

01;10

Расчет характеристик волны магнитной самоизоляции в вакуумной передающей линии на основе законов сохранения

© С.Я. Беломытцев, А.А. Ким, А.В. Кириков, В.В. Рыжов

Институт сильноточной электроники СО РАН,
634055 Томск, Россия
e-mail: ryzhov@to.hcei.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 16 января 2006 г.)

На основе законов сохранения энергии и z -компоненты импульса в волне магнитной самоизоляции (ВМС) в вакуумной передающей линии и в предположении, что все электроны, падающие на анод, имеют одинаковую энергию и угол падения. Найден релятивистский фактор γ_m , соответствующий напряжению на внешней границе электронного потока, с учетом потерь энергии в волне-предвестнике. Исследовано влияние этих потерь на основные характеристики ВМС.

PACS: 07.57.-c

Введение

В современной теории волны магнитной самоизоляции (ВМС) в вакуумных передающих линиях основной параметр γ — релятивистский фактор, соответствующий напряжению на внешней границе электронного потока, эмитированного катодом, — находится из предположения о минимуме полного тока в волне [1–3]. В работах [4,5] величина γ_m найдена на основе законов сохранения энергии и продольной компоненты импульса. Однако в ней не учитываются потери энергии в волне-предвестнике, которые влияют на величину γ_m , а следовательно, на характеристики ВМС.

Для того чтобы определить γ_m с учетом потерь энергии в предвестнике, воспользуемся приближением „среднего электрона“ [4,5], в котором все элементы, падающие на анод, имеют одинаковую энергию и угол падения. В рамках этого приближения необходимо, чтобы законы сохранения энергии и z -компоненты импульса в линии давали тождественный результат. Использование этих двух законов сохранения позволяет определить γ_m с учетом потерь энергии в предвестнике и исследовать влияние этих потерь на основные характеристики ВМС.

Теория

Приближения теории

Рассмотрим коаксиальную линию, в которой для определенности катодом будет внутренняя труба (рис. 1). Предположим, что параметры ВМС не зависят от времени, электронный слой за фронтом волны однородный и решение, полученное в гидродинамическом приближении, для него верно.

Для того чтобы записать соотношения, следующие из законов сохранения энергии и импульса в ВМС, необходимо знать угловое и энергетическое распределения электронов, падающих на анод. В модели „среднего электрона“ [4,5] предполагается, что все электроны,

падающие на анод, имеют одинаковую энергию и угол падения φ (рис. 1). В этом случае из законов сохранения можно получить два уравнения для двух неизвестных параметров теории γ_m и φ .

Закон сохранения энергии

Полная мощность ВМС W расходуется на накопление энергии в однородном слое за фронтом ВМС и в предвестнике, а часть ее W_1 уходит на анод. Поэтому запишем соотношение, вытекающее из закона сохранения энергии, в виде

$$W - W_1 = \varepsilon(c - V_f) + (\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4)V_f, \quad (1)$$

где ε_1 — погонная плотность энергии в предвестнике, ε_2 , ε_3 — плотность полевой энергии в электронном слое и в области между слоем и анодной трубкой, ε_4 — погонная плотность энергии электронов в слое, c — скорость света в вакууме, V_f — скорость фронта ВМС.

Для учета влияния предвестника введем коэффициент $k = U_1/U$, где U и U_1 — напряжение в ВМС и в предвестнике. В инерциальной системе K_1 , движущейся со скоростью фронта ВМС, вследствие стационарности

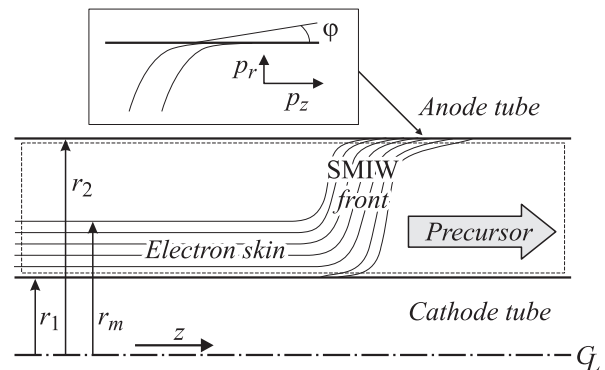


Рис. 1. Схема коаксиальной вакуумной передающей линии с центральным электродом-катодом в режиме магнитной изоляции. r_1 — радиус катода; r_2 — радиус анода; r_m — радиус внешней границы электронного слоя.

