

02;07

## Восстановление сигнала и его мгновенных спектральных характеристик методом скользящих окон

© С.А. Варенцова, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
119992 Москва, Россия  
e-mail: vatro@cs.msu.su

(Поступило в Редакцию 28 июня 2006 г.)

Предложен новый алгоритм, позволяющий получить информацию о динамике спектральных линий отклика среды при однократной серии измерений интегральных характеристик сигнала. Описан способ отделения ложных частот, имеющих в восстановленном сигнале из-за примененного алгоритма, от истинных частот. Работоспособность и эффективность алгоритма продемонстрирована на обработке отклика молекулы *L*-cystine при воздействии малопериодного терагерцового импульса при сопоставлении результатов с ранее опробованным в физическом эксперименте методе Фурье–Габо́ра.

PACS: 42.65.Re

### Введение

Как известно, в настоящее время интенсивно развивается оптика малопериодных световых импульсов, а также импульсов терагерцового диапазона. Напомним, что терагерцовые импульсы пикосекундной длительности также являются малопериодными, как и фемтосекундные (10–20 fs) импульсы видимого диапазона. При воздействии малопериодных импульсов отклик среды становится существенно нестационарным, в связи с чем для практики большой интерес представляет динамика его спектральных составляющих. Поэтому разработка методов, позволяющих анализировать спектральную динамику, является актуальной проблемой. Заметим, что широко используемый для обработки результатов физического эксперимента метод Вигнера часто дает неверные результаты, как отмечено в [1]. В связи с этим в [2,3] нами был проведен детальный анализ одного из возможных подходов к измерению динамики спектрального отклика среды при его существенно нестационарном характере. Этот подход основан на методе Фурье–Габо́ра [4], который применялся, в частности, в [5,6] (и более ранних работах) для выделения спектральной составляющей на заданной частоте при анализе нелинейных эффектов в случае воздействия малопериодных высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов. Его практическая реализация в физических экспериментах [3,7] продемонстрировала работоспособность данного алгоритма. Однако он позволяет при одной серии вычислений проанализировать динамику спектральной составляющей отклика среды только на одной частоте. Для другой частоты нужно снова повторять аналогичные вычисления, что, очевидно, является недостатком данного метода. В настоящей работе предложен новый метод, позволяющий устранить этот недостаток: при одной серии вычислений можно получить одновременно динамику множества спектральных составляющих отклика среды. Ниже также даны рекомендации по его применению. С целью подтверждения работоспособности предлага-

емого алгоритма приведено сравнение полученных на его основе результатов с результатами, полученными на основе метода Фурье–Габо́ра при обработке динамики спектральных линий в физических экспериментах [3,7].

Следует подчеркнуть, что предлагаемый метод позволяет также определять форму воздействующего импульса (или отклика среды), что представляет, на наш взгляд, интерес для различных задач лазерной физики. Известно, что определение формы импульса представляет собой сложную экспериментальную задачу. Ее решение базируется либо на анализе спектра импульса, либо на автокорреляционной функции. Поэтому предлагаемый метод может найти применение и для данной проблемы.

### Постановка задачи и алгоритм ее решения

Обозначим через  $f(t)$  исходный неизвестный сигнал (например, форму светового импульса), непрерывный на отрезке времени  $[t_b, t_e]$ . В результате измерений в физическом эксперименте нам известен набор интегральных данных  $d_1, d_2, \dots, d_N$  от функции  $f(t)$  (в случае лазерного импульса — это энергия), определяемый следующим образом:

$$d_i = \int_{t_i}^{t_i+T_i} f(t) dt, \quad (1)$$

а для промежутков времени  $[t_i, t_i + T_i]$  справедливо:  $t_1 \leq t_b$ ,  $t_N + T_N \geq t_e$ ,  $t_i < t_{i+1}$ ,  $t_{i+1} - t_i < T_i$ ,  $T_i > 0$ ,  $i = 1-N$ . Здесь  $N$  характеризует число временных интервалов,  $t_b$  — время начала регистрации сигнала,  $t_e$  — время ее окончания. Тогда для восстановления функции  $f(t)$  на отрезке  $[t_b, t_e]$  имеем дискретную обратную задачу, описываемую операторным уравнением

$$\mathbf{d} = \mathbf{A}(\mathbf{f}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_N)$  — вектор размерности  $N$ ,  $\mathbf{A}$  — некоторый оператор. Если в (1) от интеграла перейти к

