

04;07;12

Диффузионно-фильтрационная модель выхода метана из угольного пласта

© А.Д. Алексеев, Т.А. Василенко, К.В. Гуменник, Н.А. Калугина, Э.П. Фельдман

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины,
83114 Донецк, Украина
e-mail: tvasilenko@mail.ru

(Поступило в Редакцию 20 декабря 2005 г. В окончательной редакции 19 июня 2006 г.)

Теоретически исследована десорбция метана из угольного пласта в модели, учитывающей как диффузию метана в угольных блоках, так и его фильтрацию через систему пор и трещин. Найдено распределение плотности метана вдоль пласта в произвольный момент времени. В явном виде установлены зависимости скорости выхода метана из пласта от размера блоков, открытой и закрытой пористости, вязкости и растворимости метана, пластового давления и температуры. Найден эффективный коэффициент диффузии в блоках, содержащих наполненные метаном закрытые поры. Показано, что при затрудненной диффузии метан четко разделяется на „быстрый“ и „медленный“.

PACS: 68.43.Mw, 68.43.Vc

Введение

Угольный пласт представляет собой материал со сложной иерархической структурой, в которой можно выделить несколько пространственных масштабов. В порядке убывания размеров имеются следующие субструктуры: сам пласт, блоки, фильтрационные каналы, открытые и закрытые поры, отдельные кристаллиты. Как состав угольного вещества, так и характерные масштабы структур определяются степенью метаморфизма, глубиной залегания и геофизическими факторами. Особая роль в физических процессах, происходящих в угле, принадлежит метану. В угольных полях Донецкого бассейна (Украина) содержится $25 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$ метана.

При нарушении целостности угольного пласта, в том числе при выемочных работах, газ может десорбироваться из пласта и поступать в выработанный объем. Его скопление может привести к взрыву газа и угольной пыли, пожару и внезапному выбросу угля. Исследование содержания метана в угле и кинетики его истечения даст физический базис для обоснования рентабельности добычи газа из угольных пластов, позволяет прогнозировать взрывы и выбросы метана, разрабатывать способы борьбы с ними.

Вопрос, в каком именно виде содержится метан в угле, изучался многими авторами [1–6], и, хотя ряд деталей еще не выяснен, можно считать твердо установленным, что метан частично содержится в газовой фазе в трещинах, порах, макроскопических полостях, а частично — в сорбированном виде на внутренних поверхностях и в целостных блоках угля.

Экспериментальные данные [7–9], базирующиеся на методиках сорбции и ЯМР, позволяют утверждать, что метан входит внутрь целостного блока и на его поверхность в молекулярном виде, т.е. в отличие от водорода в металлах [10], не происходит диссоциация молекул метана при их вхождении в твердый раствор в угле. Ана-

логичные соображения относительно вхождения метана в полимерные материалы содержатся в [11,12].

Связь молекул метана с угольным веществом обеспечивается главным образом силами Ван-дер-Ваальса. Энергия вхождения ψ молекулы метана в твердый раствор не является строго определенной величиной; она зависит от конкретной локализации молекулы, т.е. от того, находится ли она в алифатике или в теле кристаллита. Среднюю оценку $\psi \approx 0.2 \text{ eV}$ можно получить исходя из калориметрических данных [13,14].

Сорбированный углем метан распределяется между твердым раствором (абсорбция) и поверхностью трещин и пор (адсорбция). Уголь обладает весьма разветвленной внутренней поверхностью, порядка $20 \text{ m}^2/\text{cm}^3$ [15,16], поэтому количество адсорбированного метана может быть сопоставимо с количеством абсорбированного. Мы не располагаем надежными экспериментальными данными об энергии связи χ молекулы метана с поверхностью угля. Теоретические соображения, учитывающие энергию набухания угля, также не дают однозначного ответа на вопрос, что больше, χ или ψ , проанализируем обе ситуации.

Итак, метан в угольном пласте находится [8,9]: в свободном газообразном состоянии в фильтрационном объеме угля, т.е. в системе пор, трещин и каналов, сообщающихся с внешней поверхностью угольного пласта; в адсорбционной пленке на поверхности угольного вещества; в виде твердого раствора в объеме блоков. В последнем случае необходимо уточнить, что внутри каждого блока имеется система закрытых пор (не сообщающихся каналами с фильтрационным объемом), в этих порах метан находится как в газообразном состоянии, так и в адсорбированном — на поверхности пор.

В природном пласте метан находится в равновесии, распределяясь между фильтрационным объемом, блоками и их поверхностью таким образом, чтобы химический потенциал был однородным вдоль пласта. В случае

однородной макро- и мезоструктуры угля и однородного горного давления это приводит к выравниванию давления метана во всем фильтрационном объеме. Плотность газообразного метана будет также одинаковой во всех местах пласта. В угольных пластах средней глубины залегания давление метана P_0 порядка нескольких десятков атмосфер.

При заданном пластовом давлении метана его перераспределение между отдельными фазовыми состояниями определяется конкретным видом изотерм сорбции. Так, если мы считаем, что газ является идеальным, а твердый раствор — разбавленным, то связь между концентрацией газа в твердом растворе c (в м^{-3} , число молекул в единице объема твердого раствора) и его плотностью ρ в газообразном виде (в тех же единицах) устанавливается законом Генри

$$c = \nu\rho, \quad (1)$$

где растворимость ν определяется температурой, энергией связи и метанемкостью угольного вещества [17]:

$$\nu = \frac{1}{\Omega} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} \left(\frac{T_r}{T} \right)^{3/2} e^{-\frac{|W|}{T}}. \quad (2)$$

Здесь Ω — объем, приходящийся на одно место, доступное для молекулы метана в структуре блока (обратная метанемкость блока); T — абсолютная температура в энергетических единицах; $T_r \equiv \left(\frac{18}{\pi}\right)^{1/3} \frac{\hbar^2}{T}$ — „вращательная температура“; m — масса молекулы метана; I — момент инерции этой молекулы.

В тех условиях, когда справедлива изотерма Ленгмюра, количество „поверхностных“ молекул метана ρ_s в расчете на единицу объема угля подчиняется соотношению [16,18]:

$$\rho_s = \frac{V_b \rho}{\sigma \Lambda (1 + V_b \rho)}. \quad (3)$$

Здесь Λ — обратная удельная поверхность системы открытых пор и трещин, т.е. обратное значение отношения площади внутренних поверхностей угля к его объему, σ — площадь, приходящаяся на одну поверхностную молекулу,

$$V_b = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} \left(\frac{T_r}{T} \right)^{3/2} e^{-\frac{|W|}{T}}. \quad (4)$$

можно назвать объемом встраивания молекулы метана в структуру поверхности блока. Безразмерный параметр $\frac{V_b}{\sigma \Lambda}$ аналогичен растворимости ν (которая характеризует встраивание в объем блока) в данном случае — встраивание в поверхность блока.