напряженности магнитного и электрического полей (отметим их штрихами) не меняются во времени, поэтому

$$\text{rot } \bar{E}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{H}'}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Следовательно, по теореме Стокса имеем

$$\oint \bar{E}' d\bar{l} = 0, \quad (3)$$

где интегрирование ведется по замкнутому контуру, аналогичному штриховому контуру на рис. 1. Переходя в лабораторную систему K_L , из (3) имеем

$$\oint (E - \beta_f H) dl = 0; \quad (4)$$

где $\beta_f = V_f/c$, а интегрирование ведется по левому и правому участкам контура, причем слева и справа dl имеют противоположные знаки. Тогда

$$\int E dl = \frac{mc^2}{e}(\Gamma - 1) - k \frac{mc^2}{e}(\Gamma - 1), \quad (5)$$

где $\Gamma = 1 + eU/mc^2$, e , m — электрический заряд и масса электрона;

$$\begin{aligned} \int \beta_f H dl &= -\beta_f \frac{mc^2}{e} \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \\ &- \beta_f \frac{mc^2}{e} \frac{\gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} (\Gamma - \gamma_m) + \beta_f k \frac{mc^2}{e} (\Gamma - 1), \end{aligned} \quad (6)$$

где первый член справа — интеграл по слою электронов — известное условие магнитной изоляции; второй — интеграл между слоем электронов и анодом; третий — интеграл справа в предвестнике.

Подставив (5) и (6) в (4), находим β_f :

$$\beta_f = \frac{(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1}(1 - k)}{\gamma_m \Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}. \quad (7)$$

Энергия, выносимая на анод каждым электроном, равна $mc^2(\gamma_a - 1)$, где γ_a — релятивистский фактор электрона на аноде, т.е. $\gamma_a = (1 - \beta_a^2)^{-1/2}$; $\beta_a = V_a/c$, V_a — скорость электрона на аноде; $\beta_a^2 = \beta_{ar}^2 + \beta_{az}^2$, $\beta_{ar} = V_{ar}/c$, $\beta_{az} = V_{az}/c$, V_{ar} , V_{az} — радиальная и продольная компоненты скорости электрона на аноде. Но $\beta_{ar} = \beta'_{ar}/\gamma_f$, а по релятивистскому закону сложения скоростей

$$\beta_{az} = \frac{\beta_f + \beta'_{az}}{1 + \beta_f \beta'_{az}}. \quad (8)$$

В системе K_f

$$\begin{aligned} \beta'_{ar} &= \frac{(\gamma_a'^2 - 1)^{1/2}}{\gamma_a'} \sin \varphi', & \beta'_{az} &= \frac{(\gamma_a'^2 - 1)^{1/2}}{\gamma_a'} \cos \varphi', \\ \text{tg } \varphi &= \frac{\beta_{ar}}{\beta_{az}} = \beta'_{ar} \frac{1 + \beta_f \beta'_{az}}{\gamma_f (\beta_f + \beta'_{az})}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\gamma'_a = \gamma_f + \Gamma_f - 1$, $\gamma_f = (1 - \beta_f^2)^{-1/2}$

$$\Gamma_f = 1 + \frac{eU_f}{mc^2}. \quad (10)$$

Здесь U_f — напряжение между катодом и анодом в системе K_f .

