

01;03;07

Теория фотофоретического движения крупных летучих капель бинарных концентрированных растворов в трехкомпонентной газовой смеси

© Ю.И. Яламов, Н.Н. Голикова

Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия
e-mail: rectorat@mgou.ru

(Поступило в Редакцию 11 апреля 2006 г.)

Построена теория движения крупных капель бинарных концентрированных растворов, на которые падает мощное электромагнитное излучение в трехкомпонентной газовой смеси. Предполагается, что при этом на поверхности капли происходит фазовый переход обеих компонент капли в несущий газ. Проведены численные оценки скорости фотофореза для капель жидких металлов алюминий–серебро (Al + Ag) и сурьма–висмут (Sb + Bi) радиусами 1; 5 и 10 μm .

PACS: 47.55.-t

Введение

Мысль о возможности движения частиц под действием света была высказана еще Кеплером. Существование светового давления было доказано в России Лебедевым. Однако Эренхафт [1] открыл эффект движения частиц пыли, взвешенных в воздухе, в луче мощной лампы: некоторые частицы двигались по направлению к источнику излучения. Этот эффект нельзя было объяснить действием силы светового давления. Эренхафт назвал открытый им эффект фотофорезом. Движение частиц в направлении распространения света было названо положительным фотофорезом, а в обратном направлении — отрицательным. Указанный выше эффект кратко можно объяснить так. Поглощение света частицей приводит к распределению электромагнитной энергии падающего оптического излучения по объему частицы. Внутри частицы возникают источники тепловой энергии с некоторой объемной плотностью $q_i(r, \Theta)$, которые неоднородно нагревают частицу. Молекулы газа после соударения с поверхностью частицы отражаются от нагретой стороны частицы с большей скоростью, чем от холодной. В результате частица приобретает нескомпенсированный импульс, направленный от горячей стороны к холодной. В зависимости от размеров и оптических свойств материала частицы более горячей может оказаться как освещенная, так и теневая сторона. Следовательно, может иметь место как положительный, так и отрицательный фотофорез. Кроме того, если поток излучения неоднороден по сечению, может возникнуть и поперечное относительно направления распространения электромагнитного излучения движение частицы в газе [2].

После Эренхафта эффект изучался в ряде работ, но вопросы движения частиц в поле оптического излучения сначала представляли лишь научный интерес, так как было мало отмеченных практически важных проявлений этого эффекта (например, рассматривалось влияние солнечного излучения на скорость оседания аэрозольных

частиц в атмосфере Земли [3,4]). В последние годы ситуация резко изменилась в связи с применением лазеров, и интерес к фотофорезу возрос. Имеется целый ряд теоретических и экспериментальных работ по теории фотофореза [5–12]. Были предложены многочисленные применения эффекта движения макрочастиц в лазерном луче: разделение частиц в жидкости, оптическая левитация частиц в воздухе и вакууме, захват и удержание частиц в лазерном луче и т.д. Высокая монохроматичность лазерного излучения и возможность перестройки длины волны позволяют управлять движением макрочастиц, селективно выделять частицы заданного свойства из потока аэрозоля, выбрав длину волны излучения внутри полосы поглощения вещества частицы.

Теоретические методы, которые используются при выводе выражений для фотофоретической силы и скорости фотофореза, выбираются исходя из сравнения радиуса частицы R со средней длиной свободного пробега молекул газа λ . Если число Кнудсена $Kn = \lambda/R$ является большим $Kn \gg 1$, то по классификации частиц в физике аэродисперсных систем частица называется малой. Теория фотофореза для больших чисел Кнудсена строится на основе кинетической теории газов. Основным предположением здесь является то, что частица мало влияет на распределение по скоростям окружающего ее газа. Наиболее точные результаты для фотофоретической силы и скорости фотофореза были приведены в работе [13]. В выражениях для фотофоретической силы и скорости фотофореза малых частиц существенными являются коэффициенты аккомодации тангенциального импульса и энергии. Результаты экспериментов [8] хорошо согласуются с теорией. Если число Кнудсена является малым $Kn \ll 1$, то частица называется крупной, и в этом случае теория фотофореза строится на основе гидродинамического метода, т.е. совместно решаются уравнения гидродинамики и переноса тепла и массы [14]. При малых числах Рейнольдса уравнения гидродинамики заменяются линеаризованными уравнениями [15,16].

