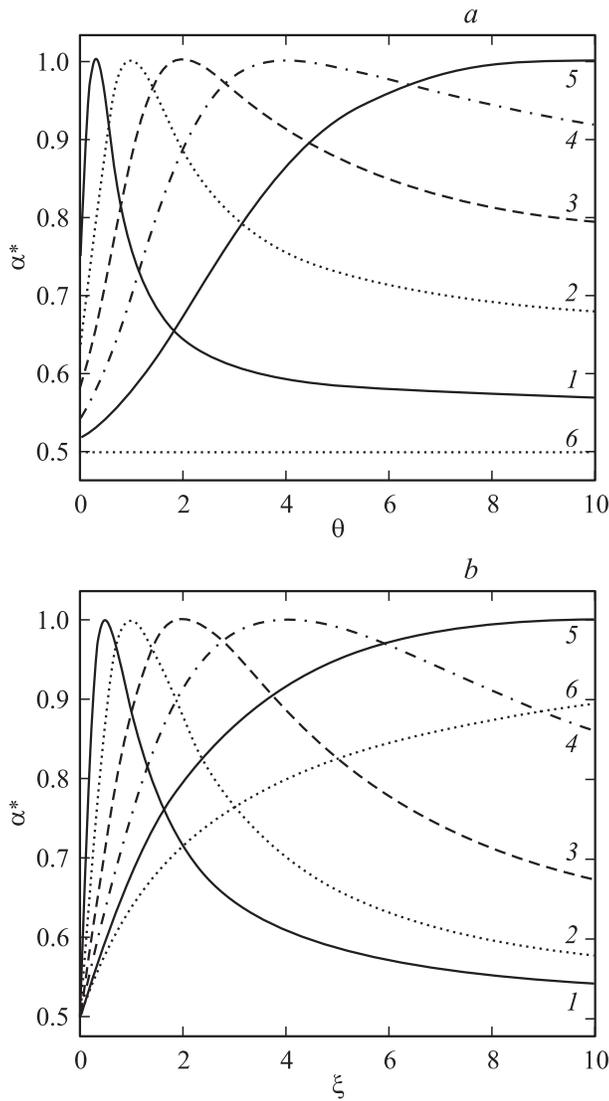


Рис. 1. Зависимости относительной площади адгезионного контакта различных пар материалов от соотношений величин их модулей Юнга и коэффициентов Пуассона. а) 1 — $\xi = 3$, 2 — 1, 3 — 0.5, 4 — 0.25, 5 — 0.1, 6 — 0; б) 1 — $\theta = 2$, 2 — 1, 3 — 0.5, 4 — 0.25, 5 — 0.1, 6 — 0.

При этом $F = F(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2)$, $\alpha = \alpha(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2)$. Введя обозначения $\xi = \frac{E_1}{E_2}$ и $\theta = \frac{\nu_2(1-\nu_1)}{\nu_1(1-\nu_2)}$, получим удобные для анализа выражения для площади относительного контакта и энергии адгезии в относительных единицах, имеющие следующий вид:

$$\alpha^*(\xi, \theta) = \frac{3\xi + 4\theta^2\xi^2 + 4 + 3\theta^2\xi - 2\theta\xi}{3\xi + 8\theta^2\xi^2 + 8 + 3\theta^2\xi - 10\theta\xi}, \quad (21)$$

$$F^*(\xi, \theta) = \frac{(3\xi + 4\theta^2\xi^2 + 4 + 3\theta^2\xi - 2\theta\xi)^2}{6(1 + \theta^2\xi)(3\xi + 8\theta^2\xi^2 + 8 + 3\theta^2\xi - 10\theta\xi)}, \quad (22)$$

где

$$\alpha^*(\xi, \theta) = \alpha(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2), \quad F^*(\xi, \theta) = \frac{F(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2)}{F(E_2, E_2, \nu_2, \nu_2)}.$$

Результаты и их обсуждение

Из анализа выражений (21), (22) следует, что максимальные значения поверхности адгезионного контакта $\alpha^*_{\max} = 1$ имеют место при выполнении условия

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu_1(1-\nu_2)}{\nu_2(1-\nu_1)}. \quad (23)$$

Что касается зависимости $F^*(\xi, \theta)$, то условие максимума (23) выполняется только для зависимости $F^* = F^*(\theta)$ при фиксированном значении ξ . При фиксированном значении θ $F^*(\xi)_{\xi \rightarrow \infty} \rightarrow \infty$.

На рис. 1–2 приведены кривые, иллюстрирующие характер зависимостей $\alpha^*(\theta)$, $F^*(\theta)$, $\alpha^*(\xi)$ и $F^*(\xi)$.