В движущейся системе координат в предвестнике напряженность электрического поля E' равна

$$E' = \frac{E - \beta_f H}{\sqrt{1 - \beta_f^2}}. \quad (11)$$

Так как в предвестнике напряженности электрического и магнитного полей равны по величине, напряжение пропорционально напряженности электрического поля, а в системе K_f по причине стационарности напряжение в предвестнике есть общее напряжение между катодом и анодом, то

$$U_f = kU \frac{1 - \beta_f}{\sqrt{1 - \beta_f^2}} = kU \sqrt{\frac{1 - \beta_f}{1 + \beta_f}}. \quad (12)$$

С учетом (12) выражение (10) принимает вид

$$\Gamma_f = 1 + k(\Gamma - 1) \sqrt{\frac{1 - \beta_f}{1 + \beta_f}}. \quad (13)$$

Как следует из (12), (13), при отсутствии потерь в предвестнике $k = 0$, в движущейся системе координат разность потенциалов между катодом и анодом равна нулю: $U_f = 0$.

Для вычисления потока энергии W_1 необходимо найти ток утечки электронов на анод. Так как скорость фронта ВМС V_f больше средней скорости электронов в слое V_b , ток I_c , текущий по катоду, частично расходуется на зарядку слоя электронов, частично уходит в предвестник, а остаток I_L (ток утечки) проходит на анод

$$I_L = I_c - I_b \frac{(V_f - V_b)}{V_b} \frac{kI_0(\Gamma - 1)(1 - \beta_f)}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (14)$$

где $I_0 = mc^3/e \approx 17$ кА.

При точном решении задачи ВМС в гидродинамическом приближении средняя скорость электронов в слое V_b равна

$$V_b = \frac{c(\gamma_m - 1)^{1/2}}{(\gamma_m + 1)^{1/2}}, \quad (15)$$

ток в электронном слое

$$I_b = I \frac{\gamma_m - 1}{\gamma_m}, \quad (16)$$

ток по катодной трубе

$$I_c = \frac{I}{\gamma_m}, \quad (17)$$

полный ток в ВМС

$$I = I_c + I_b = \frac{H_c r_1 c}{2} \gamma_m = \frac{I_0 \gamma_m}{2 \ln(r_2/r_1)} \left[\ln \left(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \right) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]. \quad (18)$$

Подставив (7), (15)–(17) в (14), получим выражение для тока утечки

$$I_L = I \left[\frac{\Gamma + \gamma_m^2 - \gamma_m - 1 + k(\Gamma - 1)(\gamma_m^2 - \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 1)}{\gamma_m(\gamma_m \Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1})} - \frac{k(\Gamma - 1)(1 - \beta_f)}{\gamma_m \left[\ln \left(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \right) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]} \right]. \quad (19)$$

Поток энергии (мощность), выносимый электронами на анод:

$$W_1 = mc^2 \frac{I_L}{e} (\gamma_a - 1) = \frac{I_0 I_L}{c} (\gamma_a - 1). \quad (20)$$

В предвестнике

$$I_1 = \frac{kUc}{2 \ln(r_2/r_1)}, \quad (21)$$

$$E_1 = H_1 = \frac{kU}{r \ln(r_2/r_1)} \quad (22)$$

энергии

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{8\pi} \int_{r_1}^{r_2} (E_1^2 + H_1^2) 2\pi r dr = \frac{k^2 U^2}{2 \ln(r_2/r_1)} = \frac{k^2 I_0^2 (\Gamma - 1)^2}{2c^2 \ln(r_2/r_1)}. \quad (23)$$

В гидродинамическом приближении напряженности электрического и магнитного полей в слое электронов определяются выражениями [3]:

$$E_r = H_c \frac{r_1}{r} \operatorname{sh} \left(\alpha \ln \frac{r}{r_1} \right), \\ H_\varphi = H_c \frac{r_1}{r} \operatorname{ch} \left(\alpha \ln \frac{r}{r_1} \right), \quad (24)$$

где $\alpha = eH_c r_1 / mc^2$, H_c — напряженность магнитного поля на катоде; при этом $\gamma_m = \operatorname{ch}(\alpha \ln r_m / r_1)$, r_m — внешний радиус слоя электронов.