Этот же подход был использован и при решении задачи о фотофоретическом движении умеренно крупных аэрозольных частиц. Подробный обзор работ по теории фотофореза можно найти в [17,18]. Однако в случае крупных аэрозольных частиц имеет место некоторое расхождение между теоретическими значениями для скорости фотофореза и экспериментальными данными. Этот факт стимулирует поиск новых эффектов, учет которых может улучшить известные модели.

Как правило, величина фотофоретической силы, вызванной соударениями молекул газа с неоднородно нагретой поверхностью частицы много больше силы светового давления. В редких случаях приходится рассматривать совместное действие двух указанных сил. Кроме того, в некоторых случаях существенным является эффект реакции испаряющихся молекул.

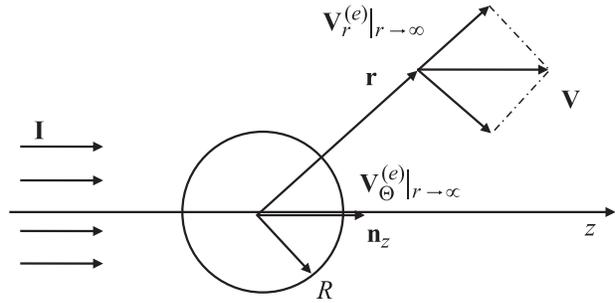
В настоящей работе исследуется феномен фотофоретического движения крупной бинарной жидкой сферической аэрозольной частицы — капли, взвешенной в трехкомпонентной газовой среде при наличии двойного фазового перехода обеих компонент капли.

Постановка задачи

Рассмотрим двухкомпонентную крупную каплю радиусом R , взвешенную в однородной по температуре и концентрации тройной газовой смеси с температурой T_{oe} . Обе компоненты капли испытывают фазовые переходы, совпадают по химическому составу с двумя компонентами тройной газовой смеси и являются малыми поправками по отношению к третьей компоненте — несущему газу. На частицу падает электромагнитное излучение интенсивностью \mathbf{I} , которое неоднородно нагревает поверхность капли. Под интенсивностью электромагнитного излучения \mathbf{I} понимается плотность потока энергии излучения (вектор Умова–Пойнтинга). Исследуем феномен движения капли под действием электромагнитного нагрева в чистом виде без усложняющего влияния поля сил тяжести.

Неоднородное нагревание поверхности капли является причиной возникновения, во-первых, теплового и диффузионного скольжений вдоль поверхности капли тройной газовой смеси, во-вторых, переменного по температуре межфазного поверхностного натяжения на границе раздела капля–газовая смесь. Все эти эффекты вызывают появление фотофоретической силы, под действием которой капля приходит в упорядоченное движение. Наряду с фотофоретической силой возникает сила вязкого сопротивления среды. Когда эти две силы становятся равными, капля начинает перемещаться равномерно. Скорость равномерного перемещения называют фотофоретической скоростью \mathbf{U}_{ph} .

Предполагается, что среднее расстояние l между каплями значительно больше $2R$ — диаметра капли. В силу этого взаимодействием между каплями в смысле их взаимного диффузионно-гидродинамического и теплового влияния можно пренебречь.



Так как капля имеет сферическую форму, расчеты удобно проводить в сферической системе координат. Выберем начало системы сферических координат (r, θ, φ) в центре капли (см. рисунок), полярная ось oz ориентирована по направлению распространения однородного потока излучения. При таком выборе положения начала координат удобно каплю считать покоящейся, внешняя среда движется относительно частицы при $r \rightarrow \infty$ со скоростью \mathbf{V} (см. рисунок) [13,14]. Тогда скорость фотофореза капли равна с обратным знаком скорости газа на бесконечности

$$\mathbf{U}_{ph} = -\mathbf{V}. \quad (1)$$

Будем предполагать, что при движении капля сохраняет сферическую форму. Это предположение справедливо, если силы поверхностного натяжения на поверхности раздела капля–внешняя среда значительно больше сил внешнего вязкого сопротивления, стремящихся нарушить сферическую форму. Аналитическое условие сохранения формы капли имеет вид [17]:

$$\frac{\sigma}{R} \gg \frac{\eta_e |\mathbf{U}_{ph}|}{R}, \quad (2)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения на межфазной границе капля–внешняя среда.

