

01;04

К теории неустойчивости ионно-пучковой плазмы

© С.Ю. Удовиченко

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова,
196641 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: udo@luts.niiefa.spb.su

(Поступило в Редакцию 31 января 2006 г. В окончательной редакции 14 июля 2006 г.)

Рассмотрены конвективные высокочастотная и низкочастотная неустойчивости ионного пучка в продольном магнитном поле при наличии газа, натекающего в канал транспортировки из плазменного источника ионов. В рамках гидродинамического приближения найдены пространственные инкременты пучковых неустойчивостей и исследованы механизмы нелинейного ограничения амплитуды колебаний потенциала. Определена величина усредненного по периоду колебаний эффективного эмиттанса пучка, связанная с коллективным нагревом быстрых ионов. Полученные результаты необходимы для расчетов динамики пучков отрицательных ионов при конструировании инжекторов линейных и циклических ускорителей.

PACS: 41.75.-i

Введение

Важным фактором, определяющим транспортировку пучков заряженных частиц в газовой среде, являются коллективные процессы, связанные с возбуждением пучком спектра собственных колебаний плазмы, образованной в результате ионизации нейтральных частиц газа. Исследование этого вопроса необходимо при создании инжекторов для линейных и циклических ускорителей, в которых ионные пучки получают из плазменных источников и транспортируют в остаточном газе, натекаемом из источника. Поля плазменных колебаний так же, как и стационарные пучково-плазменные поля, могут существенным образом влиять на динамику движения прецизионных пучков с малым фазовым объемом и малой угловой расходимостью. Под действием поля колебаний увеличивается разброс скоростей быстрых частиц и, следовательно, фазовый объем пучка [1]. Кроме коллективного нагрева быстрых ионов под действием колебаний плазмы может происходить динамическая декомпенсация объемного заряда пучка [2,3], т.е. изменяться условия его транспортировки.

Дисперсионные уравнения, описывающие развитие малых возмущений пучковой плазмы, являются решениями линеаризованной системы уравнений движения и непрерывности частиц плазмы и пучка, а также уравнения Пуассона для электрического поля. Теория взаимодействия радиально ограниченных пучков с плазмой без магнитного поля отсутствует, поэтому при нахождении дисперсионных уравнений ограничиваются квазиклассическим приближением или приближением геометрической оптики и рассматривают развитие коротковолновых колебаний однородной плазмы, длина волны которых во много раз меньше характерного поперечного и продольного размеров системы. В этом приближении возмущения параметров плазмы и пучка представляются в виде бегущих волн и пропорциональны $\exp(-i\omega t + ik_{\perp}r + ik_z z)$, где k_{\perp} и k_z — составля-

ющие волнового вектора поперек и вдоль пучка соответственно. Такое представление, однако, применимо и для крупномасштабных возмущений ($k_{\perp}, r_b \approx 1$; r_b — радиус пучка), имеющих наибольший инкремент и играющих основную роль в развитии пучково-плазменных неустойчивостей.

Пучковые неустойчивости выражаются в раскачке колебаний плазмы, нарастающих и сносимых вдоль пучка. Поскольку эти неустойчивости являются конвективными, в ограниченных по длине системах в первую очередь важна динамика пространственного развития возмущений, которая описывается решением дисперсионного уравнения относительно продольной составляющей волнового вектора k_z . Для пучково-плазменной системы, помещенной во внешнее продольное магнитное поле, определяются точные дисперсионные уравнения с учетом радиальной ограниченности системы, описывающие высокочастотную и низкочастотную неустойчивости. В настоящей работе рассматривается только гидродинамический режим пучковых неустойчивостей, в котором они развиваются наиболее быстро, и анализируются максимальные значения соответствующих инкрементов в условиях внешнего магнитного поля. Такой режим коллективного взаимодействия пучка с плазмой характеризуется тем, что тепловые скорости всех сортов частиц существенно отличаются от фазовых скоростей возбуждаемых колебаний, и развитие колебаний слабо зависит от вида функций распределения частиц по скоростям.