Погонная плотность энергии за фронтом ВМС включает погонные плотности полевой энергии в слое электронов и вне его и кинетической энергии электронного слоя, плотность полевой энергии в электронном слое

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{8\pi} \int_{r_1}^{r_m} (E^2 + H^2) 2\pi r dr = \frac{I_0 H_c r_1}{4c} \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} = \frac{I_0^2}{4c^2 \ln(r_2/r_1)} \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \times \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right], \quad (25)$$

вне электронного слоя

$$\varepsilon_3 = \frac{H_c^2 r_1^2}{8\pi} \int_{r_m}^{r_2} [\operatorname{sh}^2(\alpha \ln(r_m/r_1)) + \operatorname{ch}^2(\alpha \ln(r_m/r_1))] \frac{2\pi r}{r^2} dr = \frac{H_c^2 r_1^2}{4} \ln(r_2/r_m) (2\gamma_m^2 - 1) = \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha} \frac{(2\gamma_m^2 - 1)(\Gamma - \gamma_m)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} = \frac{I_0^2}{4c^2 \ln(r_2/r_1)} \frac{(2\gamma_m^2 - 1)(\Gamma - \gamma_m)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \times \left[\ln \left(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \right) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]. \quad (26)$$

Погонная плотность кинетической энергии электронов

$$\varepsilon_4 = \int_{r_1}^{r_m} \frac{\rho}{e} mc^2 (\gamma - 1) 2\pi r dr = \frac{I_0 H_c r_1}{4c} \left[\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 2\sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \alpha \ln(r_m/r_1) \right] = \frac{I_0^2}{4c^2 \ln(r_2/r_1)} \left[\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 2\sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) \right] \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]. \quad (27)$$

Под интегралом ρ' — плотность электронов в слое, которая находится из условия $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE) = 4\pi\rho$ и равна $\rho = \frac{eH_c^2 r_1^2}{4\pi mc^2 r^2} \operatorname{ch}(\alpha \ln r/r_1)$. В (25)–(27) мы пользуемся соотношениями

$$\ln \frac{r_m}{r_1} = \ln \frac{r_2}{r_1} - \ln \frac{r_2}{r_m},$$

$$\ln \frac{r_m}{r_1} (r_m/r_c) = \frac{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1})}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (28)$$

Учитывая, что полная мощность ВМС

$$W = IU = \frac{1}{2} I_0 H_c r_1 \gamma_m (\Gamma - 1), \quad (29)$$

и используя полученные выражения для скорости фронта ВМС и плотностей энергии (7), (24)–(27) и (29),

получим уравнение сохранения энергии в виде

$$\begin{aligned}
 & 2\gamma_m(\Gamma - 1) - 2(\gamma_a - 1) \\
 & \times \left[\frac{\Gamma + \gamma_m^2 - \gamma_m - 1 + k(\Gamma - 1)(\gamma_m^2 - \gamma_m\sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 1)}{\gamma_m\Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right. \\
 & \left. - \frac{k(\Gamma - 1)(1 - \beta_f)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} \right] \\
 & - \frac{(\Gamma - 1)(1 - k)}{\gamma_m\Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \\
 & \times \left[2\gamma_m^2(\Gamma - 1) - \Gamma - \gamma_m + 2 + \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) \right] \\
 & - \frac{2k^2(\Gamma - 1)^2(1 - \beta_f)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} = 0. \quad (30)
 \end{aligned}$$

Закон сохранения импульса

Общее уравнение баланса z -компоненты импульса запишем в виде

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = (p_1 + p_2 + p_3)V_f + p_4(c - V_f), \quad (31)$$

где $\sigma_1, p_1, \sigma_2, p_2$ — полевые потоки и погонные плотности z -компоненты импульса в слое электронов и в зазоре между пучком и анодом; σ_3, p_3 — поток и погонная плотность z -компоненты импульса электронов пучка; σ_4 — поток z -компоненты импульса, выносимого током утечки на анод; p_4 — погонная плотность z -компоненты импульса в предвестнике. Все эти величины могут быть найдены в рамках тех же приближений, которые мы использовали при вычислении слагаемых, входящих в уравнение сохранения энергии (1).