какой-либо квадратурной формуле, обратная задача (2) становится линейной:

$$\mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{f}, \tag{3}$$

где  $\mathbf{a}$  — матрица линейного оператора размера  $N \times K$ ,  $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_K)^T$  — вектор неизвестных значений восстанавливаемого сигнала размерности  $K$ , равной числу моментов времени. Индекс  $T$  сверху у вектора  $\mathbf{f}$  означает его транспонирование. Следовательно, имеем систему  $N$  линейных алгебраических уравнений относительно  $K$  неизвестных  $f_1, \dots, f_K$ :

$$d_i = \sum_{j=1}^K A_{ij} f_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \tag{4}$$

Очевидно, что число интегральных измерений  $N$  меньше числа моментов времени  $K$ . Поэтому система уравнений (4) является недоопределенной и соответственно имеет не единственное решение. Как известно [8], это представляет собой большую трудность при решении такого рода задач. Один из возможных способов ее решения базируется на методе наименьших квадратов. В этом случае необходимо найти вектор  $\mathbf{f}_0$ , минимизирующий квадрат евклидовой нормы невязки

$$\mathbf{J}(\mathbf{f}_0) = \min_f \|\mathbf{d} - \mathbf{A}\mathbf{f}\|_2^2. \tag{5}$$

Решение такой задачи дает система уравнений [8,9]

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{f} = \mathbf{A}^T \mathbf{d}, \tag{6}$$

которую называют системой нормальных уравнений. При этом матрица  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  является квадратной размерности  $K \times K$ . Важным свойством системы уравнений (6) является то, что она всегда совместна. Поэтому у нее существует решение (или псевдорешение системы (4)), которое задается выражением

$$\mathbf{f}_0 = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{d}.$$

Однако матрица  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  системы нормальных уравнений, как правило, оказывается намного хуже обусловленной, чем матрица  $\mathbf{A}$  исходной системы уравнений, что приводит к существенным трудностям при ее решении. В частности, при использовании итерационных методов требуется большое число итераций, сказывается влияние ошибок округления и т.д. Поэтому на практике вместо непосредственного обращения матрицы  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  применяют так называемое сингулярное разложение матрицы  $\mathbf{A}$  (см., например, [10,11]). Для этого матрицу  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  представляют в виде

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = (\mathbf{U}\mathbf{Q}\mathbf{V}^T)^T (\mathbf{U}\mathbf{Q}\mathbf{V}^T) = \mathbf{V}\mathbf{Q}(\mathbf{U}^T \mathbf{U})\mathbf{Q}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\mathbf{Q}^2 \mathbf{V}^T,$$

где  $\mathbf{Q}$  — диагональная матрица с элементами  $q_i \geq 0$  и размерностью  $K \times K$ , а  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  — ортогональные матрицы, размерностью  $N \times K$  и  $K \times K$  соответственно. Тогда решение системы (6) (псевдорешение системы (4)) можно записать в виде

$$\mathbf{f}_0 = (\mathbf{V}\mathbf{Q}^2 \mathbf{V}^T)^{-1} \mathbf{V}\mathbf{Q}\mathbf{U}^T \mathbf{d} = \mathbf{V}\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{d}. \tag{7}$$

## Численная реализация алгоритма восстановления сигнала

Не ограничивая общности, далее в данной работе будем считать, что интервалы измерения интегральных характеристик  $T_i$  в (1) постоянны и равны  $T$ . Обозначим через  $d_1$  значение интеграла (1) от сигнала, полученное на временном отрезке длины  $T$ , меньшем, чем весь временной интервал, на котором анализируется сигнал. Каждое следующее значение  $d_i$  получаем, сдвигая предыдущий отрезок (окно) на одну и ту же величину  $\Delta < T$ . Полученные интегральные характеристики аппроксимируем, например, с помощью формулы трапеций

$$d_i = \tau \left( 0.5f_i + \sum_{j=2}^{M-1} f_j + 0.5f_M \right), \tag{8}$$

где  $\tau = T/(M-1)$  — шаг интегрирования,  $f_j$  — значение сигнала в момент времени  $t_j = t_i + (j-1)\tau$ ,  $j = 1-M, M \geq 3$  — число моментов времени в окне длины  $T$ . Величину сдвига  $\Delta$  согласуем со значением шага интегрирования  $\tau$ , выбрав ее кратной  $\tau$ . Таким образом, получаем „скользящее“ вдоль временного отрезка  $[t_b, t_e]$  окно и набор соответствующих значений интеграла  $d_i$  ( $i = 1-N$ ) от сигнальной функции.

Как уже отмечалось во введении, для практики представляют интерес несколько задач, которые приводят к математической задаче (7). Это, прежде всего, восстановление формы сигнала в заданные моменты времени  $t_j$ ,  $j = 1-K$ , причем их число не ограничено числом проведенных измерений характеристик сигнала. Другой проблемой является нахождение спектра сигнала  $f(t)$  по измеренному набору его интегральных характеристик. Его можно получить, применив преобразование Фурье на временном отрезке  $[t_b, t_e]$  к восстановленному по правилу (7) сигналу. И наконец, для задач спектроскопии необходима информация о динамике изменения всего спектра отклика среды или его части.