При комнатной температуре растворимость ν изменяется в пределах 10^{-2} – 10^{-1} [14], в то время как $\frac{V_b}{\sigma \Lambda}$ на два-три порядка меньше. Это означает, что, несмотря на разветвленность внутренней поверхности, адсорбция незначительна по сравнению с абсорбцией. Исключение составляет ситуация, когда энергия связи с

поверхностью $|\chi|$ значительно превышает энергию связи в глубине блока $|\psi|$.

При нарушении равновесия пласта, например в результате проведения выемки угля или бурения скважин, начинается массоперенос метана, его десорбция и истечение в область пониженных давлений, т.е. в сторону горной выработки. Нам интересно развитие этого процесса во времени.

Особенность явления истечения метана из угольного пласта состоит в наложении двух процессов массопереноса [14,18]: 1) фильтрация газа через систему открытых каналов, трещин и пор; 2) диффузия метана из твердого раствора (блоков) в фильтрационный объем.

Ведущим процессом является фильтрация. По мере фильтрации давление газа в фильтрационном объеме снижается, что создает предпосылку возникновения термодинамической силы для десорбции метана из блоков в фильтрационный объем посредством диффузии.

Диаметр фильтрационных каналов в природном угле колеблется в широких пределах 10^{-6} – 10^{-3} см. Характер течения в узких капиллярах отличается от такового в широких каналах. В широких, по сравнению с длиной λ свободного пробега молекул метана, каналах реализуется обычное пуазейлевское течение вязкого сжимаемого газа. В узких же каналах реализуется кнудсеновское течение. Значение λ зависит от плотности (давления) газа и для рассматриваемой нами задачи колеблется в пределах $(3-6) \cdot 10^{-6}$ см, т.е. может быть как больше, так и меньше среднего диаметра каналов. Поэтому мы рассмотрели отдельно оба вышеупомянутых случая и в каждом из них дали оценку характерного времени выхода метана из угольного пласта.

Для количественного описания фильтрационно-диффузионного процесса истечения метана из угольного пласта мы изучаем далее простую модель, которая учитывает, однако, все перечисленные выше физические свойства метана в угле и строение угольного пласта.

Описание модели и основные уравнения задачи

Рассмотрим пласт в виде горизонтального протяженного слоя длиной L . Предположим, что изменение плотности газа ρ (и соответственно давления P) происходит только вдоль слоя (ось x), так что задача является одномерной.

Пласт состоит из блоков угольного вещества, разделенных системой открытых трещин и пор, т.е. системой, сообщающейся с внешней поверхностью пласта, в частности, с границей выработанного пространства ($x = L$, рис. 1). Мы предполагаем, что средний размер блоков R много меньше размера пласта L . Сверх того, для упрощения расчетов мы предполагаем, что все блоки представляют собой шары радиуса R .

Совокупный объем открытых трещин, пор и каналов, в расчете на единицу объема пласта, считают открытой

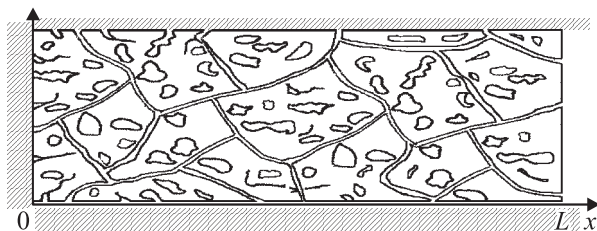


Рис. 1. Схема строения угольного пласта.

пористостью. Введем для этой величины обозначение γ_0 . Обычно γ_0 порядка нескольких процентов.

Внутри блоков имеются закрытые поры, не связанные фильтрационными каналами с поверхностью блока. В этих порах метан находится в газообразном состоянии. Закрытую пористость обозначим γ .

Говоря о давлении и плотности газа, мы имеем в виду давление и плотность метана, находящегося в системе открытых пор и каналов. Давление и плотность метана связаны уравнением состояния идеального газа

$$P = \rho T. \quad (5)$$

Массоперенос метана по системе открытых каналов происходит путем фильтрации. Движущей силой процесса выступает градиент давления газа. Поскольку фильтрация — это безынерционный процесс, то для его описания применяем известное уравнение Дарси, которое для одномерного случая записывается так:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k}{\mu} \rho \frac{\partial P}{\partial x} \right]. \quad (6)$$

Здесь Q — количество молекул метана, содержащееся в единице объема пласта, k — коэффициент проницаемости, μ — динамическая вязкость метана.

В соответствии с нашей моделью в правой части уравнения Дарси фигурирует плотность метана в фильтрационном объеме, в то время как в левой части уравнения — плотность Q , учитывающая как фильтрационный объем, так и объем, занимаемый блоками, и, кроме того, адсорбированный метан. Простые геометрические соображения позволяют установить, что

$$Q = \gamma_0 \rho + (1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c + \frac{V_b \rho}{\sigma \Lambda (1 + V_b \rho)}, \quad (7)$$

где использованы введенные ранее обозначения.

Проницаемость пористой среды k имеет размерность квадрата длины и удовлетворительно оценивается формулой [19]

$$k \approx \gamma_0 d^2, \quad (8)$$

где d — средний диаметр фильтрационного канала.

Динамическая вязкость газа, как известно, равна [20]

$$\mu = \frac{1}{3} m \bar{v} \lambda, \quad (9)$$

где \bar{v} — средняя скорость теплового движения молекул, λ — средняя длина свободного пробега молекул.

Если $\lambda \ll d$, то тогда применяем известную формулу

$$\lambda = \frac{1}{\rho S}, \quad (10)$$

где S — сечение рассеяния при столкновениях молекул метана, S порядка квадрата диаметра молекулы.

В этом случае динамическая вязкость не зависит от плотности, и уравнение Дарси нелинейно, оно описывает пуазейлевское течение вязкого сжимаемого газа.

Вязкость газа, текущего по узким капиллярам, во многом определяется взаимодействием молекул со стенками капилляра. При решении нашей задачи важно лишь то, что вязкость в узких каналах зависит от плотности газа (пропорциональна ей), в то время как в широких каналах вязкость не зависит от плотности.

