

## Сканируемые пучки высокоэнергетичных заряженных частиц и особенности их коллимирования

© К.И. Зорько,<sup>1</sup> М.Ф. Кудояров,<sup>1</sup> А.В. Матюков,<sup>1</sup> С.А. Мухин,<sup>1</sup> М.Я. Патрова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Закрытое акционерное общество „Научно-производственная фирма ТРЕМ“,  
194223 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: mkud@cycla.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 9 марта 2006 г.)

Произведен анализ координатных распределений плотности потока ускоренных заряженных частиц, при формировании которых одновременно используются как синусоидальное сканирование, так и коллимирование. Показано, что при определенных режимах формирования краевые участки этих распределений приобретают специфический двугорбый вид. Приведены результаты эксперимента, хорошо согласующиеся с расчетом, и даны рекомендации по практическому использованию сформированных пучков с учетом выявленных эффектов.

PACS: 41.75.Ak, 41.85.Ct

### Введение

Угловое сканирование ионных пучков высоких энергий является наиболее распространенным способом формирования облучающих потоков, используемых для самых различных целей. Сканирование позволяет надежно стабилизировать распределение средней интенсивности по сечению потока, что в некоторых случаях, например, при производстве трековых мембран — становится совершенно необходимым [1,2]. Наиболее часто используются линейные сканерыватели, обеспечивающие максимальную плотностную однородность облучающего потока [3,4]. Однако линейное сканирование невозможно сохранить при повышении его частоты. Применение синусоидальных сканерывателей снимает эту проблему. Электростатическое синусоидальное сканирование с легкостью реализуется на частотах вплоть до  $10^7$  Hz, но приводит к специфическому распределению плотности потока по его сечению [1,2,5]. На практике это распределение можно попытаться корректировать при помощи коллиматоров, но было замечено, что результат такого вмешательства далеко не всегда имеет тривиальное объяснение.

Настоящая работа посвящена детальному исследованию особенностей, возникающих при коллимировании потоков, формируемых с помощью синусоидального сканирования. В качестве основного аппарата исследования в работе используется метод анализа фазовой эволюции потоков, реализуемый матричной алгеброй, действующей на двумерном векторном фазовом пространстве [6,7]. По мнению авторов, этот метод является оптимальным для данного рассмотрения. Он кратко описан в п. 1. С использованием этого метода в п. 2 получено выражение для эффективной фазовой плотности тока при синусоидальном сканировании, а в п.п. 3,4 получены координатные и угловые распре-

деления плотности тока для свободно сканируемого и коллимируемого пучков соответственно. В заключении работы приводится описание эксперимента и сравнение его результатов с расчетом.

### 1. Матричные преобразования в двумерном фазовом пространстве

Предположим, что исследуемый поток частиц, направленный вдоль оси  $Z$ , имеет угловую расходимость  $\alpha$ , для которой справедливо неравенство

$$\alpha \ll 1. \quad (1)$$

Выберем на плоскости сечения потока, которая характеризуется координатой  $z$  (далее будем говорить просто „в сечении  $Z$ “), некоторую координатную ось  $X$  и каждой проходящей через это сечение траектории поставим в соответствие двумерный вектор  $\mathbf{X} = [x, \varphi]$ , где  $x$  — координата траектории в сечении  $Z$ , а  $\varphi$  — угол между проекцией этой траектории на плоскость  $XZ$  и осью  $Z$  в этом же сечении, причем  $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$ . Все множество заданных таким образом векторов  $\mathbf{X}$  мы можем наделить структурой линейного векторного пространства, которое назовем фазовой плоскостью  $P$ . Тогда, согласно общей теории, впервые полностью изложенной в применении в задачах магнитной оптики К. Штеффеном [6], любому изменению кинематических параметров частицы будет соответствовать линейное преобразование векторов  $\mathbf{X}_1 \rightarrow \mathbf{X}_2$  в  $P$ , задаваемое выражением  $\mathbf{X}_2 = M\mathbf{X}_1$ , где  $M$  — двумерная вещественная матрица, которая представляет собой последовательное произведение некоторых элементарных матриц [6,7]. Мы рассмотрим два основных типа таких элементарных матриц:

Трансмиссионные матрицы  $M^T(\Delta)$ . Это матрицы, соответствующие свободному движению частицы. Они изменяют координату  $x$  при сохранении угла  $\varphi$  и имеют вид

$$M^T(\Delta) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\Delta = Z_2 - Z_1$ . Если в сечении  $Z_1$  траектория характеризовалась вектором  $\mathbf{X}_1$ , то в сечении  $Z_2$  ей будет соответствовать вектор  $\mathbf{X}_2 = M^T(\Delta)\mathbf{X}_1$ .

Поворотные матрицы  $M^S(F)$ . Эти матрицы моделируют действие квадрупольных линз. Они изменяют угол  $\varphi$  при сохранении  $x$  и имеют вид

$$M^S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $F$  — фокусное расстояние линзы.

Любой магнитооптический тракт может содержать несколько квадрупольных линз на различных расстояниях друг от друга. При этом матрица  $M$  фазового преобразования для тракта в целом получается путем перемножения матриц, соответствующих его элементам, включая свободные промежутки. В алгебраической записи это перемножение производится слева направо в той последовательности, в какой пучок эти элементы проходит. Последовательность умножения важна, поскольку указанные матрицы  $M$  вместе со всеми своими произведениями в общем случае образуют некоммутативную группу. Однако эта группа содержит две коммутативные однопараметрические подгруппы, задаваемые матрицами  $M^T(\Delta)$  и  $M^S(F)$  в отдельности. И это не случайно. Коммутативность однопараметрической подгруппы матриц  $M^T(\Delta)$  связана с однородностью реального физического пространства, а подгруппы матриц  $M^S(F)$  — с его изотропностью. Используя (2) и (3), легко показать, что  $\det(M) = 1$ .