Последнюю информацию можно получить, воспользовавшись „скользящим“ вдоль временного отрезка  $[t_b, t_e]$  окном по отношению к восстановленной по алгоритму (7) функции  $f(t)$  и выполнив в окне с длиной  $T_1 \neq T$  преобразование Фурье. Затем сдвинем окно на заданную величину  $\Delta_1 \neq \Delta$  и снова выполним преобразование Фурье и т.д. При этом за значение модуля спектральной амплитуды  $|P(\omega, t_i)|$  на данном временном отрезке принимается, например, значение в центре отрезка

$$|P(\omega, t_i)| = |P(\omega, t_i + 0.5T_1)|, \tag{9}$$

где  $t_i$  — начало окна,  $T_1$  — его ширина. Таким образом, получаем временную зависимость спектральных компонент. Отметим также, что значения  $T$  и  $T_1$ ,  $\Delta$  и  $\Delta_1$ , как правило, не совпадают, поскольку выбираются исходя из разных физических и математических условий. Если значения  $T$  и  $\Delta$  во многом определяются параметрами измерительной системы, то величина  $T_1$  должна обеспечивать

разделение близких частот в спектре сигнала, а  $\Delta_1$  — достаточную гладкость при построении спектральных линий. При этом для устранения явления „растекания“ спектра [4] воспользуемся близкой к прямоугольной весовой функцией, резко спадающей к краям окна и практически уравнивающей значения сигнала на них

$$g(t) = e^{-\left(\frac{t-t_c}{0.5T_1}\right)^n}, \quad n = 2k,$$

где  $t_c$  — середина окна. Далее выберем  $n$  равным 20. Таким образом, на каждом временном отрезке длины  $T_1$  проводится полное оконное преобразование Фурье функции  $f(t)$ :

$$P(\omega, t_i) = \frac{1}{T_1} \int_{t_i}^{t_i+T_1} f(t)g(t)e^{-i\omega(t-t_i)} dt. \quad (10)$$

Подчеркнем, что при количественной оценке спектральных интенсивностей в абсолютных (а не в относительных) единицах перед интегралом в (10) должен стоять коэффициент 2.

Как уже отмечалось выше, в [2,3,7] анализировалась динамика спектральных амплитуд отклика среды на основе оконного преобразования Фурье–Габора [4], осуществляемого также по формуле (10), но только для одной выбранной частоты  $\omega = \omega'$ . Последнее обстоятельство приводит к ограничению количества определяемых частот для имеющейся системы измерений. В данной же работе предлагаемый алгоритм позволяет по однократной серии измерений восстановить временной отклик среды и за счет этого получить динамику спектральных амплитуд одновременно на множестве частот разделяя их и устраняя „ложные“ частоты, обусловленные использованием преобразования Фурье–Габора. При этом размер окна и его сдвиг при построении динамики спектральных линий не связан с окнами и сдвигами измерительной системы. Поэтому обсуждаемый выше алгоритм является существенно более экономичным и, в принципе, позволяет отследить динамику всех спектральных составляющих отклика среды при однократной серии измерений. Учитывая, что предложенный ранее метод [2] уже опробован в физическом эксперименте [3,7], ниже для подтверждения работоспособности обсуждаемого алгоритма проводится сравнение результатов расчета динамики спектра на основе обоих методов. Так как в обсуждаемом алгоритме (как и в ранее предложенном) ключевым моментом является вопрос выбора ширины окна  $T$  и его сдвига  $\Delta$  при восстановлении сигнала, изучим их влияние на модельном примере.

## Результаты компьютерного моделирования

В качестве сигнала рассмотрим следующую функцию:

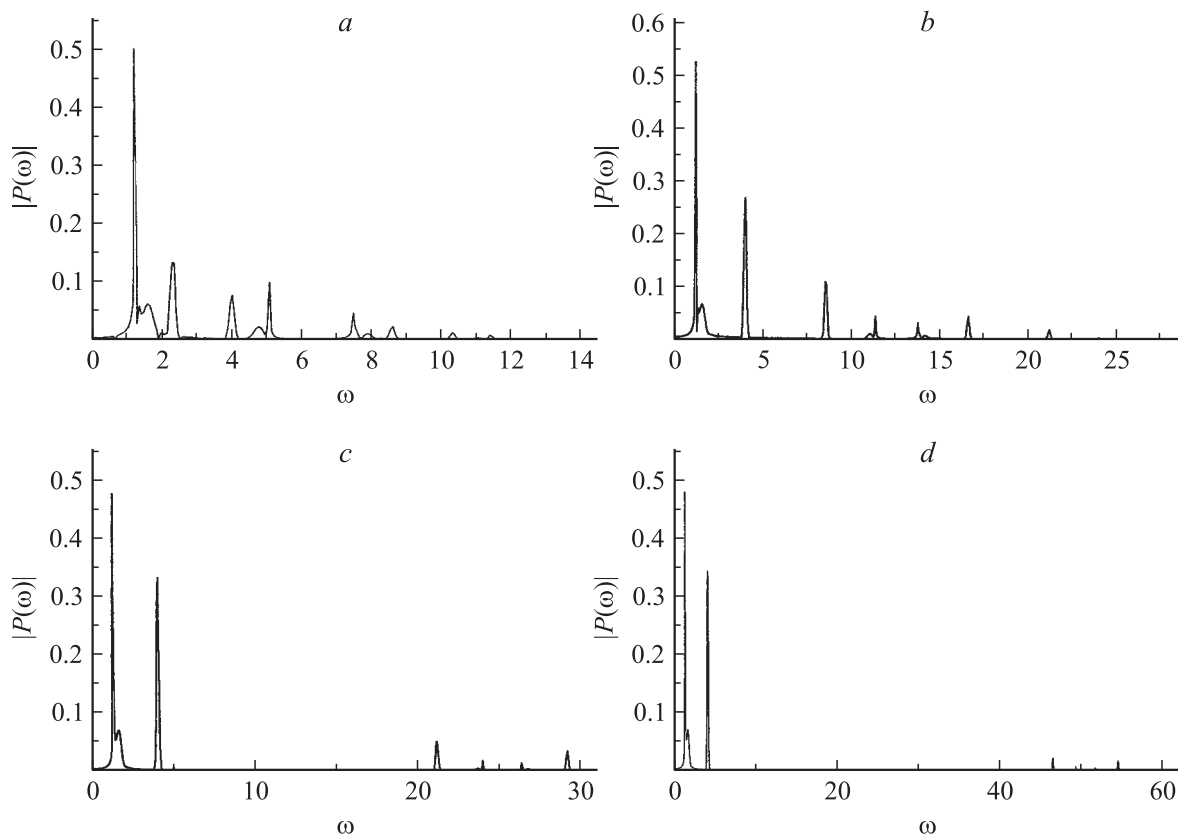
$$f(t) = \sin(1.2t) + e^{-\left(\frac{t-10}{10}\right)^2} \sin(1.5t) + 2e^{-\left(\frac{t-50}{20}\right)^2} \sin(4t), \quad (11)$$

в которой содержатся две близкие в масштабе данной задачи частоты ( $\omega_1 = 1.2$  и  $\omega_2 = 1.5$ ). Кроме этого, на частотах  $\omega_2 = 1.5$  и  $\omega_3 = 4$  вклад в сигнал имеет место лишь на конечных интервалах времени. Восстановление функции  $f(t)$  и ее спектра проводилось на временном интервале  $[0, 100]$ , длина которого выбиралась из условия, обеспечивающего разделение близких друг другу частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  при дискретном преобразовании Фурье

$$h_\omega = 2\pi/(t_b - t_a) \leq 0.5(\omega_2 - \omega_1), \quad (12)$$

где  $h_\omega$  — шаг в частотном пространстве. Важно подчеркнуть, что разделение спектральных составляющих отклика среды с близкими частотами представляет основную проблему спектроскопических задач, и в ранее выполненных нами работах выделить близко лежащие частоты не удавалось.