В случае $\lambda > d$ в формуле (9) следует заменить λ на d : тогда вязкость пропорциональна плотности, и уравнение Дарси становится линейным, оно описывает кнудсеновское течение газа.

Нам осталось теперь получить уравнение, связывающее концентрацию c газа в блоках с его плотностью в фильтрационном объеме ρ . В равновесном состоянии справедливо, как уже упоминалось, уравнение (1). При десорбции газа из твердого раствора равновесие нарушается. Если время встраивания молекул метана в блок много меньше характерного времени диффузии метана внутри блока (это мы предполагаем), то соотношение (1) справедливо на поверхности блока

$$c_s(x, t) = v \rho(x, t). \quad (11)$$

Здесь x — координата блока в пласте, t — время, индекс (s) означает, что концентрация берется на поверхности блока.

Для нахождения распределения концентрации по блоку необходимо, строго говоря, решать уравнение диффузии метана в блоке с граничным условием (11). Это решение позволит затем найти среднюю концентрацию $c(x, t)$ метана в блоке с координатой (x) в пласте, в произвольный момент времени.

Однако можно не решать диффузионную задачу в полном объеме. Как было показано в [21,22], с использованием математического аппарата теории дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [23], для наших целей вполне пригодна интерполяционная формула, связывающая градиент концентрации диффундирующего вещества на поверхности блока с перепадом концентрации от средней к поверхностной

$$\nabla c_s(t) = - \frac{1}{\sqrt{\pi D_{\text{eff}}}} \int_0^t \frac{c(\tau) - c_s(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau. \quad (12)$$

Предполагается, что внутри малого сферического блока градиент и потоки направлены перпендикулярно поверхности сферы. Поэтому в (12) и в дальнейших формулах имеются в виду их абсолютные значения.

После выхода метана из блока газ попадает в фильтрационный объем и устремляется к внешней поверхности по каналам вдоль оси x . Можно сказать, что макроскопические потоки направлены вдоль оси x , в то время как микропотоки метана в блоках направлены от центра блока перпендикулярно его поверхности.

В формуле (12) c означает среднюю концентрацию метана в блоке, $c_s(\tau)$ — концентрацию метана на поверхности блока, а $\nabla c_s(t)$ — градиент концентрации метана вблизи поверхности блока. Формула (12) дает решение диффузионной задачи внутри отдельного блока, и этот результат не зависит от положения блока по отношению к выработке. Поэтому вместо $c(t)$ можно писать $c(x, t)$.

Эффективный коэффициент диффузии $D_{\text{эфф}}$ отличается от коэффициента твердотельной диффузии D , поскольку часть объема блока занята закрытыми порами, содержащими метан в газообразном состоянии. Как было показано в [13], связь между $D_{\text{эфф}}$ и D такова:

$$D_{\text{эфф}} = \frac{D}{1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}}. \quad (13)$$

Связь (13) имеет место при условии $\gamma \ll 1$. Учитывая теперь, плотность потока $j = -D\nabla c(r, t)|_{r=R}$, а также соотношение (11) получим

$$j(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{c(x, \tau) - v\rho(x, \tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau. \quad (14)$$

За время от 0 до 1 через поверхность сферического блока радиуса R выйдет $4\pi R^2 \int_0^1 j(t) dt$ молекул газа.

Эти молекулы выходят как из твердого раствора (пропорционально $(1 - \gamma_0)$), так и из закрытых пор (пропорционально $\frac{\gamma}{v}$). Поэтому изменение концентрации метана в твердом растворе к моменту t составит

$$c_0 - c(t) = \frac{4\pi R^2 \int_0^t j(t) dt}{\frac{4}{3}\pi R^3 \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)}, \quad (15)$$

где c_0 — начальная концентрация метана в твердом растворе. Уравнение (15) справедливо при произвольном местоположении блока в пласте. Поэтому теперь это уравнение с учетом (14) можно записать в виде

$$c(x, t) = c_0 - \frac{3}{R} \sqrt{\frac{D}{\pi \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)}} \int_0^t \frac{c(x, \tau) - v\rho(x, \tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau. \quad (16)$$

Это интегральное по времени уравнение, справедливое при всех x , можно назвать диффузионным.

Подчеркнем еще раз, что связь между концентрацией метана в блоке $c(x, t)$ и его плотностью $\rho(x, t)$ в примыкающем к блоку фильтрационном объеме не зависит, согласно (16), от x , т.е. от расположения блока

по отношению к выработке. Сами же значения $c(x, t)$ и $\rho(x, t)$, разумеется, зависят от координаты x .

Что же касается фильтрации, то она описывается уравнением в частных производных, получающимся из (6), (7) и (5):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\gamma_0 \rho(x, t) + \frac{V_b \rho(x, t)}{\sigma \Lambda (1 + V_b \rho(x, t))} \right] \\ + (1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c(x, t) \\ = kT \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho(x, t)}{\mu} \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (17) и (16) образуют систему двух уравнений с двумя неизвестными функциями $\rho(x, t)$ и $c(x, t)$. Начальные условия к этой системе состоят в задании начальной плотности ρ_0 и начальной концентрации c_0 , так что

$$\rho(x, 0) = \rho_0, \quad 0 < x < L, \quad (18)$$

$$c(x, 0) = c_0 = v\rho_0, \quad 0 < x < L. \quad (19)$$

Граничное условие на левом конце пласта отражает непроницаемость этой границы

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (20)$$

Разумно на условной границе пласта ($x = L$) считать, что

$$\rho(L, t) = \rho_L = P_L/T, \quad (21)$$

где P_L — давление газа в выработанном пространстве.

В природных условиях, как уже отмечалось, давление $P_0 = T\rho_0$ составляет несколько десятков атмосфер, в то время как $P_L = T\rho_L$ — это атмосферное давление, так что обычно $\rho_L \ll \rho_0$.

В зависимости от конкретной практической ситуации, которая может получить истолкование в рамках предлагаемого расчета, L может означать: 1) размер куска угля, отторгнутого от массива; 2) толщину пласта; 3) размер метаносного участка пласта.

В любом случае L на много порядков превосходит как размер блока R , так и размер фильтрационных каналов.