Полевой поток z -компоненты импульса в слое электронов

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \frac{1}{8\pi} \int_{r_1}^{r_m} (E^2 + H^2) 2\pi r dr \\
 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{4} \int_{r_1}^{r_m} [\text{sh}^2(\alpha \ln(r/r_1)) + \text{ch}^2(\alpha \ln(r/r_1))] \frac{dr}{r} \\
 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha} \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1}. \quad (32)
 \end{aligned}$$

Полевой поток z -компоненты импульса в зазоре между слоем электронов и анодом

$$\begin{aligned}
 \sigma_2 &= \frac{1}{8\pi} \int_{r_m}^{r_2} (E^2 + H^2) 2\pi r dr = \frac{H_c^2 r_1^2}{4} \int_{r_m}^{r_2} [\gamma_m^2 + \gamma_m^2 - 1] \frac{dr}{r} \\
 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{4} (2\gamma_m^2 - 1) \ln(r_2/r_1) = \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha} \frac{(\Gamma - \gamma_m)(2\gamma_m^2 - 1)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

так как

$$\ln \frac{r_2}{r_m} = \frac{I_0(\Gamma - \gamma_m)}{H_c r_1 c \sqrt{\gamma_m^2 - 1}} = \frac{(\Gamma - \gamma_m)}{\alpha \sqrt{\gamma_m^2 - 1}}.$$

Поток z -компоненты импульса частиц в слое электронов

$$\sigma_3 = \int_{r_1}^{r_m} \frac{j 2\pi r dr}{e} m\gamma V. \quad (34)$$

Под интегралом j — плотность тока в слое электронов, которая находится из условия

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH) = \frac{4\pi}{c} j \quad (35)$$

и равна

$$j = \frac{eH_c^2 r_1^2}{4\pi m c r^2} \text{sh}(\alpha \ln(r/r_1)), \quad (36)$$

V — скорость электронов

$$V = c \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma} = c \text{th}(\alpha \ln(r/r_1)). \quad (37)$$

Вычислив интеграл (34), получим

$$\begin{aligned}
 \sigma_3 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha} \left(\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - \alpha \ln(r_m/r_1) \right) \\
 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha} \left(\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) \right). \quad (38)
 \end{aligned}$$

Погонная полевая плотность z -компоненты импульса в слое электронов

$$p_1 = \frac{1}{c^2} \frac{c}{4\pi} \int_{r_1}^{r_m} E H 2\pi r dr = \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha c} (\gamma_m^2 - 1), \quad (39)$$

в зазоре между слоем электронов и анодом —

$$\begin{aligned}
 p_2 &= \frac{1}{c^2} \frac{c}{4\pi} \int_{r_m}^{r_2} E H 2\pi r dr = \frac{H_c^2 r_1^2}{2c} \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \ln(r_2/r_m) \\
 &= \frac{H_c^2 r_1^2}{2\alpha c} \gamma_m (\Gamma - \gamma_m). \quad (40)
 \end{aligned}$$

Погонная плотность z -компоненты импульса электронов

$$p_3 = \frac{1}{c^2} \int_{r_1}^{r_m} \frac{\rho 2\pi r dr}{e} c^2 m\gamma V = \frac{H_c^2 r_1^2}{4\alpha c} (\gamma_m^2 - 1), \quad (41)$$