Нелинейное взаимодействие пучка положительных ионов с разреженной плазмой и влияние колебаний на транспортировку быстрых ионов достаточно хорошо исследованы и представлены в обзоре [4]. Нелинейное взаимодействие пучка отрицательных ионов с разреженной и плотной плазмой рассмотрено в [5]. Результаты настоящих исследований являются развитием этих работ.

Пространственный инкремент неустойчивости в условиях внешнего магнитного поля

Пучок, полностью заполняющий цилиндрический волновод, возбуждает плазменные колебания, потенциал электрического поля которых $\tilde{\varphi} \sim J_1(\mu_{ls} r/r_b) \times \exp(-i\omega t + ik_z z)$ удовлетворяет граничному условию $\tilde{\varphi}(r_b) = 0$, где μ_{ls} — корни функции Бесселя $J_1(\mu_{ls}) = 0$; r_b — радиус пучка.

В условиях сильного продольного магнитного поля, когда электроны бесстолкновительной плазмы замагничены ($\omega_{Be}^2 \gg \omega^2$), высокочастотные колебания, возбуждаемые быстрым ионным пучком ($v_b \gg v_{Te}$), удовлетворяют следующему дисперсионному уравнению:

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2 k_z^2}{\omega^2 k^2} \left(1 + 3 \frac{k_z^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \right) = \frac{\omega_{bi}^2}{(\omega - k_z v_b)^2}, \quad (1)$$

где $\omega_{bi} = (4\pi n_b e^2 / m_i)^{1/2}$, $\omega_{pe} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$; $\omega_{Be} = eB_0 / m_e c$ — электронная циклотронная частота; n_b, v_b — плотность и скорость ионов пучка, n_e, v_{Te} — плотность и тепловая скорость электронов плазмы; $k^2 = k_\perp^2 + k_z^2$, $k_\perp = \mu_{ls} / r_b$ — поперечная составляющая волнового вектора. Неустойчивыми являются продольные электронные ленгмюровские колебания с частотой $\omega = \omega_{pe} k_z / k \approx k_z v_b$; $k_z \gg k_\perp$ и максимальным линейным пространственным инкрементом

$$\gamma_e^* = \gamma_e \left(1 + \frac{k_\perp^2 v_b^4}{3\omega_{pe}^2 v_{Te}^2} \right)^{-1/3}, \quad (2)$$

где $\gamma_e = (3^{1/2} / 2^{4/3}) (\omega_{bi} / v_{Te})^{2/3} (\omega_{pe} / v_b)^{1/3}$ — соответствующий инкремент в безграничной плазме в отсутствие магнитного поля. Выражение для γ_e следует из уравнения (1), в котором нет множителя k_z^2 / k^2 и сделана замена k_z на k в слагаемом $3k_z^2 v_{Te}^2 / \omega^2$. Если плотность электронов удовлетворяет условиям $1 \ll 3(\omega_{pe} / k_\perp v_b)^2 \ll (v_b / v_{Te})^2$, то $\gamma_e^* < \gamma_e$. Такой режим достигается при низкой плотности частиц пучка и газа. С ростом электронной плотности инкремент неустойчивости стремится к значению γ_e . Степень замагниченности ионов пучка (наличие множителя k_z^2 / k^2 в правой части (1)) не оказывает влияния на развитие этих колебаний.

Кроме продольных высокочастотных колебаний ионный пучок возбуждает низкочастотную ветвь продольных ионных ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний неизотермической плазмы. Максимальным пространственным инкрементом обладает первый тип возмущений. В разреженной плазме более сильный механизм затухания, чем затухание Ландау на ионах плазмы, обусловлен поперечным бесстолкновительным выносом ионов плазмы из системы под действием статического электрического поля, т.е. конечного времени их жизни τ_i . В плотной плазме затухание раскачиваемых пучком колебаний происходит на резонансных ионах плазмы при их столкновениях с нейтральным газом.