Учитывая, что для жидкометаллического blankets ТЯР в качестве конструкционного материала пред-

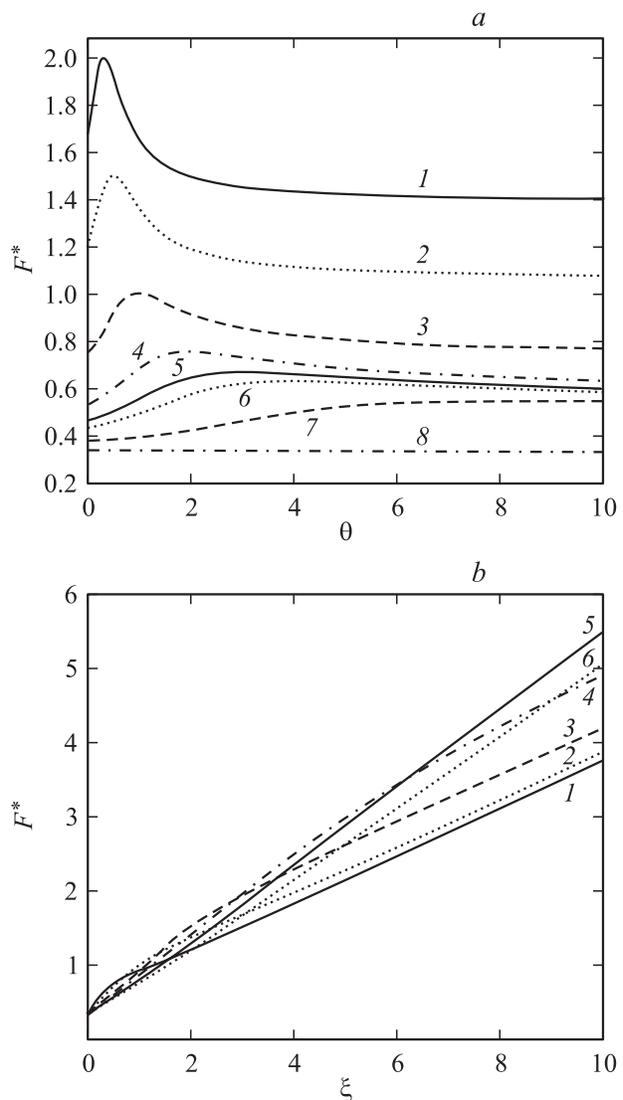


Рис. 2. Зависимости относительной энергии адгезии контакта различных пар материалов от соотношений величин их модулей Юнга и коэффициентов Пуассона. а) 1 — $\xi = 3$, 2 — 2, 3 — 1, 4 — 0.5, 5 — 0.33, 6 — 0.25, 7 — 0.1, 8 — 0; б) 1 — $\theta = 2$, 2 — 1, 3 — 0.5, 4 — 0.25, 5 — 0.1, 6 — 0.

Относительная площадь контакта и энергия адгезии различных пар материалов

Материал	Величина	
	α	$ F , \text{J/m}^2$
AlN–Mo	0.926	5.14
AlN–Cr	0.996	5.09
AlN–Ti	0.765	3.01
AlN–Nb	0.687	2.79
AlN–Al	0.585	2.39
AlN–VCrTi	0.640	2.84
VCrTi–Mo	0.714	2.89
VCrTi–Cr	0.660	2.51
VCrTi–Ti	0.877	1.67
VCrTi–Nb	0.956	1.75
VCrTi–Al	0.938	1.50
VCrTi–VCrTi	1.000	2.02

полагается использовать сплав ванадий–хром–титан (VCrTi), а в качестве одной из компонент электроизоляционного барьера нитрид алюминия (AlN), были проведены расчеты относительной площади контакта и энергии адгезии для представляющих практический интерес пар материалов. Приведенные в таблице результаты расчетов свидетельствуют о том, что с точки зрения качества адгезионного контакта для VCrTi и AlN наиболее предпочтительным материалом промежуточного слоя является молибден, что согласуется с выводами [1].

Заключение

1. Полученные зависимости могут использоваться для практических оценок качества адгезионных контактов.

2. При создании многослойных электроизоляционных барьеров в жидкометаллическом blanketsе ТЯР для улучшения адгезионного контакта между VCrTi и AlN требуется нанесение промежуточного слоя, например из молибдена.

Список литературы

- [1] Vitkovsky I.V. et al. // Plasma Devices and Operations. 2003. Vol. 11(2). P. 81–87.
- [2] Kirillov I.R. et al. // Proc. of the First International Workshop on Liquid Metal Blanket Experimental Activities, CEA Headquarters, Paris, France, 1997.
- [3] Зимон А.Д. Адгезия пленок и покрытий. М.: Химия, 1977. 352 с.
- [4] Дистлер Г.И. // Поверхностные силы в тонких пленках и дисперсных системах. М.: Наука, 1972. С. 245–261.
- [5] Шоркин В.С. // Упругость и неупругость. Мат. Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел. М.: МГУ, 2001. С. 453–454.
- [6] Физический энциклопедический словарь. Т. 1. М.: Советская энциклопедия, 1960. 664 с.

- [7] Шоркин В.С., Гордон В.А., Батрашина М.А. // Изв. ТулГУ. Сер. Математика, механика, информатика. 2005. Т. 11. Вып. 2. С. 160–173.
- [8] Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978. 792 с.
- [9] Шоркин В.С. // Technomat & Infotel 2004 — Materials, methods and technology. 6th Int. Symp. 6–10 September, 2004. Bulgaria. P. 71–86.