Пусть все допустимые траектории частиц некоторого потока в сечении  $Z_0$  соответствуют точкам фазовой плоскости, лежащим внутри замкнутого контура  $S_0$ . Подействуем на все точки этого контура матрицей фазового преобразования  $M$ . При этом, если  $M \neq 1$ , то контур  $S_0$  перейдет в новый контур  $S_1$ . Если на области  $S_0$  первоначально была задана фазовая плотность тока  $J_0(x, \varphi)$ , то в результате преобразования в области  $S_1$  она примет вид  $J_1(x, \varphi)$ . Поскольку якобиан преобразования  $I_M = \det(M) = 1$ , то для интегрального значения тока  $I$  справедливо утверждение

$$I = \iint_{(S_0)} J_0(x, \varphi) ds = \iint_{(S_1)} J_1(x, \varphi) ds. \quad (4)$$

Равенство (4) выражает собой закон сохранения полного тока при фазовых преобразованиях. Положим  $J_0(x, \varphi) = 1$ . Понятно, что отсюда следует  $J_1(x, \varphi) = 1$ , и выражение (4) принимает вид

$$I = \iint_{(S_0)} ds = \iint_{(S_1)} ds = E. \quad (5)$$

Фактически утверждение (5) является следствием теоремы Лиувилля о сохранении фазового объема [7] и в нашем случае означает, что площадь, ограниченная контуром  $S_0$ , равна площади внутри контура  $S_1$ . Величина этой площади  $E$  называется эмиттансом пучка и является его важной характеристикой, сохраняющейся при движении потока вдоль ионопровода.

## 2. Сканирование. Эффективный эмиттанс и эффективная фазовая плотность

Пусть исходный параллельный пучок с нулевым эмиттансом имеет в сечении  $Z_0$  ширину  $2a$ . Для простоты предположим, что в этом сечении располагаются сразу два устройства: сканирователь, обеспечивающий сканирование с малой угловой амплитудой  $\alpha$ , и фокусирующая линза с фокусным расстоянием  $F$ . Если  $F \gg a$ , то угол  $\beta$  тоже мал (рис. 1). Наличие сканирователя приводит к тому, что справа от  $Z_0$  в диапазоне углов  $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$  мы получим угловое распределение плотности тока. Это угловое распределение формируется за конечный отрезок времени, кратный периоду сканирования. Однако этим обстоятельством можно пренебречь, если интересоваться только большими временными интервалами. Тогда сформированное угловое распределение можно рассматривать как стационарное и считать, что в сечении  $Z_0$  пучок приобрел конечный эмиттанс  $E_{\text{eff}} = 4a\alpha$ . Мы будем называть его эффективным эмиттансом, имея в виду особый характер его происхождения.

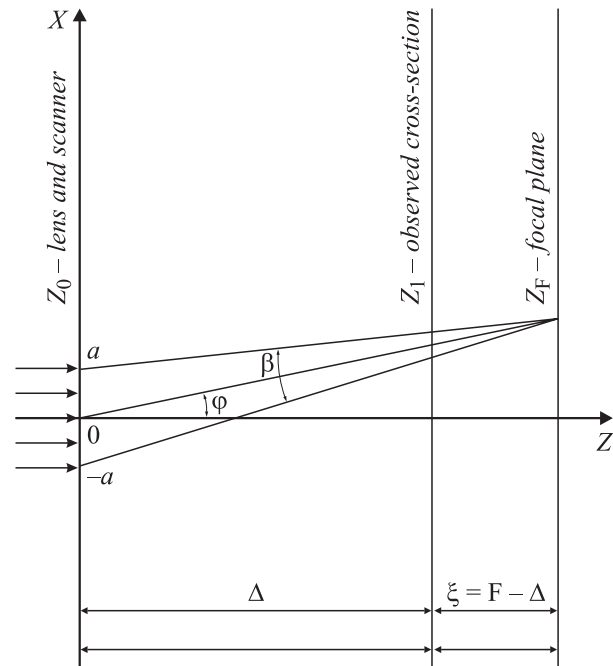
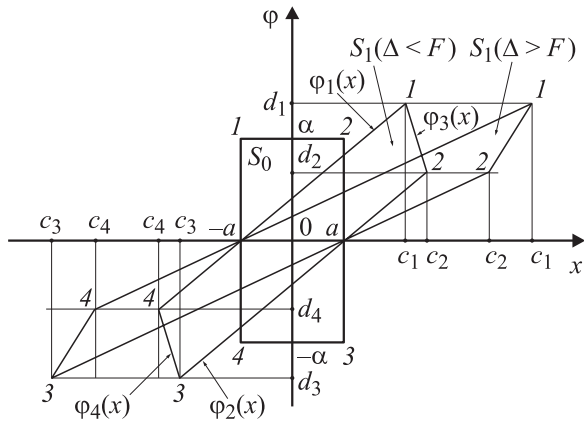


Рис. 1. Угловое сканирование в плоскости  $XZ$  при ширине исходного пучка  $2a$ .



**Рис. 2.** Преобразование исходной фазовой области  $S_0$  в область  $S_1$  для  $\Delta < F$  и  $\Delta > F$  при свободном сканировании.