Рассмотрим влияние ширины окна  $T$  и его сдвига  $\Delta$  на спектральные характеристики восстановленной функции  $f(t)$ . Так, при ширине окна  $T = 2$  и сдвиге  $\Delta$ , составляющем 20, 40, 60 и 80% от  $T$ , амплитуды низкочастотных гармоник ( $\omega_1 = 1.2$  и  $\omega_2 = 1.5$ ) практически не изменяются. Однако модуль спектральной амплитуды высокочастотной гармоники  $\omega_3 = 4$  быстро уменьшается и при сдвиге окна в 80% от его ширины становится сравнимым с фоном. Таким образом, важным проявлением большого сдвига окна (и соответственно малой величины пересечения соседних окон) является появление в спектре посторонних частот. Отметим, что для окна большего размера,  $T = 5$ , по сравнению с предыдущим случаем, амплитуда низкочастотной гармоники  $\omega_1$  не изменялась вплоть до сдвига  $\Delta \leq 1.0$ . Тем не менее уже при сдвиге в 10% от  $T$  в спектре появляются посторонние частоты, число которых и их амплитудный вклад возрастают с увеличением  $\Delta$ , а амплитуды истинных (собственных) частот сигнала соответственно уменьшаются. Так, при сдвиге окна в 40% и более вклад в спектр сигнала посторонних частот существенно превышает соответствующие значения амплитуд многих собственных частот сигнала, что не дает возможность получить достоверную информацию об истинном спектральном составе сигнала. Правильный же спектр получается для данного размера окна при его сдвиге в 2% от  $T$ . Таким образом, чем больше ширина окна  $T$ , тем меньше должен быть сдвиг  $\Delta$  в процентном отношении к его величине для получения адекватного спектра. В абсолютных же величинах для окон, ширина которых превышает период самой низкочастотной гармоники, можно рекомендовать выбирать сдвиг  $\Delta$  не больше четверти ее периода. Так, для рассматриваемого сигнала (11) величина сдвига не должна превышать значения  $\Delta < 0.25(2\pi/\omega_1) \approx 1.3$ . Для восстановления же всех частот сигнала следует выбирать величину  $\Delta$  исходя из максимальной его частоты. В нашем случае сдвиг не должен превышать  $0.25(2\pi/\omega_3) \approx 0.4$ . Это обеспечивает отсутствие в спектре восстановленной функции посторонних частот, амплитуды которых существенно превышают амплитуды истинных спектральных составляющих сигнала.

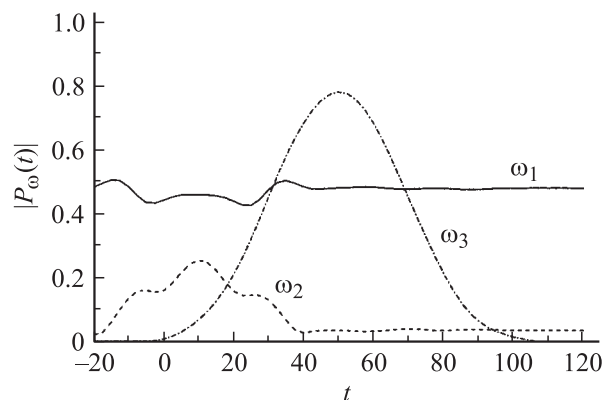


**Рис. 1.** Сходимость метода оконного восстановления спектра при последовательном уменьшении ширины окна  $T$  и шага интегрирования  $\tau$  в (8) в два раза:  $T = 10$  (a), 5 (b), 2.5 (c), 1.25 (d). Сдвиг окна  $\Delta = 0.1T$ .