Распределение скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри каждой отдельной капли удовлетворяют в самой общей постановке следующей системе дифференциальных уравнений [14–20]:

$$\eta_e \nabla^2 \mathbf{V}^{(e)} = \nabla p^{(e)} + \rho_e (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) \mathbf{V}^{(e)}, \quad (3)$$

$$\text{div}(\rho_e \mathbf{V}^{(e)}) = 0, \quad (4)$$

$$D_{13}^{(e)} \nabla^2 C_{1e} = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) C_{1e}, \quad (5)$$

$$D_{23}^{(e)} \nabla^2 C_{2e} = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) C_{2e}, \quad (6)$$

$$\chi_e \nabla^2 T_e = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) T_e, \quad (7)$$

$$\eta_i \nabla^2 \mathbf{V}^{(i)} = \nabla p^{(i)} + \rho_i (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) \mathbf{V}^{(i)}, \quad (8)$$

$$\text{div}(\rho_i \mathbf{V}^{(i)}) = 0, \quad (9)$$

$$D_{12}^{(i)} \nabla^2 C_{1i} = (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) C_{1i}, \quad (10)$$

$$\chi_i \nabla^2 T_i = -q_i + (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) T_i. \quad (11)$$

В (3)–(11) введены следующие обозначения: индексы „ e “ и „ i “ характеризуют величины, относящиеся

к областям вне и внутри капли соответственно; $p^{(e)}$ и $p^{(i)}$ — давления; χ_e и χ_i — коэффициенты теплопроводности; $D_{13}^{(e)}$ — коэффициент взаимной диффузии паров растворителя капли в несущий газ, а $D_{23}^{(e)}$ — паров растворенного вещества в капле в несущий газ; $D_{12}^{(i)}$ — коэффициент взаимной диффузии растворителя и растворенного вещества внутри капли; C_{1e} , C_{2e} и C_{1i} — относительные концентрации компонент смеси вне и внутри капли, $q_i(r, \Theta)$ — плотность тепловых источников внутри капли.

Соотношения (3) и (4) — это уравнения Навье–Стокса и непрерывности во внешней к капле несжимаемой среде. Распределение температуры вне капли можно найти с помощью уравнения конвективной теплопроводности (7), а внутри — с помощью уравнения теплопроводности (11). Внутри капли справедливы уравнения гидродинамики несжимаемой среды (8), (9). Распределение относительных концентраций первой и второй компоненты вне и внутри капли удовлетворяет уравнениям (5), (6), (10), которые позволяют дать полное решение задачи о распределении концентраций в системе капля–внешняя смесь, в силу соотношений $C_{1e} + C_{2e} + C_{3e} = 1$ и $C_{1i} + C_{2i} = 1$, где $C_{1e} = n_{1e}/n_e$, $C_{2e} = n_{2e}/n_e$, $C_{3e} = n_{3e}/n_e$ — относительные концентрации компонент внешней газовой смеси; n_{1e} , n_{2e} , n_{3e} — количество молекул каждой компоненты внешней смеси в единице объема; $n_{1e} + n_{2e} + n_{3e} = n_e$, n_e — полное количество молекул в единице объема. Для относительных концентраций внутри капли $C_{1i} = m_1 n_{1i}/\rho_i$ и $C_{2i} = m_2 n_{2i}/\rho_i$, где m_1 и m_2 — масса молекул компонент растворителя и растворенного вещества в капле; m_3 — масса молекулы третьей компоненты внешней смеси — несущего газа; n_{1i} , n_{2i} — количество молекул растворителя и растворенного в единице объема капли вещества; $n_{1i} + n_{2i} = n_i$, n_i — полное количество молекул в единице объема капли.

Линеаризуя дифференциальные уравнения (3)–(11) [14,17,18], получим следующую систему линеаризованных дифференциальных уравнений для нахождения распределения скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри капли:

$$n_e \nabla^2 \mathbf{V}^{(e)} = \nabla p^{(e)}, \quad (12)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}^{(e)} = 0, \quad (13)$$

$$\nabla^2 C_{1e} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla^2 C_{2e} = 0, \quad (15)$$

$$\nabla^2 T_e = 0, \quad (16)$$

$$\eta_i \nabla^2 \mathbf{V}^{(i)} = \nabla p^{(i)}, \quad (17)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}^{(i)} = 0, \quad (18)$$

$$\nabla^2 C_{1i} = 0, \quad (19)$$

$$\operatorname{div}(\chi_i \nabla T_i) = -q_i. \quad (20)$$

Требуется получить аналитическое выражение для скорости фотофореза \mathbf{U}_{ph} крупной летучей капли концентрированного раствора в трехкомпонентной газовой смеси.