На рис. 2 изображена доступная область фазового пространства  $S_0$  в сечении  $Z_0$ , сформированная с использованием сканирования. Площадь этой области равна  $E_{\text{eff}}$ . Если  $\Delta = Z_1 - Z_0 \gg a$ , то угол  $\beta$ , как и  $\alpha$ , можно считать малым и использовать преобразования (2) и (3) для определения формы контура  $S_1$  в сечении  $Z_1$ . Поскольку при линейных преобразованиях линии преобразуются в прямые, то для определения  $S_1$  достаточно определить новое положение вершин четырехугольника  $S_0$ . В соответствии с алгоритмом, описанном в п. 1, для преобразования  $i$ -ой вершины будем иметь  $X_1^{(i)} = M^T(\Delta) \cdot M^S(F)X_0^{(i)}$ . Производя это преобразование с учетом (2) и (3) для каждой вершины, получаем новые значения их координат:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = c_1 = \alpha\Delta - \frac{a(F-\Delta)}{F} \\ \varphi_1^{(1)} = d_1 = \alpha + \frac{a}{F} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{(2)} = c_2 = \alpha\Delta + \frac{a(F-\Delta)}{F} \\ \varphi_1^{(2)} = d_2 = \alpha - \frac{a}{F} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = c_3 = -\alpha\Delta + \frac{a(F-\Delta)}{F} \\ \varphi_1^{(3)} = d_3 = -\alpha - \frac{a}{F} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{(4)} = c_4 = -\alpha\Delta - \frac{a(F-\Delta)}{F} \\ \varphi_1^{(4)} = d_4 = -\alpha + \frac{a}{F} \end{cases} \quad (6)$$

Определяемая своими вершинами (6) область  $S_1$  представлена на рис. 2. Если используется синусоидальное сканирование, то усредненная по времени фазовая плотность тока не постоянна внутри доступной для пучка фазовой области  $S$ . Эту фазовую плотность тока назовем эффективной плотностью тока и обозначим  $J_{\text{eff}}(x, \varphi)$ . Для больших временных интервалов  $J_{\text{eff}}(x, \varphi)$  можно считать стационарной функцией.

Определим  $J_{0\text{eff}}(x, \varphi)$  внутри контура  $S_0$ , соответствующего сечению  $Z_0$ . При сканировании по углу  $\varphi$  угловая доза облучения  $G$  для фиксированного углового интервала пропорциональна времени, в течение которого этот интервал находится под пучком. Например, при синусоидальном сканировании  $G = A_1 \cdot \{\arcsin(\varphi_2/\alpha) - \arcsin(\varphi_1/\alpha)\}$ , где  $A$  — нормировочный коэффициент, а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — границы интервала

облучения [5]. С другой стороны, при независимости  $J_{0\text{eff}}$  от  $x$  в сечении  $Z_0$ , имеем

$$G = \int_{-a}^a \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} J_{0\text{eff}}(x, \varphi) d\varphi dx = A_2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} J_{0\text{eff}}(\varphi) d\varphi.$$

Приравнивая правые части двух последних равенств, приходим к простейшему интегральному уравнению, решая которое, получаем

$$J_{0\text{eff}}(x, \varphi) = A \frac{d}{d\varphi} \arcsin\left(\frac{\varphi}{\alpha}\right) = \frac{A}{\sqrt{(\alpha^2 - \varphi^2)}}.$$

Коэффициент  $A$  удобно положить равным  $\alpha$ . При этом центр распределения нормируется на единицу. Тогда окончательно для фазовой плотности тока в сечении  $Z_0$  имеем

$$J_{0\text{eff}}(x, \varphi) = \frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - \varphi^2)}}. \quad (7)$$

Теперь определим фазовую плотность тока  $J_{1\text{eff}}(x, \varphi)$  в сечении  $Z_1$ . Поскольку область  $S_1$  формируется из  $S_0$  преобразованием  $M = M^T(\Delta)M^S(F)$ , то для нахождения  $J_{1\text{eff}}(x, \varphi)$  достаточно с помощью обратного преобразования  $M^{-1}$  выразить старые фазовые координаты через новые и подставить полученные выражения в (7). Так как якобиан линейного преобразования равен детерминанту преобразующей матрицы  $M$ , а в нашем случае  $\det(M) = 1$ , то такая подстановка гарантирует как сохранение эффективного эмиттанта  $E_{\text{eff}}$ , так и полного тока (5). Итак, имеем

$$M = M^T(\Delta)M^S(F) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - \Delta/F) & \Delta \\ -1/F & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Для обратной матрицы получаем

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \\ 1/F & (F - \Delta)/F \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Выражаем координаты старого вектора фазового состояния через координаты нового

$$\mathbf{X}_0 = M^{-1}\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \\ 1/F & (F - \Delta)/F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x - \Delta\varphi) \\ \frac{x + (F - \Delta)\varphi}{F} \end{bmatrix},$$

или

$$x_0 = x_1 - \Delta\varphi, \quad \text{и} \quad \varphi_0 = \frac{x_1 + (F - \Delta)\varphi_1}{F}. \quad (10)$$

Подставляя  $\varphi_0$  из (10) в (7) вместо  $\varphi$  и сохраняя прежние обозначения переменных, получаем

$$J_{1\text{eff}}(x, \varphi) = \frac{\alpha F}{\sqrt{(\alpha^2 F^2 - (x + F\varphi - \Delta\varphi)^2)}}. \quad (11)$$

Полученное выражение является искомой зависимостью эффективной фазовой плотности тока в сечении  $Z_1$  от координат фазовой плоскости. С его помощью можно получить ряд практически важных и удобных для сравнения с экспериментом распределений.

### 3. Пространственные и угловые распределения при свободном сканировании

Под свободным сканированием будем понимать такое сканирование, когда между сканированием и объектом облучения отсутствуют промежуточные элементы, включая коллиматоры. При этом, поскольку якобиан преобразований  $M$  и  $M'$  равен единице, пространственное распределение плотности потока вдоль координаты  $x$  для заданных значений  $a$ ,  $\alpha$ ,  $F$  и  $\Delta$  определяется простым интегрированием функции (11) по  $\varphi$  в пределах контура  $S_1$ . Для определения пределов интегрирования запишем уравнения прямых, задающих стороны четырехугольника  $S_1$  на рис. 2. Учитывая выражения (6) для координат его вершин, получим следующий вид этих уравнений:

$$\begin{aligned} \text{прямая 1, 4} \quad \varphi_1(x) &= \frac{x+a}{\Delta}; \\ \text{прямая 2, 3} \quad \varphi_2(x) &= \frac{x-a}{\Delta}; \\ \text{прямая 1, 2} \quad \varphi_3(x) &= \frac{F\alpha-x}{F-\Delta}; \\ \text{прямая 3, 4} \quad \varphi_4(x) &= \frac{-F\alpha-x}{F-\Delta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Предположим, что  $F > \Delta$ , т.е. фокус линзы находится за объектом облучения. Тогда, исходя из рис. 2 и выражений (6), (11) и (12), для координатного распределения плотности тока  $I_1(x)$  в сечении  $Z_1$  получим