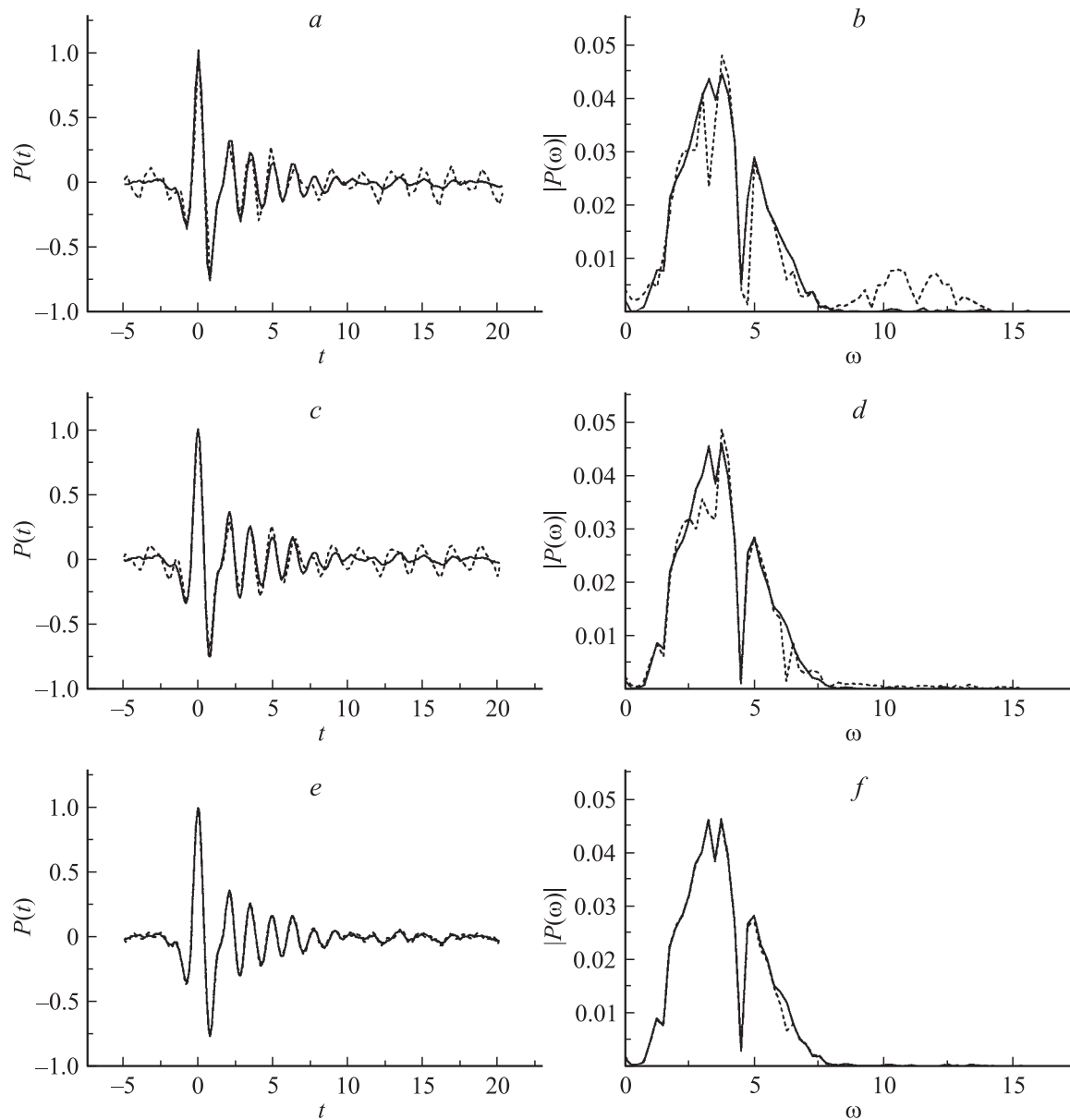
Для иллюстрации этого на рис. 1, *a–d* представлены графики, иллюстрирующие сходимость метода оконного восстановления спектра к спектру сигнала при последовательном уменьшении ширины окна, его сдвига  $\Delta$  и шага интегрирования в (8)  $\tau$  в два раза. Заметим, что уменьшение шага  $\tau$  (увеличение числа точек в (8)) не изменяет временного интервала, на котором измеряются интегральные характеристики сигнала, так как он лишь определяет число моментов времени, в которых будет восстановлен сигнал, и может быть изменен непосредственно при компьютерном моделировании. Из рис. 1 следует, что с уменьшением ширины окна  $T$  измерительной системы и его сдвига имеет место как исчезновение многих посторонних частот, так и уменьшение амплитуд еще оставшихся в спектре ложных частот. При этом их положение в спектре изменяется для различных значений окна  $T$ , в то время как положение истинных частот сигнала остается постоянным, а модуль их спектральных амплитуд возрастает.

Очевидно, что ширина окна  $T$  и сдвиг  $\Delta$  в большой степени определяются конструктивными особенностями измерительной техники и имеют свои ограничения, не позволяющие на практике добиться их оптимальных значений. Однако имеет место простой способ выявления истинных частот в спектре, загрязненном посторонними частотами в результате использования алгоритма с неоптимальным сдвигом окна. Для этого на одном и

том же временном интервале следует провести серию из нескольких измерений с одной и той же шириной окна, но с разными сдвигами. При этом положение ложных частот будет смещаться. Можно также выявить лишние частоты с помощью измерений с окнами, уменьшающимися по ширине и с постоянным в процентном отношении сдвигом. Совпавшие в этих сериях частоты принадлежат сигналу и являются истинными.



**Рис. 2.** Временная динамика модуля спектральных амплитуды  $|P_{\omega'}|$  модельного сигнала при использовании окна  $T_1 = 40$  и его сдвига  $\Delta_1 = 2.5$ .