Правые части уравнения (17) сильно различаются для кнудсеновского и пуазейлевского течений газа. При кнудсеновском вязкость, как уже было указано, вычисляется по формуле $\mu = \frac{1}{3} m \rho \bar{v} d$, так что правая часть (17) равна $D_f \frac{\partial^2 \rho(x, t)}{\partial x^2}$, где коэффициент фильтрации с учетом (8)

$$D_f = \frac{3kT}{m\bar{v}d} \approx \gamma_0 d \bar{v}. \quad (22)$$

В этом случае (17) является уравнением диффузионного типа. Роль коэффициента диффузии играет коэффициент фильтрации, он на несколько порядков больше коэффициента твердотельной диффузии и, кроме того, весьма слабо ($\sim T^{1/2}$) зависит от температуры, а

определяется геометрией трещиновато-порового фильтрационного объема.

В случае пуазейлевского течения вязкость, согласно (9) и (10), не зависит от плотности, а правая часть (17) равна

$$D_f S d \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} D_f S d \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\rho^2), \quad (23)$$

и уравнение (17) с нелинейной правой частью (23) заметно отличается от стандартного диффузионного уравнения.

Для дальнейшего анализа следует записать систему (16) и (17) в безразмерном виде. С этой целью в дальнейшем, если не оговорено иное, расстояния будем измерять в единицах R , время — в единицах

$$t_d = \frac{R^2}{D_{\text{eff}}} = \frac{R^2(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v})}{D}, \quad (24)$$

а плотность и концентрацию отнесем к их начальным значениям

$$\frac{\rho(x, t)}{\rho_0} \equiv p(x, t), \quad \frac{c(x, t)}{c_0} \equiv q(x, t). \quad (25)$$

В итоге рассматриваемая нами система уравнений в случае кнудсеновского течения запишется так:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\gamma_0 p(x, t)}{v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})} + \frac{V_b p(x, t)}{\sigma \Lambda v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})(1+V_b \rho_0 p(x, t))} + q(x, t) \right] = \frac{D_f}{Dv(1-\gamma_0)} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2}, \\ q(x, t) = 1 - \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(x, \tau) - p(x, \tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \end{cases} \quad (26)$$

а для пуазейлевского течения

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\gamma_0 p(x, t)}{v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})} + \frac{V_b p(x, t)}{\sigma \Lambda v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})(1+V_b \rho_0 p(x, t))} + q(x, t) \right] = \frac{D_f S d \rho_0}{2Dv(1-\gamma_0)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [p^2(x, t)], \\ q(x, t) = 1 - \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(x, \tau) - p(x, \tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \end{cases} \quad (27)$$

Что касается начальных и граничных условий к системам (26) и (27), то они немедленно следуют из (18)–(21) и состоят в том, что

$$p(x, 0) = q(x, 0) = 1, \quad (28)$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad p\left(\frac{L}{R}, t\right) = p_L = \frac{\rho_L}{\rho_0}. \quad (29)$$

Каждая из этих систем описывает массоперенос метана из угольного пласта для произвольной координаты x и произвольного момента времени t .

Асимптотический анализ проблемы выхода метана из угольного пласта

Основной интерес представляет вычисление количества метана, вышедшего за определенное время из пласта и оставшегося в нем. Очевидно, что доля $p(t)$ метана, оставшегося в фильтрационном объеме к моменту t , такова:

$$p(t) = \frac{R}{L} \int_0^{L/R} p(x, t) dx, \quad (30)$$

а метана $q(t)$, сохранившегося в блоках (включая закрытые поры)

$$q(t) = \frac{R}{L} \int_0^{L/R} q(x, t) dx. \quad (31)$$

Напомним, что в этом и следующих разделах координата x и время t измеряется соответственно в единицах R и t_d .

На примере кнудсеновского течения газа мы получим простую систему интегральных уравнений для $p(t)$ и $q(t)$ и дадим ее асимптотический анализ. Положим для упрощения выкладок $V_b = 0$, т.е. в этом случае не будем принимать во внимание адсорбцию.

Проинтегрируем обе части первого уравнения системы (26) по x от нуля до L/R и результат разделим на L/R , т.е. усредним это уравнение. Получим с использованием определений (30) и (31) и граничных условий (29)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\gamma_0 p(t)}{v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})} + q(t) \right] \\ = \frac{D_f R}{Dv(1-\gamma_0)L} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L/R}. \end{aligned} \quad (32)$$

Производная $\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L/R}$, определяющая плотность потока метана через границу пласта, связана с $p(t)$ „импедансным“ соотношением, аналогичным (12), а именно

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L/R} &= - \frac{\sqrt{\gamma_0 D}}{\sqrt{\pi(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})} D_f} \frac{d}{dt} \\ &\times \int_0^t \frac{p(\tau) - p_L}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \end{aligned} \quad (33)$$

Если теперь подставить (33) в (32) и учесть начальные условия (28), то

$$B(1 - p(t)) + 1 - q(t) = A \int_0^t \frac{p(\tau) - p_L}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} A &\equiv \frac{R}{v(1-\gamma_0)L} \sqrt{\frac{D_f \gamma_0}{D\pi(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})}}; \\ B &\equiv \frac{\gamma_0}{v(1-\gamma_0)(1-\gamma+\frac{\gamma}{v})}. \end{aligned} \quad (35)$$

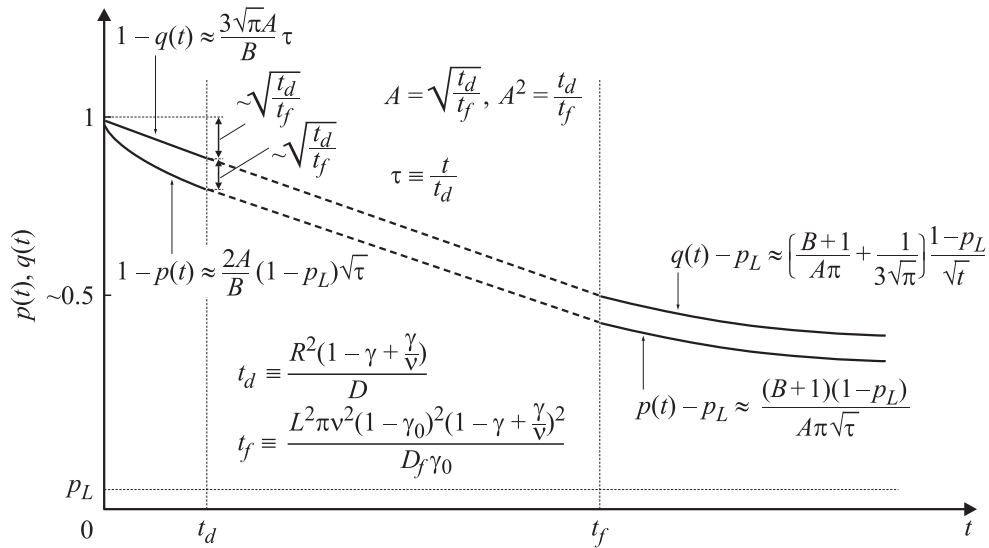


Рис. 2. Асимптотики функций $p(t)$ и $q(t)$ при $A \ll 1$.