$$I_1(x) = \begin{cases} \int_{\varphi_2(x)}^{\varphi_3(x)} J_{1\text{эфф}}(x, \varphi) d\varphi = \frac{\pi\alpha F}{2(F-\Delta)} - \frac{\alpha F}{F-\Delta} \arcsin \left[ \frac{Fx-a(F-\Delta)}{\alpha\Delta F} \right] & (13a) \\ \int_{\varphi_2(x)}^{\varphi_1(x)} J_{1\text{эфф}}(x, \varphi) d\varphi = \frac{\alpha F}{F-\Delta} \left[ \arcsin \left[ \frac{Fx+a(F-\Delta)}{\alpha\Delta F} \right] - \arcsin \left[ \frac{Fx-a(F-\Delta)}{\alpha\Delta F} \right] \right], & (13b) \end{cases}$$

причем (13a) справедливо при  $c_1 \leq x \leq c_2$ , а (13b) при  $0 \leq x \leq c_1$ . Из симметрии сканирования относительно оси  $Z$  легко заключить, что  $I_1(x) = I_1(-x)$ .

Из рис. 2 видно, что если  $F < \Delta$ , то в (13a) пределы интегрирования необходимо заменить по следующей схеме:  $\varphi_2(x) \rightarrow \varphi_3(x)$  и  $\varphi_3(x) \rightarrow \varphi_1(x)$ , а в (13b) оставить без изменений. При этом выражения в правых частях равенств не изменятся, изменятся интервалы значений  $x$ , на которых эти выражения справедливы: для (13a)  $c_2 \leq x \leq c_1$ , а для (13b)  $0 \leq x \leq c_2$ .

С точностью до значений входящих параметров результат, выраженный формулами (13a) и (13b), совпадает с результатом работы [5]. Однако более общий

подход позволяет связать этот результат с основными характеристиками тракта и пучка.

Если облучаемый объект находится в фокальной плоскости, то, подставляя  $F = \Delta$  в (11) и в выражения для  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$ , получаем

$$I_{1F}(x) = \begin{cases} \int_{\frac{x-a}{\Delta}}^{\frac{x+a}{\Delta}} \frac{\alpha F}{\sqrt{(\alpha^2 F^2 - x^2)}} d\varphi = \frac{2\alpha\alpha F}{\Delta\sqrt{(\alpha^2 F^2 - x^2)}} & |x| < \alpha\Delta, \\ 0 & |x| > \alpha\Delta. \end{cases} \quad (14)$$

Сравнивая (14) и (7), приходим к выводу, что угловое распределение в исходном сечении  $Z_0$  трансформируется сканированием в координатное распределение в фокальной плоскости.

Теперь проинтегрируем  $J_{1\text{эфф}}(x, \varphi)$  по  $x$ . При этом мы получим угловое распределение  $I_1(\varphi)$ , практически измеримое только при  $\Delta \gg F$ . Это означает, что оно должно совпадать с нормированным по ширине асимптотическим координатным распределением при  $\Delta \rightarrow \infty$ . Очевидно, что оно не должно зависеть от  $\Delta$ .

Для проведения интегрирования уравнения для сторон контура  $S_1$  необходимо задать в виде функции  $x(\varphi)$ . Обращая выражения (12), получаем

$$\begin{aligned} x_1(\varphi) &= \Delta\varphi - a; & x_2(\varphi) &= \Delta\varphi + a; \\ x_3(\varphi) &= F\alpha - (F - \Delta)\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

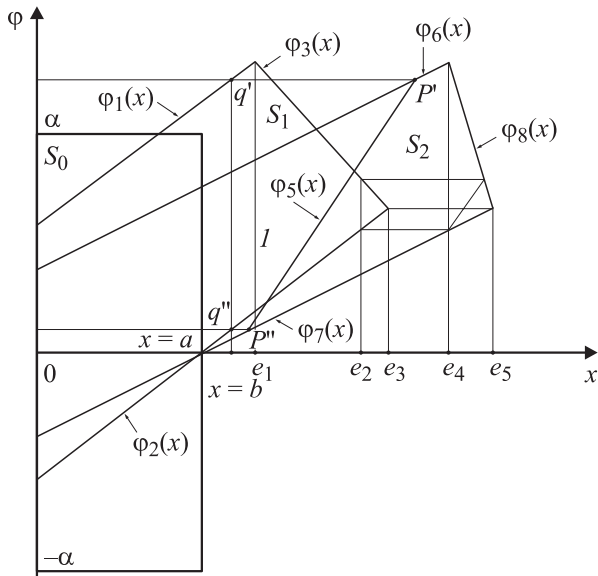
Рассчитываем угловое распределение

$$I_a(\varphi) = \begin{cases} \int_{x_1(\varphi)}^{x_3(\varphi)} J_{1\text{эфф}}(x, \varphi) dx = \frac{\pi\alpha F}{2} + \alpha F \arcsin \left( \frac{a-F\varphi}{\alpha F} \right) & d_2 \leq \varphi \leq d_1; \\ \int_{x_1(\varphi)}^{x_2(\varphi)} J_{1\text{эфф}}(x, \varphi) dx = \alpha F \left[ \arcsin \left( \frac{a+F\varphi}{\alpha F} \right) + \arcsin \left( \frac{a-F\varphi}{\alpha F} \right) \right] & 0 \leq \varphi \leq d_2. \end{cases} \quad (16)$$

Как и ожидалось, полученное распределение не зависит от  $\Delta$ . В общем случае при  $\Delta \rightarrow \infty$  имеем:  $F - \Delta \approx \Delta$  и  $x \approx \Delta\varphi$ . Подставляя эти приближения в (13a, б) и вводя нормировочный коэффициент  $\Delta$ , снова приходим к выражениям (16), что и доказывает асимптотическую природу последних.