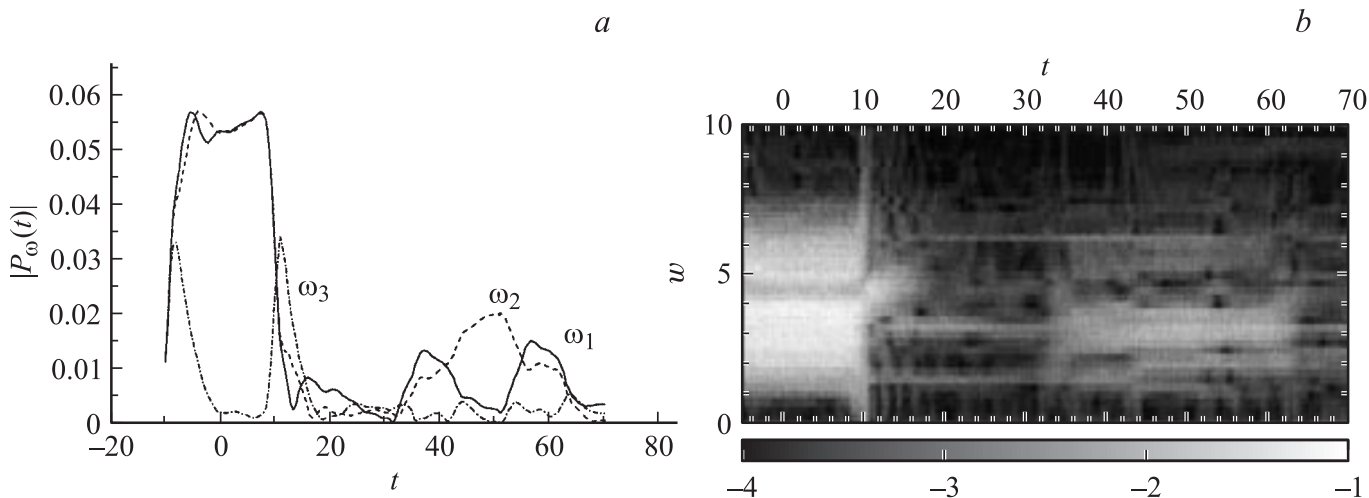


**Рис. 3.** Иллюстрация восстановления отклика среды (*a, c, e*) и его спектра (*b, d, f*) при воздействии короткого терагерцового импульса при последовательном уменьшении ширины окна  $T$ , его сдвига  $\Delta = 0.05T$  и шага интегрирования по времени  $\tau$  в два раза:  $T = 4$  (*a, b*),  $2$  (*c, d*),  $1$  (*e, f*). Сплошной линией обозначены исходный сигнал и его спектр, пунктир — их восстановленные значения.

Перейдем к обсуждению возможности восстановления динамики спектральных линий модельного и реального сигналов. В качестве примера использования алгоритма на рис. 2 приведена динамика модуля спектральных амплитуд модельного сигнала (11). Графики построены с помощью скользящего вдоль оси  $t$  окна шириной  $T_1 = 40$  со сдвигом  $\Delta_1 = 2.5$  (напомним, что величины  $T_1$  и  $\Delta_1$  — это окно и его сдвиг, выбранные уже после восстановления сигнала с помощью алгоритма (7), (8)). В каждом окне проводилось полное оконное преобразование Фурье (10). Как видим, спектральная линия, соответствующая частоте  $\omega_1$ , близка к константе, а амплитуды гармоник  $\omega_2$  и  $\omega_3$  имеют характерный вид

гауссовых кривых с центрами в точках  $t = 10$  и  $50$  соответственно. Для сравнения предложенного выше метода и метода, используемого в [3], строилась динамика этих же спектральных линий с помощью преобразования Фурье–Габора [3] (10) без восстановления исходного сигнала, и с теми же параметрами окна, т.е. оконное преобразование Фурье–Габора выполнялось на частотах  $\omega' = 1.2, 1.5, 4$ . Оно показало практически их полное совпадение (поэтому на рис. 2 эти спектральные линии отсутствуют), что подтверждает работоспособность предложенного алгоритма.

В качестве второго примера рассмотрим отклик среды (молекулы *L-cystine*) при воздействии реального тера-



**Рис. 4.** Динамика модуля спектральных амплитуд восстановленного сигнала (см. рис. 3, *f*) на частотах  $\omega = 3.35, 3.707$  и  $4.49$ , построенная при ширине окна  $T_1 = 20$  и его сдвиге  $\Delta_1 = 0.2$  (*a*), а также полная динамика спектра (*b*), изображенная в логарифмическом масштабе на амплитудном интервале от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$ .

герцового импульса, рассмотренного в [3,7] (рис. 5, *a* статьи [3]). На рис 3, *a–e* представлены результаты восстановления отклика среды и его спектра, полученные на части временного интервала в серии расчетов с уменьшающимися в два раза шириной окна  $T$  и его сдвигом  $\Delta = 0.05T$ . На нем хорошо видна сходимость как восстановленного сигнала, так и его спектра к измеренным в эксперименте значениям при уменьшении ширины окна  $T$  и его сдвига  $\Delta$ . Следует подчеркнуть, что провалы в спектре соответствуют собственным частотам колебаний молекулы *L*-cystine. Отметим, что найденные предложенным методом собственные частоты  $\omega = 4.49; 1.45$  совпадают (с коэффициентом  $2\pi$ ) с определенными экспериментально в [3] частотами поглощения молекулы *L*-cystine.