ПОТОК z -КОМПОНЕНТЫ ИМПУЛЬСА, ВЫНОСИМЫЙ ТОКОМ I_L НА АНОД,

$$\begin{aligned} \sigma_4 &= \frac{I_L}{e} m\gamma_a V_z = \frac{I_L}{e} m\gamma_a V \cos \varphi \\ &= \frac{I_L}{e} m\gamma_a c \frac{\sqrt{\gamma_a^2 - 1}}{\gamma_a} \cos \varphi \\ &= \frac{I_L}{e} mc \sqrt{\gamma_a^2 - 1} \cos \varphi = \frac{H_c^2 r_1^2}{2\alpha} \gamma_m \sqrt{\gamma_a^2 - 1} \cos \varphi \\ &\times \left[\frac{\Gamma + \gamma_m^2 - \gamma_m - 1 + k(\Gamma - 1)(\gamma_m^2 - \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 1)}{\gamma_m(\gamma_m \Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1})} \right. \\ &\left. - \frac{k(\Gamma - 1)(1 - \beta_f)}{\gamma_m \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]} \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Погонная плотность z -компоненты импульса в предвестнике

$$\begin{aligned} p_4 &= \frac{1}{c^2} \frac{c}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} EH 2\pi r dr \\ &= \frac{1}{2c} \int_{r_1}^{r_2} \frac{k^2 U^2}{(\ln(r_2/r_1))^2} r dr = \frac{k^2 U^2}{2c \ln(r_2/r_1)} \\ &= \frac{k^2 H_c^2 r_1^2 (\Gamma - 1)^2}{2\alpha c \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]}. \end{aligned} \quad (43)$$

Запишем закон сохранения z -компоненты импульса (31), используя полученные выражения для входящих в него величин (7), (32), (33), (38)–(43). В результате получим

$$\begin{aligned} &2\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \frac{(\Gamma - \gamma_m)(2\gamma_m^2 - 1)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \\ &- \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) - 2\sqrt{\gamma_a^2 - 1} \cos \varphi \\ &\times \left[\frac{\Gamma + \gamma_m^2 - \gamma_m - 1 + k(\Gamma - 1)(\gamma_m^2 - \gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} - 1)}{\gamma_m \Gamma - 1 - k(\Gamma - 1)\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right. \\ &\left. - \frac{k(\Gamma - 1)(1 - \beta_f)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} \right] - 2(\gamma_m \Gamma - 1)\beta_f \\ &- \frac{2k^2(\Gamma - 1)^2(1 - \beta_f)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\Gamma - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

Уравнения (30) и (44) решаются численно, т.е. при заданном Γ и k находится угол φ , при котором γ_m , найденные из уравнений (32) и (47), совпадают. Это γ_m и есть решение для заданных Γ и k . Таким образом можно найти зависимость $\gamma_m(\Gamma)$ для заданных k .

Результаты

На рис. 2 приведена зависимость γ_m от релятивистского фактора Γ , соответствующего напряжению в волне U , для различных коэффициентов k отношения напряжения в предвестнике к напряжению в волне. Для сравнения здесь же приведена зависимость $\gamma_{m \min}$ от Γ , рассчитанная в приближении минимального тока ($I = I_{\min}$) в ВМС. Из рисунка видно, что значения γ_m , а следовательно, и значение напряжения в слое электронов U_m в этих двух приближениях существенно различаются. Причем с увеличением потерь энергии в предвестнике разница в значениях этих величин увеличивается. Это приводит к значительному относительному увеличению тока в электронном слое I_b и уменьшению тока по катоду I_c , по сравнению со значениями этих токов, предсказываемых по теории минимального тока $I_{b \min}$, $I_{c \min}$ (рис. 3).

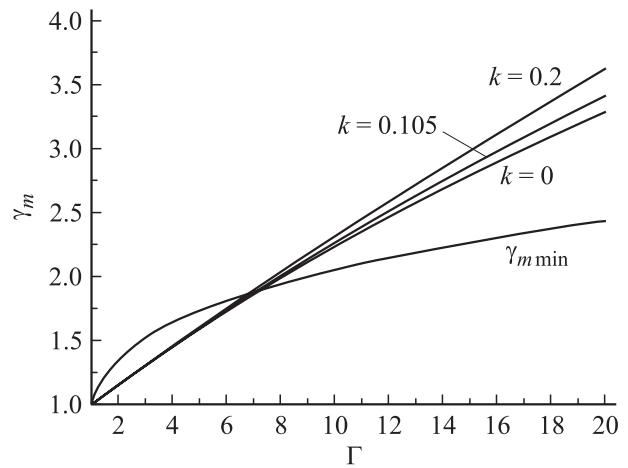


Рис. 2. Зависимость релятивистского фактора γ_m от Γ .