Когда замагничены электроны плазмы и ионы пучка, а ионы плазмы нет, т.е. выполняются неравенства $\omega_{Be}^2 \gg \omega^2 \gg \omega_{Bi}^2 \gg (\omega - k_z v_b)^2$, дисперсионное уравнение ионных ленгмюровских колебаний имеет вид

$$1 + \frac{1}{k^2 r_{de}^2} \left(1 + i \sqrt{\pi/2} \frac{\omega}{k_z v_{Te}} \right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \left(1 - i \frac{3}{\omega \tau_i} \right) = \frac{k_z^2}{k^2} \frac{\omega_{bi}^2}{(\omega - k_z v_b)^2}, \quad (3)$$

где ω_{pi}, ω_{bi} — ионные ленгмюровская и циклотронная частоты, $r_{de} = v_{Te} / \omega_{pe}$ — дебаевский радиус электронов, $3/\omega \tau_i \ll 1$. Для столкновительной плазмы в (3) вместо $3/\tau_i$ необходимо использовать $v_{i0}/2$, где v_{i0} — частота упругих столкновений ионов с молекулами газа.

Проведем исследование уравнения (3) для случаев транспортировки пучка отрицательных ионов в разреженной и плотной газовой среде. Пучок раскачивает при $k^2 r_{de}^2 \ll 1$ ионно-звуковые ($\omega \approx k v_s$; v_s — скорость ионного звука) и при $k^2 r_{de}^2 \gg 1$ ионные ленгмюровские ($\omega \approx \omega_{pi}$) колебания. В условиях низкой плотности частиц газа n_g , когда плотность отрицательных ионов пучка $n_b^- \approx n_i \gg n_2$, время жизни ионов плазмы определяется выражением $\tau_i \approx 2r_b / u_i(r_b)$, где $u_i(r_b) = n_g \sigma_i v_b r_b / 2$ — скорость ионов плазмы на границе пучка, σ_i — сечение ионизации газа пучком. Электронов настолько мало, что их дебаевский радиус r_{de} превышает радиус пучка r_b . Поэтому электроны не могут экранировать даже самые длинноволновые возмущения, возможные в радиально ограниченной системе. Максимальным инкрементом, согласно (3), обладает именно самая крупномасштабная мода ионных ленгмюровских колебаний — нулевая радиальная мода с $k_\perp = 2, 4/r_b$, возбуждаемая на частоте $\omega_{pi} \approx k_z v_b$. Его величина определяется выражением

$$\gamma_i^* = \gamma_i \frac{\omega_{pi}}{k_\perp v_b}, \quad (4)$$

в котором плотность пучка должна удовлетворять соотношению $|\gamma_i| \ll k_\perp$, а $\gamma_i = (\omega_{bi} / v_b) (\omega_{pi} \tau_i / 6)^{1/2}$ — соответствующий инкремент в радиально неограниченной системе в отсутствие магнитного поля. Величина γ_i является решением уравнения (3) без множителя k_z^2 / k^2 в правой части, удовлетворяющим условию $\omega_{pi} \ll k_z v_b$.

Возбуждаемые ионные ленгмюровские колебания распространяются поперек пучка ($k_\perp \gg k_z$) во всем интервале давления газа, кроме очень низких его значений, когда при достаточно высокой плотности частиц пучка $\text{Re} k_z = |\gamma_i^*| > k_\perp$. Плотность газа, ниже которой в системе пучок-плазма ионные колебания распространяются вдоль пучка, определяется из уравнения баланса электронов плазмы $n_e / n_b^- = \sigma_i n_g r_b v_b / 2v_{Te}$. При этом должно выполняться соотношение $n_e / n_b^- \ll (\omega_{pi} \tau_i / 6)^{1/2} v_s^2 / v_b^2$, следующее из условия $k_z^2 r_{de}^2 \gg 1$. Отметим, что в уравнении баланса характерная скорость электронов полагается равной тепловой, поскольку при низком давлении газа стационарное электрическое поле плазмы, тормозящее электроны, в объеме пучка мало. Экспериментально

этот режим подтверждается в [6], где показано, что плотность электронов в пучке на несколько порядков меньше, чем плотность электронов в плазменной шубе за пределами пучка.