Постановка граничных условий

Граничные условия на бесконечности при $r \rightarrow \infty$

В силу предположения, что капля покоится в избранной системе координат, а внешняя трехкомпонентная смесь движется на большом расстоянии от капли со скоростью \mathbf{V} вдоль оси z , в качестве граничных условий для радиальной $V_r^{(e)}$ и тангенциальной $V_\theta^{(e)}$ составляющих скорости, можно записать при $r \rightarrow \infty$ (см. рисунок):

$$V_r^{(e)}|_{r \rightarrow \infty} = |\mathbf{V}| \cos \theta, \quad (21)$$

$$V_\theta^{(e)}|_{r \rightarrow \infty} = -|\mathbf{V}| \sin \theta, \quad (22)$$

$$p^{(e)}|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (23)$$

Граничные условия (21)–(23) аналогичны условиям, принятым в работе [17].

Граничные условия на поверхности капли при $r = R$

1) Фазовый переход на поверхности капли обеспечивает непрерывность радиальных потоков первой и второй компонент внешней и внутренней смесей

$$\left(n_{o1e} V_r^{(e)} - D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_3}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = \left(n_{o1i} V_r^{(i)} - D_{12}^{(i)} \frac{\rho_{oi}}{m_1} \frac{\partial C_{1i}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (24)$$

$$\left(n_{o2e} V_r^{(e)} - D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_3}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = \left(n_{o2i} V_r^{(i)} + D_{12}^{(i)} \frac{\rho_{oi}}{m_2} \frac{\partial C_{1i}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (25)$$

где $n_{o1e} V_r^{(e)}$ и $n_{o2e} V_r^{(e)}$ — радиальные конвективные потоки паров первой и второй компонент тройной газовой смеси; $n_{o1i} V_r^{(i)}$ и $n_{o2i} V_r^{(i)}$ — радиальные конвективные потоки растворителя и растворенного вещества внутри капли.

2) Непроницаемость поверхности капли для третьей компоненты газовой смеси

$$\left(n_{o3e} V_r^{(e)} + D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_2}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = 0, \quad (26)$$

где $n_{o3e} V_r^{(e)}$ — радиальный конвективный поток несущего газа,

$$D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \quad D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_2}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} \quad (26a)$$

— радиальные диффузионные потоки паров первой и второй компонент тройной газовой смеси.

3) Эффект теплового и диффузионного скольжения внешней среды относительно поверхности капли

$$(V_{\Theta}^{(e)} - V_{\Theta}^{(i)})|_{r=R} = \frac{K_{TSL}}{T_{oe}R} \frac{\partial T_e}{\partial \Theta} \Big|_{r=R} + D_{13}^{(e)} \frac{K_{DSL}^{1(e)}}{R} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \Theta} \Big|_{r=R} + D_{23}^{(e)} \frac{K_{DSL}^{2(e)}}{R} \frac{\partial C_{2e}}{\partial \Theta} \Big|_{r=R}, \quad (27)$$

где $K_{TSL}^{(e)}$ — коэффициент теплового скольжения тройной газовой смеси относительно поверхности капли; $K_{DSL}^{1(e)}$ — коэффициент диффузионного скольжения, связанный с диффузией первой и третьей компоненты; $K_{DSL}^{2(e)}$ — коэффициент диффузионного скольжения, связанный с диффузией второй и третьей компоненты.

4) Непрерывность нормальных и касательных составляющих тензора вязких напряжений [17]:

$$\left(-p^{(e)} + 2\eta_{oe} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial r} - \frac{2\sigma_0}{R} - \frac{2}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} (T_i - T_{oi}) \right) \Big|_{r=R} = \left(-p^{(i)} + 2\eta_{oi} \frac{\partial V_r^{(i)}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (28)$$

$$\left(\eta_{oe} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial \Theta} + \frac{\partial V_{\Theta}^{(e)}}{\partial r} - \frac{V_{\Theta}^{(e)}}{R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \Theta} \right) \Big|_{r=R} = \eta_{oi} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_r^{(i)}}{\partial \Theta} + \frac{\partial V_{\Theta}^{(i)}}{\partial r} - \frac{V_{\Theta}^{(i)}}{R} \right) \Big|_{r=R}, \quad (29)$$

где σ_0 — среднее значение коэффициента межфазового поверхностного натяжения на границе раздела капля—внешняя смесь; $2\sigma_0/R$ — лапласовское давление, обусловленное кривизной поверхности, оно направлено к центру кривизны поверхности, в связи с этим оно сжимает каплю;

$$\frac{2}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} (T_i - T_{oi}) \quad (29a)$$

— поправка к поверхностному натяжению, связанная с возмущением температуры внутри капли [17].