### 4. Диафрагмирование потока, формируемого сканированием

Пусть в сечении  $Z_0$  выполняются прежние условия и сканирователь задает облучающему потоку эффективный эмиттанс  $E_{\text{эфф}} = 4\alpha a$ . На рис. 3 изображен фазовый контур  $S_0$ , ограничивающий доступную для потока область фазовой плоскости в  $Z_0$ . При переходе в сечение  $Z_1$ , отстоящее от  $Z_0$  на расстояние  $Z_1 - Z_0 = \Delta_1$ , контур  $S_0$  трансформируется матрицей  $M = M^T(\Delta_1) \cdot M^S(F)$



**Рис. 3.** Преобразование фазовых областей на фазовой полуплоскости  $x \geq 0$  при использовании коллимации ( $\xi = F - \Delta_1 - \Delta_2$ ).

в контур  $S_1$ . Предположим, в этом сечении расположен симметричный коллиматор с шириной щели, равной  $2b$ . Если коллиматор ограничивает поток, то это означает, что доступная для пучка фазовая область сузится и в ней останутся только точки с  $|x| < b$ . Отрезок  $q'q''$  на рис. 3 окажется при этом новой границей области. Если объект облучения расположен в сечении  $Z_2$  и  $Z_2 - Z_1 = \Delta_2$ , то доступная область  $S_2$  в этом сечении сформируется из ограниченной коллиматором области  $S_1$  путем воздействия на все ее точки матрицей  $M^T(\Delta_2)$ . При этом отрезок  $q'q''$  перейдет  $p'p''$ . Используя (12), запишем в векторной форме координаты точек  $q'$  и  $q''$

$$\mathbf{X}(q') = \left[ b, \frac{b+a}{\Delta_1} \right] \quad \mathbf{X}(q'') = \left[ b, \frac{b-a}{\Delta_1} \right] \quad (17)$$

и переведем их матрицей  $M^T(\Delta_2)$  в координаты  $p'$  и  $p''$ .

$$\mathbf{X}(p') = M^T(\Delta_2)\mathbf{X}(q') = \left[ b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b+a), \frac{b+a}{\Delta_1} \right],$$

$$\mathbf{X}(p'') = M^T(\Delta_2)\mathbf{X}(q'') = \left[ b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b-a), \frac{b-a}{\Delta_1} \right]. \quad (18)$$

Из (18) получаем уравнение прямой, задающей отрезок  $p'p''$

$$\varphi_5(x) = \frac{x-b}{\Delta_2}. \quad (19)$$

Поскольку  $M^T(\Delta_1) \cdot M^T(\Delta_2) = M^T(\Delta_1 + \Delta_2)$ , то выражение для фазовой плотности тока  $J_{2\text{eff}}(x, \varphi)$  в сечении  $Z_2$  получается простой подстановкой  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$  в выражение (11).

$$J_{2\text{eff}}(x, \varphi) = \frac{\alpha F}{\sqrt{(\alpha^2 F^2 - (x + (F - \Delta_1 - \Delta_2)\varphi)^2)}}. \quad (20)$$

При помощи этой же матрицы получаем уравнения прямых  $\varphi_6(x)$ ,  $\varphi_7(x)$  и  $\varphi_8(x)$ , задающих оставшиеся стороны области  $S_2$  на фазовой плоскости при  $x > 0$

$$\varphi_6(x) = \frac{x+a}{\Delta_1 + \Delta_2}; \quad \varphi_7(x) = \frac{x-a}{\Delta_1 + \Delta_2}; \quad \varphi_8(x) = \frac{F\alpha - x}{\xi}, \quad (21)$$

где  $\xi = f - \Delta_1 - \Delta_2$ . Тогда искомое координатное распределение плотности тока  $I_2(x)$  в сечении  $Z_2$  при наличии коллиматора в сечении  $Z_1$  определится выражением

$$I_2(x) = \int_{\Phi_1(x)}^{\Phi_2(x)} J_{2\text{eff}}(x, \varphi) d\varphi, \quad (22)$$

где интегрирование ведется внутри области  $S_2$ , задаваемой функциональными пределами  $\Phi_1(x)$  и  $\Phi_2(x)$ . Конкретный вид этих пределов и интервалы значений  $x$ , на которых эти конкретные пределы реализуются, существенно зависит от полуширины коллимационной щели  $b$ .

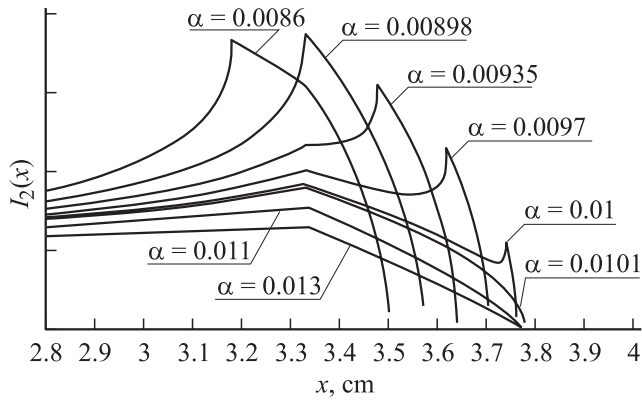
Рассмотрение начнем с наиболее распространенного на практике случая, когда  $\xi = F - \Delta_1 - \Delta_2 > 0$ . При этом фокальная плоскость располагается за облучаемым объектом. Для удобства записи результатов расчета введем функции