Форма записи второго из уравнений системы (26) остается неизменной после усреднения, поскольку это уравнение справедливо для любого x :

$$1 - q(t) = \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(\tau) - p(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau. \quad (36)$$

Система (34) и (36) интегральных уравнений Вольterra второго рода имеет единственное решение, асимптотики которого при малых и больших временах отыскиваются сравнительно просто. Схема извлечения асимптотик на малых временах такова: в правой части (34) заменяем $p(\tau)$ на единицу, тогда правая часть пропорциональна \sqrt{t} ; предполагаем, что $(1 - p(t)) \gg (1 - q(t))$, соответственно этому в числителе подынтегральной функции в правой части (36) остается $1 - p(\tau)$, пропорциональная $\sqrt{\tau}$; интегрирование дает правую часть (36), пропорциональную t . Итак, на малых временах количество метана $1 - p(t)$, вышедшее из фильтрационного пространства, пропорционально \sqrt{t} , а вышедшее из блоков — t , т.е. гораздо меньше, чем из фильтрационного объема, разумеется, в процентном соотношении. Одновременно верифицируется предположение о том, что $(1 - p(t)) \gg (1 - q(t))$.

На больших временах $p(t) \rightarrow q(t) \rightarrow p_L$. Поэтому в левой части (34) заменяем $p(t)$ и $q(t)$ на p_L и для функции $p(t) - p_L$ получаем точно решаемое уравнение Абеля

$$p(t) - p_L = \frac{\text{const}}{\sqrt{t}}, \quad (37)$$

т.е. приближение $p(t)$ к равновесию происходит по закону обратного корня из времени. Если подставить (37) в (36), а в левой части (36) заменить $q(t)$ на p_L , то для функции $q(t) - p_L$ также можно получить уравнение Абеля, решение которого имеет тот же вид, что и (37), но

с другой константой. Таким образом, приближение $q(t)$ к равновесию происходит по тому же закону обратного корня из времени.

Критерии малых и больших времен определяются параметром A . Дело в том, что параметр B практически всегда по порядку равен единице. Он может быть мал лишь при большой растворимости, $v \gg 1$, а это возможно лишь при температуре ниже комнатной, что не актуально. Параметр A представляет собой квадратный корень из отношения характерного времени t_d диффузии метана из отдельного блока к характерному времени t_f фильтрации метана из пласта

$$A = \sqrt{\frac{t_d}{t_f}}, \quad t_d \equiv \frac{R^2(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v})}{D},$$

$$t_f \equiv \frac{L^2 \pi v^2 (1 - \gamma_0)^2 (1 - \gamma + \frac{\gamma}{v})^2}{D_f \gamma_0}, \quad (38)$$

t_d и t_f — реальные размерные времена; t_d определено ранее формулой (24). Скорости истечения метана из пласта существенно разнятся в случаях $A \ll 1$ и $A \gg 1$, т.е. $t_d \ll t_f$ и $t_d \gg t_f$. Иными словами, очень важна иерархия времен диффузии и фильтрации.

Результаты детального асимптотического исследования системы (34)–(36) с нахождением всех необходимых констант и указанием критериев представлены на рис. 2 и 3 (по оси абсцисс отложено размерное время). Рис. 2 соответствует случаю $A \ll 1$, т.е. $t_d \ll t_f$.

В этом случае критерий малых времен состоит в том, что $t \ll t_d$. На этом этапе истечение газа из фильтрационного объема происходит по корневому закону, а из блоков — по линейному. К концу этого этапа как из блоков, так и из порового пространства выходит весьма незначительная доля газа $\sim \sqrt{\frac{t_d}{t_f}}$. На больших временах, когда $t \gg t_f$, кривые $p(t)$ и $q(t)$ подчиняются

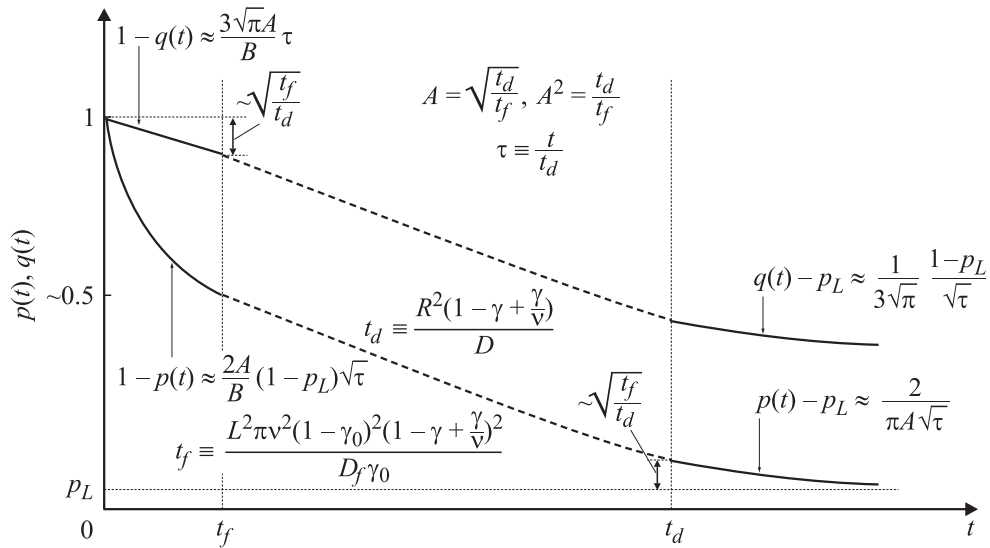


Рис. 3. То же, что для рис. 2 при $A \gg 1$.