В условиях высоких плотностей газа и пучка, когда $n_e \leq n_b^-$; $n_e > n_b^-$ и $k_\perp^2 r_{de}^2 \ll 1$, возбуждаются только длинноволновые ионно-звуковые колебания. Их раскачка сопровождается поглощением как резонансными ионами, так и электронами плазмы. Затухание этих колебаний на резонансных электронах и ионах, скорость которых близка к фазовой скорости возмущений, обусловлено соответственно первым и вторым мнимыми слагаемыми в левой части уравнения (3). Неустойчивыми являются ионно-звуковые колебания, распространяющиеся поперек пучка ($k_\perp \gg k_z$) с частотой $\omega \approx \alpha k_\perp v_s \approx k_z v_b$, где $\alpha^2 = n_i/n_e$. Для плотной плазмы $\alpha = 1$, так как $n_i \approx n_e \gg n_b^-$, а для разреженной $\alpha \geq 1$. Поскольку $v_b/v_{Te} \gg v_{i0}/\omega$, можно ограничиться учетом взаимодействия ионно-звуковых колебаний с электронами и не интересоваться вкладом ионов. Пространственный инкремент этих колебаний с учетом затухания на резонансных электронах определяется выражением

$$\gamma_{is1}^* = \gamma_{is1} \left(\frac{\alpha v_s}{v_b} \right)^{3/2}, \quad (5)$$

где $\gamma_{is1} = (2\pi)^{-1/4} (\omega_{bi}/v_b) (v_{Te}/\alpha v_s)^{1/2} k_\perp r_{de}$ — соответствующий инкремент в отсутствие магнитного поля. Величина γ_{is1} является решением уравнения (3), в котором нет множителя k_z^2/k^2 и сделана замена k_z на k в слагаемом $\omega/k_z v_{Te}$.

Затухание ионно-звуковых колебаний на резонансных ионах плазмы является определяющим только в отсутствие магнитного поля, если выполняется неравенство $(2\pi m_e/m_i)^{1/2} \ll v_{i0}/\alpha^2 k_\perp v_s$. В этом случае пространственный инкремент имеет вид:

$$\gamma_{is2} = \frac{\omega_{bi}}{b_b} \left(\frac{\alpha k_\perp v_s}{v_{i0}} \right)^{1/2} k_\perp r_{de}. \quad (6)$$

В достаточно сильном магнитном поле при $\omega_{Bi}^2 \gg \omega^2$; $(\omega - k_z v_b)^2$, когда замагничены ионы пучка и плазмы, в ионном слагаемом левой части, как и в правой части уравнения (3), добавляется множитель k_z^2/k^2 . Пучок может возбуждать ионные ленгмюровские колебания, распространяющиеся только вдоль его оси ($k_z \gg k_\perp$), с частотой $\omega \approx \omega_{pi}$ $k_z/k \ll k_z v_b$ и таким же инкрементом γ_i , как и в случае без магнитного поля. Степень замагниченности ионного пучка не оказывает влияния на развитие этой неустойчивости. В плотной газовой среде ионно-звуковые колебания ($k_\perp^2 r_{de}^2 \ll 1$) с частотой $\omega \approx \alpha k_z v_s$ сильно затухают на резонансных частицах плазмы.

Отметим, что для определения величины k_\perp в случае пучка, оторванного от металлической трубы радиуса R , можно пользоваться следующим выражением:

$$k_\perp^2 \approx 2/r_b^2 \ln(R/r_b),$$

где $R \gg r_b$.

Нелинейное ограничение амплитуды плазменных колебаний

Воспользуемся известными соображениями по механизмам ограничения амплитуды гидродинамической пучковой неустойчивости, связанным с захватом в колебания частиц пучка или плазмы. Предполагается, что вплоть до точки захвата амплитуда колебаний растет экспоненциально, согласно линейному инкременту неустойчивости. Величина амплитуды потенциала колебаний, при которой происходит захват резонансных частиц плазмы, определяется фазовой скоростью колебаний. Колебательная скорость ионов плазмы в поле ($\sim \cos \omega t$) частоты ω равна $\tilde{u}_i = (ek_\perp \tilde{\varphi}_i / \omega m_i) \sin \omega t$, а максимальный разброс скорости $\Delta \tilde{u}_i = 2ek_\perp \tilde{\varphi}_i / \omega m_i$ не должен превышать величину $(2e\tilde{\varphi}_{i\max}/m_i)^{1/2}$. Отсюда $\tilde{\varphi}_{i\max} \approx m_i v_{\Phi\perp}^2 / 2e$, где $v_{\Phi\perp} = \omega/k_\perp$.