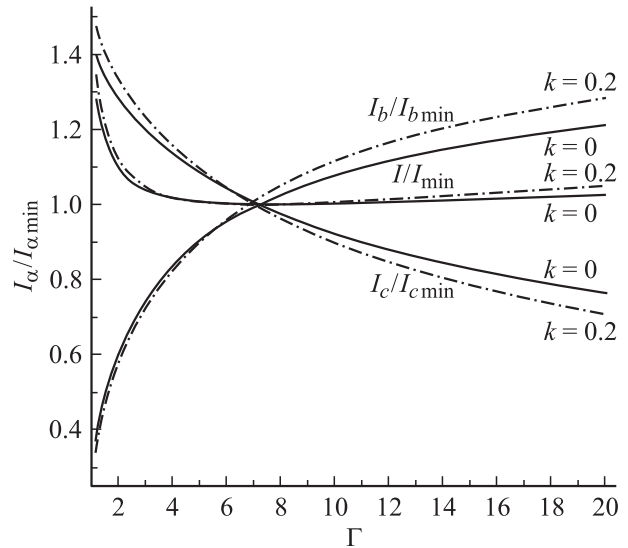


Рис. 3. Зависимость от Γ отношений полного тока I , тока по катоду I_c и тока в электронном слое I_b , к соответствующим токам I_{\min} , $I_{c \min}$, $I_{b \min}$, рассчитанным в приближении минимального тока.

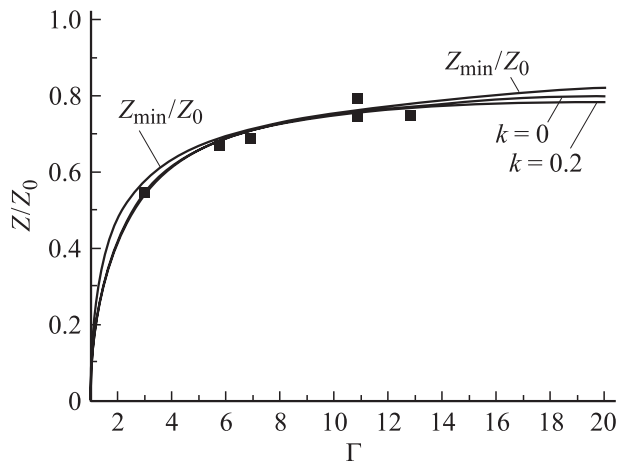


Рис. 4. Зависимость сопротивления линии Z от Γ , рассчитанная для различных k . Z_0 — сопротивление холодной линии, точки — расчет по программе KARAT [9].

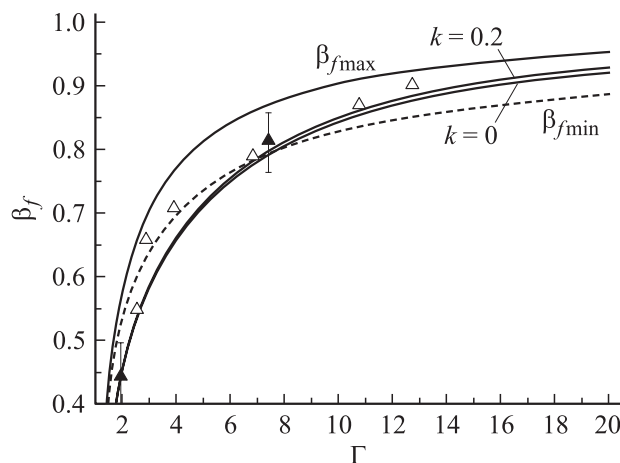


Рис. 5. Зависимость скорости фронта волны магнитной изоляции от Γ . β_f — расчет с учетом и без учета предвестника, $\beta_{f \min}$ — расчет в приближении минимального тока, $\beta_{f \max}$ — предельная скорость движения фронта. \blacktriangle — результаты экспериментов; \triangle — данные численных расчетов PIC-кодом KARAT [9].