закону обратного квадратного корня из времени. На промежуточном этапе десорбции происходит значительное (~ 50%) истечение газа, причем в равной мере как из блоков, так и их пространства открытых пор и каналов. Вообще на протяжении всего времени (кроме весьма малых t) кривые $p(t)$ и $q(t)$ почти налегают друг на друга. Подпитка метаном из блоков в поровое пространство происходит быстро, за $\sim t_d$, и процесс истечения лимитируется медленным просачиванием метана из фильтрационного объема в окружающую среду. Значительное, порядка половины запаса, количество метана выходит в окружающую среду за время порядка t_f . Грубая порядковая оценка этого времени при $L \sim 1$ м, $D_f \sim 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, $\gamma_0 \sim \gamma \sim 0.1$ и $v \sim 10^{-2}$ дает $t_f \sim 10^5$ с, т. е. порядка суток. Разумеется, при уменьшении D_f , т. е. снижении проницаемости пласта и открытой пористости, это время возрастает на порядок (до нескольких месяцев и лет).

Рассматриваемый случай $A \ll 1$ реализуется на практике при больших размерах пласта и малых коэффициентах фильтрации. Поскольку этот коэффициент пропорционален диаметру каналов (22), то время фильтрации растет с уменьшением коэффициента. Заметим также, что время фильтрации увеличивается с ростом растворимости v . Это связано с затруднением выхода метана из блоков в трещиновато-поровое пространство при низких температурах, так как метан в этом случае стремится войти в твердый раствор.

Рис. 3 соответствует случаю $A \gg 1$, т. е. $t_d \gg t_f$. В этом случае критерий малых времен состоит в том, что $t \ll t_f$. На этом этапе истечение газа из трещиновато-порового пространства происходит со временем по корневому закону, а из блоков — по линейному. Существенное отличие от предыдущего случая заключается в том, что выход газа из блоков сильно замедлен по отношению к выходу газа из фильтрационного объема. Ко времени завершения первого этапа

десорбции ($t \sim t_f$) из фильтрационного объема выходит весьма заметная (~ 50%) доля метана, в то время как из блоков выходит лишь незначительная доля $\sim \sqrt{\frac{t_f}{t_d}}$.

К концу второго этапа десорбции, когда $t \sim t_d$, в трещиновато-поровом пространстве угольного пласта метана почти не остается. В то же время в блоках еще остается значительный (~ 50%), запас метана. На временах $t \gg t_d$ истечение газа происходит по закону $t^{-1/2}$.

Можно сказать, что в случае $t_d \gg t_f$ метан можно четко разделить на „быстрый“, находящийся в трещиновато-поровом пространстве, и „медленный“, остающийся долгое время ($t \gg t_d$) в блоках. Метан медленно диффундирует из блоков, подпитки фильтрующегося метана почти нет, и этот последний быстро истощается, в то время как в блоках пласта на долгое время сохраняется весьма большое количество метана.

Оценка диффузионного времени для $R \sim 10^{-3}$ м и коэффициента твердотельной диффузии $D \sim 10^{-15} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ при комнатной температуре показывает, что метан может месяцами и годами оставаться в блоках, в то время как метан из открытых пор и трещин уже давно выйдет в свободное пространство.

Распределение метана по простиранию пласта, роль адсорбированного метана — численные результаты

Распределение метана вдоль пласта, т. е. координатную зависимость плотности метана в открытых порах и в блоках, в произвольный момент времени можно найти путем численного решения системы (26) и/или (27).

Нами была составлена и реализована программа численного решения этих систем. Базовый алгоритм этой программы использует известные методы численного

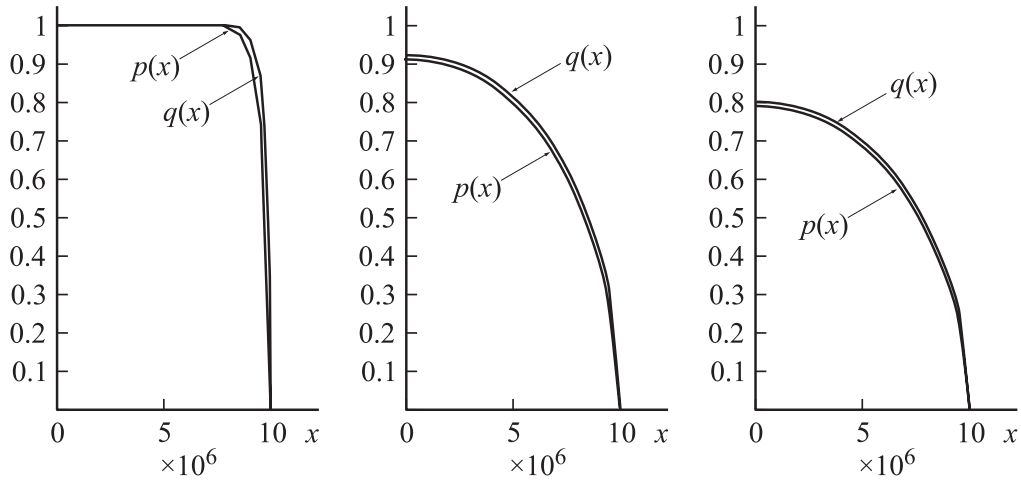


Рис. 4. Распределение содержания метана по простиранию пласта для трех моментов времени ($t_1 = 0.4$; $t_2 = 25$; $t = 46$). $A = 0.006$.

интегрирования уравнений в частных производных параболического типа.

В отличие от асимптотического анализа, выполненного для кнудсеновского течения газа, результаты численного расчета получены как для кнудсеновского (система уравнений (26)), так и для пуазейлевского течения (27).

Но прежде чем привести результаты численного решения упомянутых систем, следует высказать некоторые качественные соображения. В системах (26) и (27) роль адсорбированного метана описывается вторым слагаемым в левой части первого из уравнений. Видно, что важную роль играет параметр $V_b \rho_0$. Если $V_b \rho_0 \ll 1$, то соответствующее слагаемое объединяется с первым слагаемым так, что адсорбированные молекулы метана как бы входят в состав метана в открытых порах (увеличивая его количество), и процесс десорбции происходит точно так же, как и в отсутствие адсорбированного метана. Если $V_b \rho_0 \gg 1$, то почти при всех $p(x, t)$ можно считать это второе слагаемое константой, так что производная по времени от него равна нулю, и адсорбированный метан не десорбируется. Неравенство $V_b \rho_0 \gg 1$ реализуется, как видно из (4), при большой энергии связи $|\chi|$ молекулы метана с поверхностью угольного блока. Если это так, то ясно, что молекулы метана будут жестко сцеплены с блоком, „встроены“ в него и поэтому не десорбируются. И лишь на заключительном этапе десорбции, когда $p(x, t) \ll 1$, этот метан начинает оказывать серьезное воздействие на темп десорбции, подпитывая газообразный метан в открытых порах.