В магнитном поле, как и в его отсутствие, нелинейность в динамике ионов плазмы при их захвате полем ионных ленгмюровских колебаний наступает раньше, чем нелинейность в динамике ионов пучка. В условиях слабого магнитного поля, когда замагничены ионы пучка радиуса $r_b = R$, ограничение амплитуды потенциала поперечных ионных ленгмюровских колебаний при захвате в них ионов плазмы происходит на уровне

$$\tilde{\varphi}_{i1} \approx \frac{m_i \omega_{pi}^2 r_b^2}{2e \mu_{01}^2} = \frac{2I_b^-}{\mu_{01}^2 v_b}, \quad (7)$$

где I_b^- — ток пучка. Нелинейность в динамике ионов пучка, связанная с их захватом в поле колебаний, наступает при

$$\tilde{\varphi}_{i2} = \frac{m_{bi}}{2e} (\Delta v_b)^2 = \frac{m_{bi} v_b^2 \gamma_i^{*2}}{2e k_z^2} \approx \tilde{\varphi}_{i1} \omega_{pi} \tau_i / 6 \gg \tilde{\varphi}_{i1}, \quad (8)$$

где $\Delta v_b = v_b - \omega / \text{Re } k_z \approx v_b \text{Im } k_z / k_z$ — „отстройка“ фазовой скорости неустойчивых колебаний от скорости пучка, m_{bi} — масса иона пучка. Меньшее из значений потенциалов $\tilde{\varphi}_{i1}$, $\tilde{\varphi}_{i2}$ определяет один из двух указанных механизмов ограничения амплитуды колебаний.

В условиях замагниченности ионов плазмы ограничение амплитуды потенциала будет происходить на меньшем уровне в результате захвата этих ионов в продольном направлении, поскольку $k_z > k_\perp$.

Нелинейность в динамике ионов плазмы, связанная с их захватом в ионно-звуковые колебания наступает при амплитуде потенциала, меньшей $\tilde{\varphi}_{is1}$:

$$\tilde{\varphi}_{is1} \approx \frac{m_i \alpha^2 v_s^2}{2e}. \quad (9)$$

В бесстолкновительной плазме при $n_i \approx n_e \gg n_b^-$ нелинейность в динамике ионов пучка проявится раньше, если $v_{Te} n_b^- / n_i < v_s$. Аналогичная тенденция имеет место при ограничении амплитуды электронных ленгмюровских колебаний плазмы. При низких давлениях газа ($n_e < n_b^-$) основным механизмом этого ограничения

является захват электронов плазмы. С ростом давления газа ($n_e \gg n_b^-$) раньше проявляется нелинейность в динамике ионов пучка [5].

В пучке отрицательных ионов водорода с током $I_b^- = 15 \text{ mA}$ и энергией $W_b^- = 24 \text{ keV}$ при отсутствии компенсации объемного заряда радиальный перепад стационарного потенциала составляет $\Delta\phi_b = I_b^- / v_b \approx 60 \text{ V}$, максимальная амплитуда потенциала низкочастотных колебаний в случае $R = r_b$ равна $\tilde{\phi}_{i1} \approx 21 \text{ V}$, а высокочастотных колебаний — $\tilde{\phi}_{e1} = m_e v_b^2 / 2e \approx 14.6 \text{ V}$.