5) Непрерывность потоков тепла с учетом тепла, идущего на фазовые переходы на поверхности капли

$$\left(-\chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \chi_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = -\eta_{o1e} L_1 m_1 V_r^{(e)} \Big|_{r=R} - n_{o2e} L_2 m_2 V_r^{(e)} \Big|_{r=R} + \left(L_1 m_1 D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_3}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + L_2 m_2 D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_3}{\rho_{oe}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (30)$$

где L_1 и L_2 — удельные теплоты фазового перехода первой и второй компоненты. Разность потоков тепла, стоящих слева (30), дает то количество тепла, которое расходуется на испарение с поверхности капли растворителя и растворенного вещества в капле.

6) Условие непрерывности температуры

$$T_e|_{r=R} = T_i|_{r=R}. \quad (31)$$

7) Граничное условие для концентрации

$$C_{1e}|_{r=R} = C_{o1e} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} (T_i - T_{oi}) \Big|_{r=R},$$

$$C_{2e}|_{r=R} = C_{o2e} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} (T_i - T_{oi}) \Big|_{r=R}, \quad (32)$$

где под $\Phi_1(C_{2i}, T_{oi})$ и $\Phi_2(C_{1i}, T_{oi})$ понимаются известные эмпирические функции, учитывающие зависимость насыщающих концентрации первой компоненты $C_{1es}^{(h)}(T_e)$ и второй компоненты $C_{2es}^{(h)}(T_e)$ от относительных концентраций их в самой капле [21]:

$$\Phi_1(C_{2i}, T_{oi}) = \frac{C_{1es}^{(h)}(T_e)}{1 + \gamma \frac{m_1 C_{2i}}{m_2(1-C_{2i})}},$$

$$\Phi_2(C_{1i}, T_{oi}) = \frac{C_{2es}^{(h)}(T_e)}{1 + \gamma \frac{m_2 C_{1i}}{m_1(1-C_{1i})}}, \quad (33)$$

где γ — константа, $1 \leq \gamma \leq 2.22$ [21].

Метод решения

Решения дифференциальных уравнений (12)–(20) хорошо изучены и были изложены в работах [22–24]. Ход решения кратко можно охарактеризовать следующим образом: записав уравнения (12)–(20) в сферических координатах (r, Θ) и введя новую переменную $y = r/R$, будем искать решения в виде разложения в ряды по полиномам Лежандра $P_n(\cos \Theta)$. Исследуя сходимость рядов и используя условие ортогональности полиномов Лежандра и граничные условия (21)–(23), можно использовать решения вида [17,18]:

$$V_r^{(e)} = \left(\frac{C}{y^3} + \frac{D}{y} + |\mathbf{V}| \right) \cos \theta, \quad (34)$$

$$V_{\theta}^{(e)} = \left(\frac{C}{2y^3} - \frac{D}{2y} - |\mathbf{V}| \right) \sin \theta, \quad (35)$$

$$p^{(e)} = p_o^{(e)} + \eta_e \frac{D}{y^2 R} \cos \theta, \quad (36)$$

$$T_e = T_{oe} + \frac{A}{y^2} \cos \theta, \quad (37)$$

$$C_{1e} = C_{o1e} + \frac{\mu_1}{y^2} \cos \theta, \quad (38)$$

$$C_{2e} = C_{o2e} + \frac{\mu_2}{y^2} \cos \theta, \quad (39)$$

$$V_r^{(i)} = (Q + Gy^2) \cos \theta, \quad (40)$$

$$V_{\theta}^{(i)} = -(Q + 2Gy^2) \sin \theta, \quad (41)$$

$$p^{(i)} = p_o^{(i)} + 10\eta_i \frac{Gy}{R} \cos \theta, \quad (42)$$

$$T_i = T_{oi} + \left(By + \frac{1}{3} y f_1 - \frac{1}{4} y^2 f_1 \right) \cos \theta, \quad (43)$$

$$C_{1i} = C_{oi} + \mu_3 y \cos \theta, \quad (44)$$

где $y = r/R$ и

$$f_1 = \frac{3}{\chi_i \pi R^2} \int_v q_i(\Theta) z dv. \quad (45)$$

Дальнейшее решение задачи сводится к подстановке решений (34)–(45) в граничные условия (24)–(32) и нахождению констант $A, B, C, D, G, Q, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ и $|\mathbf{V}|$.