Отличие результатов для пуазейлевского течения (27) от кнудсеновского (26) определяется в основном множителем $\frac{S d \rho_0}{2}$ в правой части первого из уравнений системы (27). Этот множитель оценивается исходя из того что сечение рассеяния в метане $S \sim 10^{-19} \text{ м}^2$, диаметр каналов в угле $d \sim 10^{-6} \text{ м}$, а плотность ρ_0 соответствует пластовому давлению порядка 5 МПа, так что $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{м}^3}$. Следовательно, указанный множитель равен 20–30. На начальных этапах десорбции в большей

части пласта $p(x, t)$, а следовательно и $p^2(x, t)$, близко к единице. Поэтому скорость истечения метана при пуазейлевском течении в несколько десятков раз (в меру множителя $\frac{S d \rho_0}{2}$) больше, чем при кнудсеновском. На заключительной стадии процесса $p^2(x, t) \ll p(x, t)$, поэтому скорость истечения на этой стадии резко замедляется и становится меньше, чем при кнудсеновском течении. Практически это замедление трудно заметить, поскольку пласт уже истощен. Преобладание того или иного типа течения определяется мезоструктурой угольного вещества: если средний диаметр каналов $d < 10^{-7} \text{ м}$, то течение кнудсеновское, при $d > 10^{-7} \text{ м}$ — пуазейлевское. На практике встречаются угли как с малыми (в указанном смысле), так и с большими фильтрационными каналами.

На рис. 4 показана координатная зависимость $p(x)$ и $q(x)$ для трех моментов времени. Параметры процесса подобраны так, чтобы было $A \ll 1$. Видно, что кривые близко друг к другу. Сравнение таких картин,

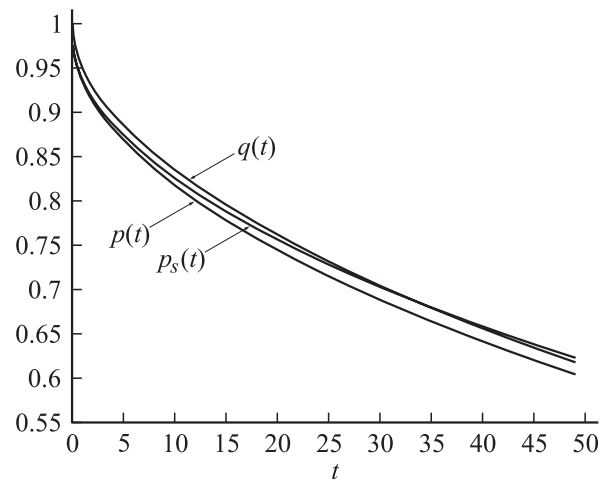


Рис. 5. Зависимость содержания метана в трех различных фазовых состояниях от времени. $A = 0.006$.

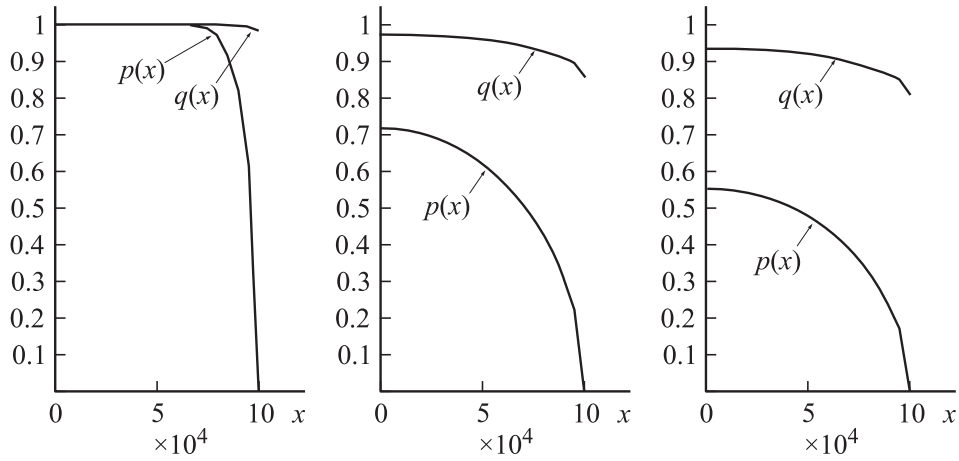


Рис. 6. То же, что для рис. 4 ($t_1 = 4 \cdot 10^{-5}$; $t_2 = 2.4 \cdot 10^{-3}$; $t_3 = 4.6 \cdot 10^{-3}$). $A = 6$.

полученных в разные моменты времени, показывает, что обеднение толщи пласта происходит в два этапа: сначала метан выходит из участка, прилегающего к свободной поверхности, а затем происходит снижение содержания метана по всему пласту.

Отметим, что на рис. 4–8 координаты и время безразмерны.

На рис. 5 приведены графики зависимости $p(t)$ (метан, оставшийся в фильтрационном объеме), $q(t)$ (метан, оставшийся в блоках) и $p_s(t)$ (метан, оставшийся в адсорбированном состоянии). При малых и больших временах вид графиков $p(t)$ и $q(t)$ почти полностью соответствует предсказаниям асимптотической теории, развитой выше.

Рис. 6 представляет кривые $p(x)$ и $q(x)$ в случае $A \gg 1$. В этой ситуации кривая $q(x)$ находится высоко над кривой $p(x)$. Это означает, что темп фильтрации значительно опережает темп диффузии.

Результаты численного расчета кривых $p(t)$ и $q(t)$, представленные на рис. 7, превосходно согласуются с асимптотической теорией, результаты которой изображены на рис. 3.

Кривая $p_s(t)$ рис. 7 дает количество адсорбированного метана, сохранившегося в пласте ко времени t . Вычисление проводилось для $V_b \rho_0 = 100$, т.е. для сильной связи (0.5 eV) молекул метана с поверхностью. Видно, что адсорбированный метан почти полностью остается на месте, т.е. не десорбируется. Лишь в самом начале процесса $\sim 0.1\%$ адсорбированного метана выходит наружу. На временах порядка t_d и больших метан сохранится в блоках, включая закрытые поры. Сохранится также весь адсорбированный метан.

Рис. 8 представляет суммарную десорбцию метана, т.е. полное количество метана, вышедшее к моменту времени t из пласта. Эти результаты можно сравнивать с данными как натуральных, так и лабораторных экспериментов. Сравнение с имеющимися у нас экспериментальными данными по десорбции метана [7,9] дает хорошее качественное согласие теории и эксперимента.