Нелинейный коллективный нагрев ионов пучка

Рассмотрим влияние колебаний плазмы на величину эмиттанса пучка. При определении эффективного значения эмиттанса, усредненного по периоду этих колебаний, приобретаемый разброс радиальных скоростей частиц пучка можно заменить амплитудой колебаний поперечной скорости. Величина эмиттанса нарастает вдоль направления распространения пучка до тех пор, пока нелинейные эффекты не приведут к ограничению амплитуды плазменных колебаний. В общем случае в продольно неоднородной пучково-плазменной системе расстояние, на котором происходит захват в колебания частиц пучка или плазмы, определяется выражением

$$\int_0^{z_m} \gamma_i^*(z) dz = \ln[\tilde{\phi}_i(z_m) / \tilde{\phi}_i(0)],$$

где $\tilde{\phi}_i(0) \approx 10^{-2} \text{ V}$ — амплитуда потенциала начальных ионных колебаний плазмы на оси пучка. Когда радиальная скорость пучка $v_{b\perp}(r)$, обусловленная температурой ионов и кривизной плазменной границы в ионном источнике, значительно больше амплитуды поперечной скорости $\tilde{v}_{b\perp}(r)$ в поле нарастающих колебаний, а γ_i слабо зависит от z , для величины нормализованного эмиттанса имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i \max} &\approx -\beta \int_0^{r_b} \int_0^{z_m} \frac{e}{m_b v_b^2} \frac{\partial \tilde{\phi}_i(r, z)}{\partial r} dr dz \\ &\approx \frac{\beta}{\gamma_i^*} \frac{e \tilde{\phi}_{i1}(0, z_m)}{2W_b^-} [1 - J_0(k_{\perp} r_b)], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\beta = v_b/c$. При получении выражения (10) использовалось уравнение радиального движения частиц пучка в поле колебаний, в котором учитывалась связь направленных скоростей с угловой расходимостью пучка $v_{b\perp}/v_b = dr/dz$.

В условиях развитых колебаний, когда $\tilde{v}_{b\perp} > v_{b\perp}$, а также когда начальный разброс поперечных скоростей отсутствует, имеем $\tilde{v}_{b\perp} = (2e\tilde{\phi}_i/m_{bi})^{1/2}$ и

$$\varepsilon_{i \max} \approx \beta (e\tilde{\phi}_{i1}/W_b^-)^{1/2} \int_0^{r_b} J_0^{1/2}(k_{\perp} r) dr. \quad (11)$$

С учетом указанных выше параметров пучка, полностью заполняющего волновод, оценка эмиттанса по формуле (11) дает значение $1.4 \cdot 10^{-4} r_b \text{ cm-rad}$.

При коллективном нагреве ионов пучка в поле высокочастотных колебаний максимальный нормализованный эмиттанс пучка, движущегося в разреженном газе, достигает по аналогии с (10) величины

$$\varepsilon_{e \max} \approx \frac{\beta}{2\gamma_{e1}^*} \frac{m_e}{m_{bi}} [1 - J_0(k_{\perp} r_b)]. \quad (12)$$

Второе значение эмиттанса получаем с заменой в (11) $\tilde{\phi}_{i1}$ на $\tilde{\phi}_{e1}$.

Пучки отрицательных ионов транспортируют в разреженном газе для того, чтобы минимизировать его потери в результате перезарядки на молекулах газа. В этих условиях электронов плазмы настолько мало [6], что инкремент высокочастотной неустойчивости значительно меньше соответствующей величины в низкочастотной неустойчивости и насыщение электронных колебаний происходит на большей длине транспортировки пучка.

Таким образом, в процессе транспортировки неустойчивого пучка отрицательных ионов в газовой среде величина нормализованного эмиттанса увеличивается преимущественно под действием ионных колебаний пучковой плазмы. Роль коллективного нагрева быстрых ионов возрастает по мере увеличения тока пучка. Это обстоятельство необходимо учитывать при расчетах динамики ионных пучков в инжекторах линейных и циклических ускорителей.

Список литературы

- [1] Кацубо Л.П., Солошенко И.А. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 5. С. 960–965.
- [2] Габович М.Д., Джабаров Д.Г., Найда А.П. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. Вып. 9. С. 536.
- [3] Григоренко С.В., Удовиченко С.Ю. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 7. С. 119–124.
- [4] Солошенко И.А. Коллективные процессы в ионно-пучковой плазме // Препринт Института физики АН Украины. Киев. 1990. № 4. 33 с.
- [5] Сидоров В.П., Удовиченко С.Ю. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 1992. Вып. 4. С. 31–35.
- [6] Горещкий В.П., Найда А.П., Симоненко Л.С. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 7. С. 1362–1364.