В то же время импеданс линии Z меняется не так значительно: расчеты дают уменьшение импеданса на десятки процентов в области низких напряжений (при $U = 0.5$ MV — на 10%) и на единицы — в области высоких (при $U = 15$ MV — на 5%) по сравнению с данными расчетов Z_{\min} в приближении минимального тока (рис. 4). Поэтому полный ток в линии, рассчитанный по двум приближениям, отличается незначительно (рис. 3).

На рис. 5 приведена зависимость скорости движения фронта ВМС $\beta_f = V_f/c$ от напряжения в волне, рассчитанная для двух обсуждаемых подходов при вычислении γ_m . Наибольшее (до 20%) отличие в скоростях фронта наблюдается в области низких напряжений, где наш подход предсказывает более низкие скорости. Для сравнения на этом же рисунке приведена кривая за-

висимости предельной скорости фронта от напряжения $\beta_{f \max} = (\Gamma - 1)^{1/2}(\Gamma + 1)^{1/2}$. Здесь же приведены результаты двух экспериментов по измерению β_f для напряжений $U = 0.46$ [6] и 3.4 MV [7], взятые из работы [8]. Обе расчетные кривые хорошо согласуются с данными по измерению скорости для $U = 3.4$ MV, вблизи которой кривые $\gamma_m(U)$ и $\gamma_{m \min}(U)$ пересекаются (рис. 2). Однако экспериментально полученное значение скорости для $U = 0.46$ MV лучше согласуется с расчетами, проведенными в настоящей работе.

Отметим, что, как показали расчеты, потери энергии в волне-предвестнике слабо влияют на полный ток в линии и скорость фронта ВМС. Учет предвестника приводит к дополнительному увеличению γ_m , и следовательно, к уменьшению тока по катоду.

Сравнение полученных результатов для случая отсутствия предвестника с результатами, основанными на приближении минимального тока в ВМС, показало, что оба подхода дают для полного тока близкие значения (рис. 3). Однако значения γ_m и токов по катоду в электронном слое отличаются существенно, что может быть использовано для экспериментальной проверки предложенного в работе приближения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-02-17754-а).

Список литературы

- [1] Генерация и фокусировка сильноточных релятивистских электронных пучков / Под ред. Л.И. Рудакова. М.: Энергоатомиздат, 1990.
- [2] Greedon J.M. // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46, N 7. P. 2946–2955.
- [3] Гордеев А.В. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 4. С. 784–788.
- [4] Беломытцев С.Я., Кириков А.В., Рыжов В.В. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 9. С. 76–82.
- [5] Belomytsev S.Ya., Kirikov A.V., Ryzhov V.V. // Proc. 13th Int. Symp. High Current Electronics. Tomsk, 2004. P. 77–79.
- [6] Baranchikov E.I., Gordeev A.V., Koba Yu.V. et al. // 6th IAEA Conf. Plas. Phys. Cont. Thermonuclear Reactions. Berchtesgaden, 1976 (unpublished).
- [7] Smith I.D., Champney P.d'A., and Creedon J.M. // Proc. of the Int. Pulsed Power Conf. IEEE. New York, 1976. P. ПС8-1.
- [8] Poukey J.W., Bergeron K.D. // Appl. Phys. Lett. 1978. Vol. 32. N 1. P. 8.
- [9] Tarakanov V.P. User's manual for code KARAT. Berkeley Research Associate Inc., Springfield, VA, 1992.