Аналитическое выражение для скорости фотофореза имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{ph} = & -\frac{\eta_i}{3\eta_i + 2\eta_e} \frac{1}{2\chi_e + \chi_i + 2M} \frac{3}{2\pi R^3} \\ & \times \int_v q_i(\Theta) z dv \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{oe}} + K_{DSL}^{(e)} D_{13}^{(e)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} + K_{DSL}^{(e)} D_{23}^{(e)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} \right. \\ & + \frac{R}{3\eta_{oi}} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} + 2D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{oe} n_{o3e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \\ & \left. + 2D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_2}{\rho_{oe} n_{o3e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} \right] \mathbf{n}_z, \quad (46) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M = & D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{oe}} \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \left(L_1 m_3 + L_1 m_1 \frac{n_{o1e}}{n_{o3e}} + L_2 m_2 \frac{n_{o2e}}{n_{o3e}} \right) \\ & + D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_2}{\rho_{oe}} \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} \left(L_2 m_3 + L_1 m_1 \frac{n_{o1e}}{n_{o3e}} + L_2 m_2 \frac{n_{o2e}}{n_{o3e}} \right), \quad (47) \\ A^* = & \frac{n_{o3e} m_3 + n_{o1e} m_1 + n_{o2e} m_2}{n_{o1i} m_1 + n_{o2i} m_2}. \end{aligned}$$

Анализ полученных результатов

Получена формула (46), позволяющая при известном распределении по объему тепловых источников определить скорость фотофореза летучей капли при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности. Из формулы (46) видно, что величина и направление скорости фотофоретического движения определяются величиной и направлением выражения вида

$$\mathbf{n}_z \int_v q_i(\Theta) z dv,$$

где $\int_v q_i(\Theta) z dv$ показывает зависимость распределения тепловых источников внутри капли, \mathbf{n}_z — единичный вектор, направленный вдоль полярной оси oz (см. рисунок). В тех случаях, когда $\int_v q_i(\Theta) z dv < 0$ (большая часть тепловой энергии выделяется в той части,

которая обращена к потоку излучения), частица перемещается в направлении падающего излучения. Если $\int_v q_i(\Theta) z dv > 0$ (большая часть тепловой энергии выделяется в теневой части), частица будет перемещаться навстречу направлению распространения излучения.

Определим скорость и направление перемещения капли, когда капля поглощает излучение как черное тело. Поглощение излучения, интенсивность которого I , будет происходить в тонком слое с толщиной $\delta \ll R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя δ [18]:

$$q_i(\Theta) = \begin{cases} -\frac{I}{\delta} \cos \Theta, & \frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \pi, \quad R - \delta \leq r \leq R, \\ 0, & 0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (48)$$

тогда

$$\int_v q_i(\Theta) z dv = -\frac{2}{3} \pi R^3 I. \quad (49)$$

Подставив (49) в формулу для скорости (46), получим

$$\mathbf{U}_{ph} = \alpha \mathbf{I}, \quad (50)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{\eta_i}{3\eta_i + 2\eta_e} \frac{1}{2\chi_e + \chi_i + 2M} \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{oe}} + K_{DSL}^{(e)} D_{13}^{(e)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \right. \\ & + K_{DSL}^{(e)} D_{23}^{(e)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{R}{3\eta_{oi}} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} \\ & + 2D_{13}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{oe} n_{o3e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \\ & \left. + 2D_{23}^{(e)} \frac{n_{oe}^2 m_2}{\rho_{oe} n_{o3e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} \right]. \quad (51) \end{aligned}$$

Из формулы (50) видно, что капля будет перемещаться в направлении распространения электромагнитного излучения, и с увеличением интенсивности электромагнитного излучения скорость возрастает линейно.

Проведем численный расчет скорости фотофореза для капель жидких металлов, взвешенных в азоте при давлении $p_e = 1$ Ра и состоящих из смеси жидких металлов в первом случае алюминия с серебром (Al + Ag), а во втором случае — сурьмы с висмутом (Sb + Bi). Капли облучаются источником излучения (лазером) интенсивностью $I = 10^8 \text{ Wm}^{-2}$. Пусть концентрация первой и второй компонент в капле одинакова $C_{1i} = C_{2i} = 0.5$, а концентрация паров обоих металлов, как в первом и втором случаях, являются малыми добавками $C_{1e} = C_{2e} = 0.01$ по отношению к несущему газу — азоту ($C_{3e} = 0.98$, $m_3 = 4.7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$). Физические величины, входящие в формулу для скорости фотофореза, приведены в табл. 1.