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \arcsin \left( \frac{Fx + a\xi}{\alpha F(\Delta_1 + \Delta_2)} \right); \\ F_2(x) &= \arcsin \left( \frac{Fx - a\xi}{\alpha F(\Delta_1 + \Delta_2)} \right); \\ F_3(x) &= \arcsin \left( \frac{b\xi - x(F - \Delta_1)}{\alpha F \Delta_2} \right); \\ A_0 &= \frac{\alpha F}{\xi}; \quad \eta_1(b) = b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b-a); \\ \eta_2(b) &= \frac{\alpha \Delta_2 F - b\xi}{F - \Delta_1}; \quad \eta_3(b) = b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b+a), \end{aligned} \quad (23a)$$

а также выпишем выражения, определяющие значения координат точек  $e_1 - e_6$ :

$$\begin{aligned} e_1 &= \alpha \Delta_1 - \frac{a(F - \Delta_1)}{F}; \\ e_2 &= \alpha \Delta_1 + \frac{a(\Delta_1^2 + \Delta_1 \Delta_2 - \Delta_1 F - \Delta_2 F)}{F(\Delta_1 + \Delta_2)}; \\ e_3 &= \alpha \Delta_1 + \frac{a(F - \Delta_1)}{F}; \\ e_4 &= \alpha(\Delta_1 + \Delta_2) - \frac{a\xi}{F}; \quad e_5 = \alpha(\Delta_1 + \Delta_2). \end{aligned} \quad (23b)$$

Тогда, в соответствии с характером поведения  $I_2(x)$ , весь диапазон возможных значений  $b$  можно условно разбить на три интервала, интервал слабой, промежуточной и глубокой коллимации.



**Рис. 4.** Перераспределение интенсивности между двумя максимумами в зависимости плотности тока  $I_2$  от координаты  $x$  при изменении амплитуды сканирования  $\alpha$  ( $a = 2$ ;  $b = 3.2$ ;  $\Delta_1 = 360$ ;  $\Delta_2 = 40$ ;  $F = 460$ ).

1. *Слабая коллимация* ( $e_2 \leq b \leq e_3$ ). При слабой коллимации конфигурация функциональных пределов такова, что  $I_2(x)$  имеет три характерных участка изменения по  $x$ . На рис. 4 слабой коллимации отвечает распределение с  $\alpha = 0.0086$ . На графике отчетливо видны три упомянутых участка, причем в точке  $x = \eta_1(b) = 3.33 \dots$  имеется характерный излом. Аналитическая запись распределения имеет вид

$$I_2(x) = \begin{cases} A_0(F_1(x) - F_2(x)) & \Phi_1(x) = \varphi_7(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_6(x); & 0 \leq x \leq e_4; \\ A_0\left(\frac{\pi}{2} - F_2(x)\right) & \Phi_1(x) = \varphi_7(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_8(x); & e_4 \leq x \leq \eta_1(b); \\ A_0\left(\frac{\pi}{2} + F_3(x)\right) & \Phi_1(x) = \varphi_5(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_8(x); & \eta_1(b) \leq x \leq \eta_2(b). \end{cases} \quad (24a)$$

2. *Промежуточная коллимация* ( $e_1 < b < e_2$ ). Режиму промежуточной коллимации соответствует наиболее интересная форма распределения, для которого также характерно наличие трех участков. Выбор расчетной конфигурации пределов производится исходя из положения отрезка  $p'p''$  на рис. 3 при условии, что линия коллимации  $q'q''$  в сечении  $Z_1$  имеет уравнение  $x = b$ . Результат расчета и его условия имеют вид

$$I_2(x) = \begin{cases} A_0(F_1(x) - F_2(x)) & \Phi_1(x) = \varphi_7(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_6(x); & 0 \leq x \leq \eta_1(b); \\ A_0(F_1(x) + F_3(x)) & \Phi_1(x) = \varphi_5(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_6(x); & \eta_1(b) < x \leq e_4; \\ A_0\left(\frac{\pi}{2} + F_3(x)\right) & \Phi_1(x) = \varphi_5(x); \\ \Phi_2(x) = \varphi_8(x); & e_4 < x \leq \eta_2(b). \end{cases} \quad (24б)$$

Условие промежуточной коллимации при  $\alpha = \text{const}$ ,  $b = \text{var}$  можно видоизменить так, чтобы  $b = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{var}$ . Тогда получим

$$\alpha_1 =$$

$$\frac{b}{\Delta_1} - \frac{a(\Delta_1^2 + \Delta_1\Delta_2 - \Delta_1F + \Delta_2F)}{F\Delta_1(\Delta_1 + \Delta_2)} < \alpha < \frac{b}{\Delta_1} + \frac{a(F - \Delta_1)}{F\Delta_1} = \alpha_2.$$

Для указанных на рис. 4 значений параметров получаем  $\alpha_1 = 0.008985 < \alpha < 0.010096 = \alpha_2$ . Из рис. 4 видно, что с ростом  $\alpha$  в указанном интервале значений излом сохраняет свое положение в точке  $\bar{x} = \eta_1(b) = 3.33 \dots$ , а максимум распределения перемещается правее излома. Причем, начиная с некоторого значения  $\alpha$ , производная  $\partial I_2/\partial x$  правее  $x = \bar{x}$  становится отрицательной, и в этой точке начинает формироваться второй максимум. При  $\alpha \rightarrow \alpha_2$  первый острый максимум стремится к нулю в то время как второй сохраняет свое положение и величину. Двугорбость краевого участка распределения в области промежуточной коллимации объясняется тем, что с ростом  $x$  на его формирование действуют два противоположных фактора — постепенное подавление интенсивности коллиматором, с одной стороны, и ее рост в связи с синусоидальным характером сканирования, с другой. Если  $b = \text{const}$ , то с увеличением  $\alpha$  первый фактор начинает преобладать, что хорошо отражено на рис. 4.