В практическом плане наши результаты можно считать прогнозом темпа истечения метана из угольных пластов.

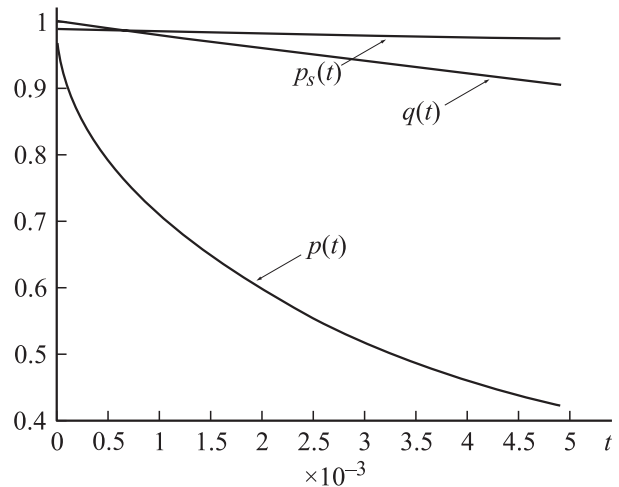


Рис. 7. То же, что для рис. 5. $A = 6$.

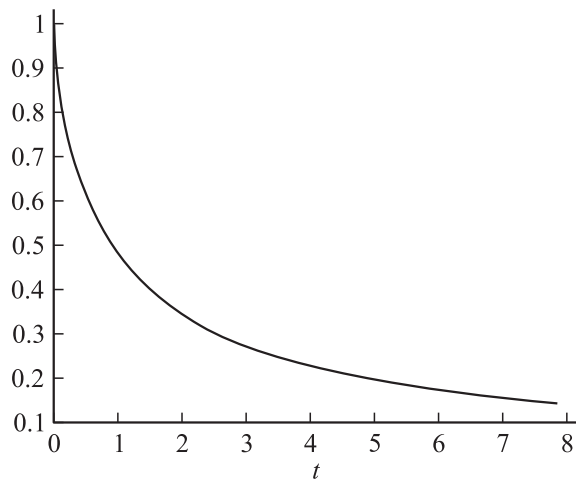


Рис. 8. Кинетическая кривая суммарной десорбции метана. $A = 6$.

Выводы

1. Развита двухвременная модель выхода метана из угольного пласта. В этой модели считается, что выход метана происходит путем просачивания газа через систему фильтрационных каналов и одновременно идет подпитка этих каналов метаном, диффундирующим из блоков.

2. Введен и использован эффективный коэффициент твердотельной диффузии метана в блоках. Он учитывает наличие закрытой пористости, т.е. наличие в блоках системы пор, не сообщающихся каналами с фильтрационным объемом.

3. Записана и решена асимптотически и численно система уравнений, описывающих десорбцию метана из угольного пласта. Выделены безразмерные параметры, определяющие темп десорбции в случае как пуазейлевского, так и кнудсеновского течения. Проведено четкое разграничение адсорбированного и абсорбированного метана.

4. Показано, что, если фильтрационное время много меньше диффузионного, то метан в угле можно четко разделить на „быстрый“ и „медленный“. Кажущийся быстрый выход метана отнюдь не означает, что метан в пласте не остался. Напротив, сохранившееся весьма большое количество метана в твердом растворе блоков и закрытых порах будет еще очень долго выходить из пласта.

5. Даны буквенные и численные оценки характерных времен десорбции; найдено полное количество метана, оставшегося в пласте в произвольный момент времени, а также в блоках, системе открытых пор и в адсорбированном виде.

Список литературы

- [1] Эттингер И.Л. Необъятные запасы и непредсказуемые катастрофы. М.: Наука, 1988. 175 с.
- [2] Van Krevelen D.W. Coal. Amsterdam: Elsevier, 1993. 1002 p.
- [3] Department of Primary Industries and Energy „Energy 2000: A National Energy“, „Paper“. Australian Government Printing Service, Canberra, 1988. P. 149.
- [4] Kuuskraa V.A. and Brandenburg C.F. // Oil Gas J. 1989. Vol. 87. N 41. P. 49.
- [5] Harpalani S. and Schraufnagel R. // Fuel. 1990. 69. P. 551.
- [6] Harpalani S. and Zhao X. // Energy Sources 1991. Vol. 13. P. 229.
- [7] Weishauptova Z., Medek J. // Fuel. 1998. 77. 1/2. P. 71–76.
- [8] Alexeev A.D., Vasilenko T.A., Ulyanova E.V. // Fuel. 1999. Vol. 78. N 6. P. 635–638.
- [9] Alexeev A.D., Vasilenko T.A., Ulyanova E.V. // Solid State Communication. 2004. Vol. 130. P. 669–673.
- [10] Feldman E.P., Alexeev A.D., Melnik T.N., Gumen L.N. // International Journal of Hydrogen Energy. 2005. Vol. 30. P. 509–514.
- [11] Alan S. Michaels, Wolf R. Vieth, and James A. Barrie // Journ. of Appl. Phys. 1963. Vol. 34. Issue 1. P. 1–12.
- [12] Alan S. Michaels, Wolf R. Vieth, and James A. Barrie // Journ. of Appl. Phys. 1963. Vol. 34. Issue 1. P. 1–12.

- [13] Эттингер И.Л., Ковалева И.Б. // ДАН СССР. 1979. Т. 244. № 3. С. 659–663.
- [14] Alexeev A.D., Feldman E.P., Vasilenko T.A. Alternation of methane pressure in closed pores of fossil coals // Fuel. 2000. Vol. 79. P. 939–943.
- [15] Лазарев Л., Ангелова Г. Структура и реакции углей. София: Изд. болгарской академии наук, 1990. 132 с.
- [16] Грег С., Синг К. Адсорбция, удельная поверхность, пористость. М.: Мир, 1984. 407 с.
- [17] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1986. 583 с.
- [18] Кузнецов С.В., Кригман Р.Н. Природная проницаемость угольных пластов и методы ее определения. М.: Наука, 1978. 122 с.
- [19] Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.–Л.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1947. 244 с.
- [20] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. М.: Наука, 1986. 525 с.
- [21] Алексеев А.Д., Василенко Т.А., Фельдман Э.П. и др. // УФЖ. 2004. Т. 49. № 1. С. 86–89.
- [22] Feldman E.P., Krajnikov A.V., Yurchenko V.V., Williams D.B. // Surf. Sci. 2002. Vol. 15. N 1. P. 36–44.
- [23] Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1969. 288 с.