Плотность вне капли ρ_e , массы молекул металлов m_1 и m_2 азота m_3 и соответственно их концентрации

Таблица 1. Значения физических величин, входящих в формулу для фотофоретической скорости для капель алюминий–серебро Al + Ag и сурьма–висмут Sb + Bi

| Величина | Al + Ag + N ₂ | Sb + Bi + N ₂ |
|--|--------------------------|--------------------------|
| T_{oe} , К | 1273 | 973 |
| ρ_e , $10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ | 273.3 | 372 |
| χ_e , $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ | 0.7215 | 0.640 |
| η_e , $10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ | 3.18 | 3.13 |
| m_1 , 10^{-26} kg | 4.5 | 20.29 |
| m_2 , 10^{-26} kg | 17.9 | 34.83 |
| n_{oe} , 10^{23} m^{-3} | 56.9 | 72.2 |
| $D_{13}^{(e)}$, $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}$ | 6.09 | 3.2 |
| $D_{23}^{(e)}$, $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}$ | 4.79 | 1.99 |
| $K_{\text{DSL}}^{1(e)}$ | -0.241 | -2.746 |
| $K_{\text{DSL}}^{3(e)}$ | -2.473 | -5.418 |
| L_1 , $10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ | 10 885 | 1372 |
| L_2 , $10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ | 10 000 | 857 |
| $\frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i}$, K^{-1} | $2.43 \cdot 10^{-10}$ | $10.13 \cdot 10^{-7}$ |
| $\frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i}$, K^{-1} | $0.137 \cdot 10^{-10}$ | $0.055 \cdot 10^{-7}$ |
| $\frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i}$, $10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ | -0.12 | -0.0867 |
| ρ_i , $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ | 5.97 | 8.03 |
| χ_i , $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ | 245 | 18.05 |
| η_i , $10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ | 2.36 | 1.09 |

n_{o1e} , n_{o2e} , n_{o3e} рассчитаны по известным соотношениям из курса общей физики. Коэффициенты диффузии $D_{13}^{(e)}$ и $D_{23}^{(e)}$ рассчитаны по формулам (2.44) стр. 427 [25], коэффициент теплового скольжения $K_{\text{TSL}}^{(e)}$ — по (1.7) стр. 12 [17], коэффициент диффузионного скольжения $K_{\text{DSL}}^{2(e)}$ и $K_{\text{DSL}}^{1(e)}$ — по (1.16)–(1.18) стр. 16 [17]. Коэффициент вязкости η_e теплопроводности χ_e взят из [26], удельная теплота фазового перехода первой и второй компоненты L_1 и L_2 — [27], $\partial \Phi_1 / \partial T_i$ и $\partial \Phi_2 / \partial T_i$ с использованием данных из [27] рассчитывались по формулам (33) [21]. Инженерным методом с использованием данных из [27] рассчитывались внутри капли коэффициенты вязкости η_i , теплопроводности χ_i , изменение межфазного поверхностного натяжения вдоль поверхности капли в зависимости от температуры $\partial \sigma_0 / \partial T_i$.

Численный анализ показывает, что для данных капель жидких металлов в формуле для скорости фотофореза слагаемые, пропорциональные диффузионному скольжению первой и второй компоненты вдоль поверхности капли, и слагаемые, показывающие неоднородность испарения первой и второй компоненты с поверхности капли (так называемый реактивный эффект), дают в 10^8 раз меньший вклад в скорость, чем от членов, пропорциональных коэффициенту теплового скольжения внешней трехкомпонентной газовой смеси вдоль поверхности капли, и члена, пропорционального переменному

по температуре межфазного поверхностного натяжения на границе капли–внешняя среда.

В табл. 2 рассчитаны коэффициент α и скорость фотофореза $|U_{ph}|$ при разных значениях радиуса капли R и интенсивность падающего электромагнитного излучения $I = 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Знак „минус“ показывает, что капля будет перемещаться в сторону, противоположную распространению излучения. Это объясняется тем, что эффект, связанный с переменным по температуре межфазным поверхностным натяжением на границе капли–внешняя среда, превалирует над эффектом от теплового скольжения внешней смеси вдоль поверхности капли. И наоборот, знак „плюс“ показывает, что частица перемещается по направлению распространения электромагнитного излучения.

Из табл. 2 видно, что для капель Al + Ag при радиусе частицы в интервале от $R = 5$ до $10 \mu\text{m}$ происходит изменение направления перемещения капли и существует в данном интервале радиус капли, при котором скорость ее равна нулю. Аналогично, для капель Sb + Bi такой интервал от $R = 1$ до $5 \mu\text{m}$.