3. *Глубокая коллимация* ( $0 < b \leq e_1$ ). Если  $b = \text{const}$ , то глубокая коллимация задается условием  $\alpha > \alpha_2$ . Для этого режима характерно наличие только одного (коллимационного) максимума. Максимум, связанный со сканированием, подавляется и с дальнейшим ростом  $\alpha$  распределение  $I_2(x)$  стремится к распределению, которое соответствует коллимации линейно сканируемого пучка. Аналитическая запись результата расчета совместно с условиями интегрирования имеет следующий вид:

$$I_2(x) = \begin{cases} A_0(F_1(x) - F_2(x)) & \Phi_1(x) = \varphi_7(x), \\ \Phi_2(x) = \varphi_6(x), & 0 \leq x \leq \eta_1(b); \\ A_0(F_1(x) + F_3(x)) & \Phi_1(x) = \varphi_5(x), \\ \Phi_2(x) = \varphi_6(x), & \eta_1(b) < x \leq \eta_2(b). \end{cases} \quad (24в)$$

На рис. 4 глубокой коллимации соответствуют распределения с  $\alpha = 0.011$  и  $\alpha = 0.013$ .

Теперь предположим, что облучаемый объект расположен в фокальной плоскости ( $\xi = 0$ ). Это означает, что  $F = \Delta_1 + \Delta_2$ , а отсюда сразу следует, что  $e_2 = e_3$  и  $e_4 = e_5$ , т.е. область слабого коллимирования отсутствует. Подставляя  $F = \Delta_1 + \Delta_2$  в (20) и производя интегрирование для условий промежуточной и глубокой коллимации, для фокального распределения получим



следующий результат:

$$I_2(x) = \begin{cases} \frac{\alpha\Delta_1(b-x) + \alpha\Delta_2(a+b)}{\sqrt{(\alpha^2(\Delta_1 + \Delta_2) - x^2)}} & \begin{cases} b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b-a) \leq x \leq \alpha(\Delta_1 + \Delta_2) & \text{при условии А} \\ b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b-a) \leq x \leq \alpha = b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\Delta_1 + \Delta_2) & \text{при условии В} \end{cases} \\ \frac{2a\alpha}{\sqrt{(\alpha^2(\Delta_1 + \Delta_2)) - x^2}} & 0 \leq x < b + \frac{\Delta_2}{\Delta_1}(b-a), \end{cases} \quad (25)$$

где

Условие А (промежуточная коллимация) :  $\alpha\Delta_1 - \frac{a\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2} \leq b \leq \alpha\Delta_1 + \frac{a\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2}$ ;

Условие В (глубокая коллимация) :  $0 < b < \frac{a\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2}$ .

Из (25) видно, что для фокального распределения в режиме промежуточной коллимации  $I_2(x) \rightarrow \infty$  при  $x \rightarrow \alpha(\Delta_1 + \Delta_2)$ . Эта особенность обусловлена принятым нами ранее предположением о нулевом значении исходного эмиттанса пучка. Но, несмотря на то что реальные пучки всегда имеют ненулевой эмиттанс, плотность интенсивности на краях формируемых ими потоков при достаточно хорошей фокусировке может действительно во много раз превосходить ее значение в центре.

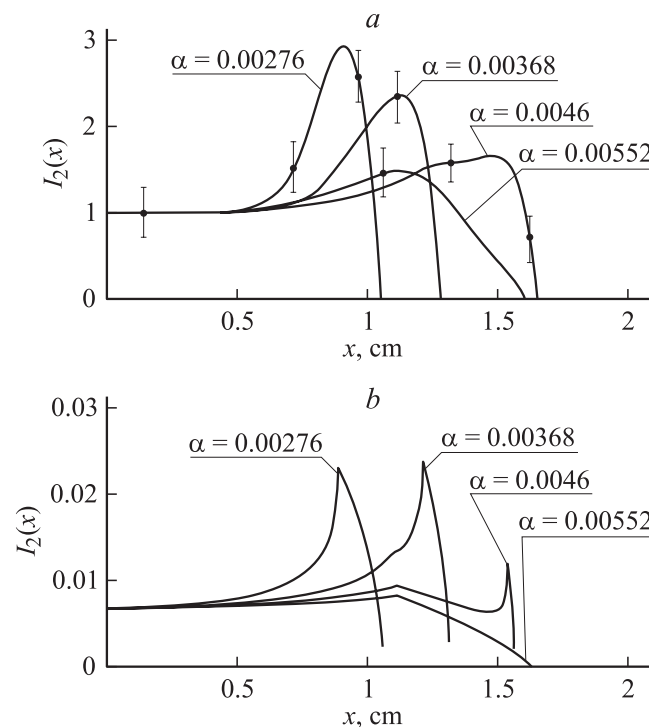
Нами остался не рассмотренным режим коллимации с  $\xi < 0$ . Не станем заниматься им подробно, а лишь отметим частный случай с  $\xi = -\Delta_2$ , при котором в фокусе линзы находится не объект облучения, а сам коллиматор. В этом случае движение пучка в сечении  $Z_1$  в процессе сканирования приводит к его мгновенному и полному экранированию коллиматором в момент прохождения координаты  $x = b$ . Легко предположить, что этот режим соответствует глубокой коллимации пучка. И действительно, анализ соответствующих фазовых областей показывает, что при  $\xi = -\Delta_2$  для любых  $\alpha$  и  $b$  могут иметь место только два случая — либо глубокая коллимация пучка, либо ее полное отсутствие.