Динамика спектральных амплитуд на частотах  $\omega_1 = 3.35$  и  $\omega_2 = 3.707$ , на которых наблюдаются локальные максимумы в спектре  $|P(\omega)|$ , и на частоте  $\omega_3 = 4.49$ , на которой наблюдается провал спектра (рис. 3, *e*), представлена на рис. 4, *a*. Расчеты проводились на временном отрезке  $[-5, 70]$  восстановленного отклика среды с окном  $T_1 = 20$ , которое позволило выделить динамику близких частот, и сдвигом  $\Delta_1 = 0.2$ . Как видно на рис. 4, *a*, после окончания импульса динамика частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  различается, в то время как в течение действия импульса они изменяются подобно друг другу. Заметим, что наличие примерно двух одинаковых по интенсивности спектральных линий, соответствующих этим частотам, объясняется тем, что при воздействии малопериодного импульса с максимальной частотой, не совпадающей с ними, отклик среды происходит на ее собственных частотах [12]. В рассматриваемой ситуации в спектр воздействующего импульса попадают, в частности, две близлежащие собственные частоты молекулы. Поэтому отклик на них примерно одинаков. Важно подчеркнуть, что в рассматриваемом эксперименте частота

внешнего импульса совпадает с одной из собственных частот молекулы. На рис. 4, *a* ей соответствует частота  $\omega_3 = 4.49 = 2\pi \cdot 0.715$ . Хорошо видно, что после начального этапа взаимодействия импульса с молекулой излучение на частоте  $\omega_3$  отсутствует в спектре прошедшего *L*-cystine сигнала. Она вновь появляется спустя 10 единиц безразмерного времени после окончания воздействующего импульса. Сопоставив рис. 3, *e* и 4, *a*, можно сделать вывод, что отклик среды на этой частоте является существенно нестационарным, и переизлучение на ней происходит с некоторой задержкой после прохождения импульса. Полная динамика всего спектрального отклика среды представлена на рис. 4, *b*. Построение выполнено при одной серии измерения отклика среды с заданным размером окна и его сдвига. Как следует из рисунка, после поглощения световой энергии на частоте  $\omega_3 = 4.49$  и излучения среды на этой частоте в течение небольшого временного отрезка, излучение среды происходит на других частотах (даже во время действия сигнала). Это означает быструю релаксацию колебательного уровня молекулы, соответствующего  $\omega_3 = 4.49$ , а также показывает сложную картину взаимодействия колебательных мод одной молекулы.

## Выводы

Предложенный в настоящей работе алгоритм позволяет по серии частично перекрывающихся друг друга интегральных измерений отклика среды (сигнала) восстановить как его форму, так и его спектральный состав. При этом он позволяет разделить близкие частоты спектры сигнала, обнаружить и исключить ложные частоты, появление которых обусловлено алгоритмом, а также проследить эволюцию спектральных амплитуд как отдельных частот, так и всего спектра.

В основе метода лежит процедура восстановления сигнала. Лишь после этого на этапе обработки сигнала производится спектральный анализ с требуемой спектральной разрешимостью. Это позволяет проводить лишь одну серию измерений для получения информации о любых спектральных амплитудах в отличие от предложенного нами ранее метода анализа динамики спектральных компонент сигнала.

Работоспособность метода продемонстрирована на примере обработки отклика молекулы *L*-cystine, ранее проанализированного в [3]. Для измеренных в настоящей работе характеристик показано совпадение с полученными значениями, построенными на основе предложенного метода. Аналогичное сравнение выполнено и для модельного сигнала.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-01-507).

## Список литературы

- [1] *Cohen L.* // Proc. IEEE. 1989. Vol. 77. N 7. P. 941–981.
- [2] *Trofimov V.A., Safonov V.N.* // Technical Program and Abstracts of Intern. Conf. ECLIM'04. Roma, Italy, 2004. P. 10.
- [3] *Сафонов В.Н., Трофимов В.А., Шкуринов А.П.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 4. С. 78–85.
- [4] *Чуи К.* Введение в вэйвлеты / Пер. с англ. Я.М. Жилейкина. М.: Мир, 2001. 406 с.
- [5] *Скрипов Д.К., Трофимов В.А.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 3. С. 69–74.
- [6] *Скрипов Д.К., Трофимов В.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 77–82.
- [7] *Nazarov M.M., Mukina L.S., Shuvaev A.V., Sapozhnikov D.A., Shkurinov A.P., and Trofimov V.A.* // Laser Phys. Lett. 2005. Vol. 2. N 10. P. 471–475.
- [8] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.
- [9] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. М.: Наука, 1978. 302 с.
- [10] *Воеводин В.В.* Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. 303 с.
- [11] *Шевцов Г.С.* Линейная алгебра. Теория и прикладные аспекты. М.: Финансы и статистика, 2003. 575 с.
- [12] *Trofimov V.A., Skripov D.K.* // Laser and Spectroscopy Proc. SPIE. 2000. Vol. 4002. P. 34–44.