Численно оценим, существенна ли в данном случае сила давления электромагнитного поля на поверхность капли. Фотофоретическая сила F_{ph} по модулю в данном случае равна (см. постановку задачи):

$$F_{ph} = 6\pi\eta_e R |U_{ph}|. \quad (52)$$

Используя (50), получаем

$$F_{ph} = 6\pi\eta_e R \alpha I. \quad (53)$$

Сила светового давления F_d всегда направлена от источника излучения и описывается следующей формулой [28]:

$$F_d = \frac{\pi R^2 K_d}{c} I, \quad (54)$$

где K_d — фактор эффективности светового давления, c — скорость света $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Поделив (53) на (54) и приняв $K_d = 0.5$ [28], получим

$$\frac{F_{ph}}{F_d} = 12 c \eta_e \frac{\alpha}{R}. \quad (55)$$

Как нетрудно показать, используя отношение (55) и данные табл. 1 и 2, что для капель сплавов Al + Ag и Sb + Bi фотофоретическая сила в десятки раз превышает силу давления света.

Таблица 2. Значение коэффициента α и фотофоретической скорости $|U_{ph}|$ при различных значениях радиуса аэрозольной частицы

| R , μm | α , $10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ Al + Ag | $ U_{ph} $, $10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | α , $10^{-10} \text{ m}^3 \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ Sb + Bi | $ U_{ph} $, $10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
|---------------------|--|--|--|--|
| 1 | 16.2 | 16.2 | 13.8 | 13.8 |
| 5 | 7 | 7 | -5.8 | 5.8 |
| 10 | -4.5 | 4.5 | -30.3 | 30.3 |

Список литературы

- [1] *Ehrenhaft F.* // Physik. Zeitschr. 1917. Bd 17. S. 352–358.
- [2] *Кутуков В.Б., Яламов Ю.И.* Поперечное фотофоретическое движение частиц в лазерном луче // Нелинейные эффекты при распространении лазерного излучения в атмосфере. Тез. док. III Всесоюз. симп. по распространению лазерного излучения в атмосфере. Томск, 1975. С. 95.
- [3] *Preining O.* Photophoresis. In: *Aerosol Science* / Ed. C.N. Davies. New York: Acad. Press. 1966. P. 111–135.
- [4] *Марков М.Г.* Теоретическое исследование влияния термодиффузиофореза и фотофореза на эволюцию атмосферного аэрозоля. Дис. канд. физ.-мат. наук. Обнинск, 1985. 179 с.
- [5] *Higy G.M., Brock J.R.* // J. Geophys. Res. 1976. Vol. 72. N 2. P. 455–460.
- [6] *Lin S.P.* // J. Colloid Interface Sci. 1975. Vol. 51. N 1. P. 66–71.
- [7] *Keng E.J., Orr C.G.* // Nature. 1963. Vol. 200. P. 352–358.
- [8] *Tong N.T.* // J. Colloid Interface Sci. 1975. Vol. 51. N 1. P. 143–151.
- [9] *Chang L.O., Huan J.K.* // J. Colloid Interface Sci. 2005. Vol. 282. N 1. P. 69–79.
- [10] *Beresnev S., Chernyak V., Fomyagin G.* // Phys. Fluids A. 1993. Vol. 8. P. 2043–2052.
- [11] *Rohatschek H.* // J. Aerosol Sci. 1996. Vol. 27. N 3. P. 467–475.
- [12] *Bin Zhao, Katoshevski D., Bar-Ziv E.* // Meas. Sci. Technol. 1999. Vol. 10. P. 1222–1232.
- [13] *Кутуков В.Б., Шукин Е.Р., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 3. С. 626–627.
- [14] *Ханпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 632 с.
- [15] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.Д.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
- [16] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. М.: ОГИЗ, 1984. 612 с.
- [17] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 208 с.
- [18] *Шукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л.* Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ, 1992. 297 с.
- [19] *Ламб Г.* Гидродинамика. М.–Л.: Техиздат, 1947. 928 с.
- [20] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Техиздат, 1953. 788 с.
- [21] *Федосеев В.А., Еришов В.А.* // Физика аэродисперсных систем. Киев–Одесса, 1975. Вып. 12. С. 3–12.
- [22] *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
- [23] *Никифоров А.Ф., Уваров В.В.* Основы теории специальных функций. М.: Наука, 1974. 304 с.
- [24] *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.
- [25] *Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М., 1961. 929 с.
- [26] *Физические величины.* Справочник / А.П. Бабичев и др. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
- [27] *Свойства элементов.* Справочник / Под ред. М.Е. Дрица. М.: Изд. дом „Руда и Металлы“, 2003. Т. 1. 448 с.
- [28] *Van de Hulst G.* Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. С. 56.