### 5. Эксперимент

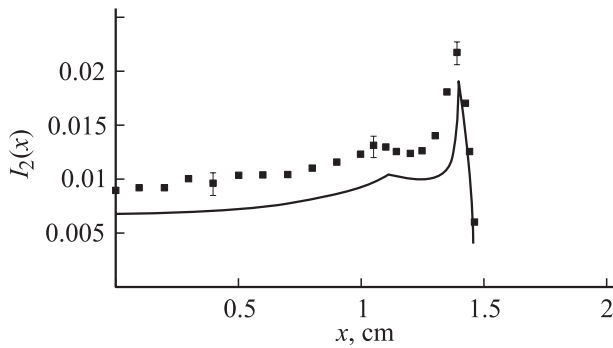
В циклотронной лаборатории ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН были измерены распределения плотности потоков  $I_2(x)$ , при формировании которых были использованы синусоидальное сканирование и коллимирование. Исследовалась наиболее интересная область промежуточной коллимации. В качестве сканирователя использовался электростатический сканирователь с  $f_{sc} = 3.6$  МГц, сканирующий пучок ионов  $Ar_{40}^{+8}$  с энергией  $E = 53$  MeV в диапазоне угловых амплитуд  $0 < \alpha < 0.017$ . Плотность распределения  $I_2(x)$  определялась путем облучения сформированных потоком лавсановой пленки с последующей ее физико-химической обработкой и подсчетом плотности проявленных треков вдоль координаты ска-

нирования. Для подсчета использовались полуавтоматизированная система, содержащая оптический микроскоп с электронной ПЗС-матрицей и компьютер. Распределения измерялись при различных значениях амплитуды сканирования  $\alpha$  и фиксированных значениях остальных параметров:  $a = 1.2$ ,  $b = 1.13$ ,  $F = 380$ ,  $\Delta_1 = 290$  см,  $\Delta_2 = 62.8$  см,  $\xi = 27.8$  см.

На рис. 5, а приведены экспериментально полученные распределения, а на рис. 5, б — соответствующие им



**Рис. 5.** а) Нормированные экспериментальные зависимости плотности тока  $I_2$  от координаты  $x$ , полученные при  $a = 1.2$ ,  $b = 1.13$ ,  $F = 380$ ,  $\Delta_1 = 290$ ,  $\Delta_2 = 62.8$  см. б) Расчетные зависимости плотности тока  $I_2(x)$ , соответствующие экспериментальным зависимостям рис. 5, а.



**Рис. 6.** Расчетная (сплошная линия) и нормированная экспериментальная (точки) зависимости плотности тока  $I_2$  от координаты  $x$  при повышенной точности измерения ( $\alpha = 0.0042$ ;  $a = 1.2$ ,  $b = 1.13$ ,  $F = 380$ ,  $\Delta_1 = 290$ ,  $\Delta_2 = 62.8$  см).

расчетные.<sup>1</sup> Из рис. 5, *a* видно, что с увеличением амплитуды сканирования  $\alpha$  максимум распределения сначала сдвигается вправо, а затем — при дальнейшем увеличении  $\alpha$  — снова перемещается влево. Сравнение с расчетом показывает, что обратное движение максимума — ложный эффект. Он обусловлен низким статистическим разрешением эксперимента. Как видно из рис. 5, *b* (и это обсуждалось выше), реально происходит перераспределение интенсивности между двумя максимумами. Грубое измерение, фактически, фиксирует только перемещение общего центра тяжести распределения, которое в действительности является двугорбым. На рис. 6 представлено распределение, измеренное с большей статистической точностью. На нем двугорбость кривой видна отчетливо, причем положение максимумов и их величина хорошо коррелируют с расчетом.

## Заключение

Приведенный выше анализ и результаты эксперимента позволяют сделать вывод, что формирование облучающего потока с одновременным использованием как синусоидального сканирования, так и коллимирования имеет ряд особенностей. Основная особенность состоит в том, что при определенных соотношениях между шириной коллимационной щели и амплитудой сканирования краевой участок в координатном распределении плотности тока приобретает двугорбый вид. Поскольку на практике в большинстве случаев проявление подобного эффекта не желательно, можно рекомендовать следующие способы его подавления:

а) максимальное приближение коллиматора к объекту облучения. При этом горбы распределения сближаются, сливаясь в один. Одногоорбое распределение более практично, но рассеянные на близко расположенном

коллиматоре частицы могут попадать на объект, что не всегда допустимо.

б) максимальное подавление эффективного эмиттанта потока за счет сужения входной апертуры ионопровода. Понятно, что это приводит к существенной потере общей интенсивности потока.

Если по интенсивности имеется значительный запас, то удобнее перейти к глубокой коллимации. В отличие от промежуточной коллимации этот режим более однозначен и стабилен по отношению к возможным изменениям параметров исходного пучка. Если глубина коллимации достаточно велика, то формируемое при этом распределение аналогично распределению при линейном сканировании. И наоборот, если от формируемого потока не требуется гладкого и монотонного распределения плотности по сечению, но требуется его резкий спад на краях, то выгодней использовать промежуточную коллимацию. При этом фокальную плоскость линзы желательно максимально совместить с объектом облучения.

В заключение статьи авторы выражают глубокую благодарность Н.А. Вороновой за помощь в оформлении материалов работы.

## Список литературы

- [1] Кудояров М.Ф., Матюков А.В., Мухин С.А. // Метод формирования потока ускоренных ионов для облучения широких полимерных пленок. Всерос. конф. „Мембраны-90“. Тез. докл. М.: 1998.
- [2] Зорько К.И., Кудояров М.Ф., Матюков А.В., Мухин С.А. // Влияние способа формирования облучающего потока на селективность трековых мембран второго поколения. Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН. СПб, 2000. № 1743. 17 с.
- [3] Гусинский Г.М., Иванцов Л.Ф., Лемберг И.Х. // ПТЭ. 1973. № 1. С. 27–30.
- [4] Гикал Б.Н., Горбачев Е.В., Казаринов Н.Ю. и др. // Письма в ЭЧАЯ. 2005. Т. 2. № 3 (126). С. 97–101.
- [5] Зорько К.И., Кудояров М.Ф., Матюков А.В., Мухин С.А. Анализ плотности распределения частиц в ионном потоке, сформированном методом двойного синусоидального сканирования. Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН. СПб, 2000. № 1742. 19 с.
- [6] Штеффан К. Оптика пучков высоких энергий. М.: Мир, 1969. 222 с.
- [7] Вольник Г. Оптика заряженных частиц. СПб, 1992. 280 с.

<sup>1</sup> Диапазон относительных ошибок на рис. 5, *a* и рис. 6 указан не для всех, а только для характерных точек экспериментально полученных зависимостей.