

01;10

Бесстолкновительный самосогласованный захват электронов в нестационарную потенциальную яму. Особенности динамики захваченных электронов

© В.И. Кузнецов,¹ А.Я. Эндер,¹ S. Kuhn²¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия² Department of Theoretical Physics, University of Innsbruck,
A-6020, Innsbruck, Austria
e-mail: victor.kuznetsov@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 8 февраля 2006 г.)

Изучается начальная стадия самосогласованного захвата электронов в потенциальную яму, формирующуюся в ходе развития апериодической неустойчивости в диоде Пирса. Получена аналитическая оценка для порога по зазору $\delta_{th} = d_{th}/\lambda_D$ (где λ_D — пучковая плазменная длина), выше которого начинается процесс захвата электронов в яму. С использованием численного метода (E, K -кода) подробно изучена нелинейная динамика и функция распределения захваченных электронов. Обнаружено, что захваченные частицы формируются в локализованной в пространстве сгусток с резкими фронтами, который „болтается“ между электродами, вызывая колебания потенциала. Яма оказывается менее глубокой, чем в отсутствие захваченных электронов. Показано, что часть частиц из сгустка периодически уходит на электроды. В результате амплитуда колебаний потенциала постепенно уменьшается, а средняя глубина ямы увеличивается.

PACS: 05.65.+b, 52.27.-h

Введение

Одним из фундаментальных объектов ограниченной бесстолкновительной плазмы является кнудсеновский диод с поверхностной ионизацией (КДПИ). Он имеет горячий эмиттер, с которого в плазму поступают как электроны (за счет термоэмиссии), так и ионы (за счет ионизации на его поверхности атомов щелочных металлов), и холодный (не эмитирующий) коллектор, расположенный на расстоянии d от эмиттера. Электроны и ионы эмитируются с полумаксвелловскими функциями распределения по скоростям с температурой эмиттера и движутся в межэлектродном зазоре без столкновений. Примерами КДПИ являются кнудсеновский термоэмиссионный преобразователь энергии (ТЭП) и Q -машина.

В перекомпенсированном режиме, где с поверхности эмиттера ионов поступает больше, чем электронов, т.е. степень компенсации $\gamma = n_i^0/n_e^0 > 1$ (n_i^0, n_e^0 — концентрации генерируемых ионов и электронов), при достаточно большом положительном внешнем напряжении V состояния плазмы в КДПИ, которые являются полностью самосогласованными стационарными решениями системы уравнений Власова с соответствующими граничными условиями, характеризуются монотонно возрастающими распределениями потенциала [1]. При $d \gg \lambda_D$, где λ_D — дебаевская длина, каждое такое распределение состоит из широкой области квазинейтральной плазмы с практически постоянным потенциалом Φ_p и двух узких заряженных приэлектродных слоев, в которых сосредоточено все приложенное напряжение. В области квазинейтрального плато ионы распределены однородно. Электроны сильно ускоряются на приэмит-

терном скачке потенциала, так что в плазму влетает пучок электронов с малой размазкой по скоростям.

Как в ТЭП, так и на Q -машинах вместо стационарных состояний в экспериментах, как правило, наблюдались сильно нелинейные колебания (см., например, [2–4]). Для перекомпенсированного режима с монотонными распределениями потенциала теоретически определены области существования колебательного режима [5], которые были подтверждены экспериментально [3,6]. Показано [5,7], что при $\Phi_p = V$ пороговое значение величины межэлектродного зазора, при превышении которого в диоде возникают колебания, совпадает с порогом развития неустойчивости в диоде Пирса $d_{in} = \pi\lambda_D$ [8].

Теория самосогласованных нелинейных колебаний в перекомпенсированном режиме КДПИ была разработана в [5,7,9,10]. Для таких колебаний характерно чередование двух стадий: медленной и быстрой. При этом в ходе медленной стадии происходит перераспределение ионов в пространстве, и протекает эта стадия со скоростью движения ионов. В определенные моменты ионной стадии реализуются условия для развития неустойчивости типа апериодической неустойчивости Пирса, и при практически неизменном распределении ионов происходит существенное перестроение распределения потенциала (быстрая стадия). Основные выводы этой теории подтверждены как численными симуляциями [11–14], так и экспериментами в ТЭП [6] и Q -машине [4].

На рис. 1, взятом из работы [10], показана эволюция распределений потенциала за период колебаний. Видно, что в ходе колебательного процесса возникают распределения с довольно глубокой потенциальной ямой для электронов. Яма формируется на электрон-

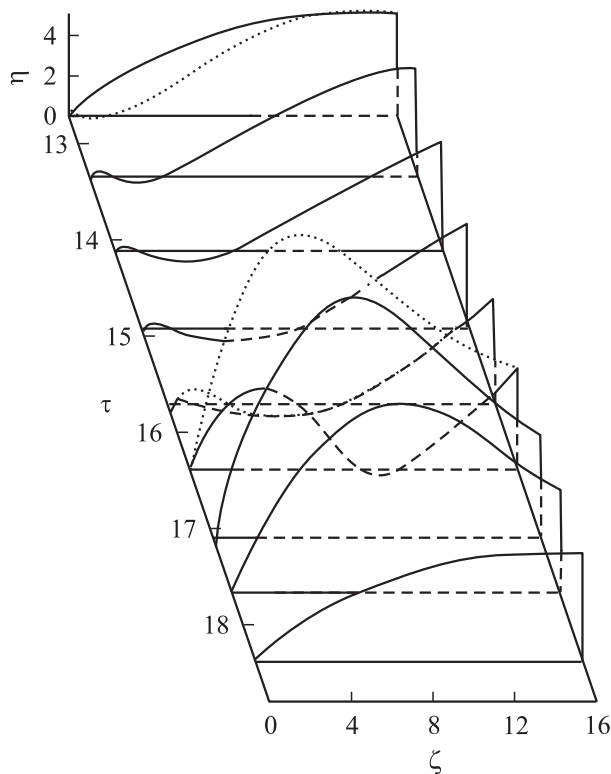


Рис. 1. Эволюция распределения потенциала в КДПИ за период колебаний. Для моментов времени, равных 12,8, 15,7 и 16,5, пунктир — распределения потенциала до начала соответствующего электронного процесса, сплошные кривые — после его завершения.

ной стадии. В ходе такого нестационарного процесса электроны отдают свою энергию электрическому полю. При определенных условиях кинетическая энергия части электронов может обратиться в нуль, что приведет к их отражению и последующему захвату в яму. В теории нелинейных колебаний [10] захват электронов в яму не учитывался. Однако если захваченных электронов появится достаточно много, их присутствие может оказать существенное влияние на развитие электронного процесса и, следовательно, исказить ход последующей ионной стадии.

Данная работа посвящена изучению начальной стадии процесса бесстолкновительного захвата электронов в формирующуюся в ходе развития неустойчивости потенциальную яму. Представляемые результаты частично были опубликованы авторами в трудах конференций [15,16].

Следует отметить, что бесстолкновительный захват электронов в потенциальную яму был обнаружен в ходе численных симуляций с использованием PIC-метода режимов работы плазменных ключей (POS) [17] и процесса формирования состояний с ионным виртуальным катодом в КДПИ [18]. На возможность существования захваченных электронов в КДПИ в режиме без столкновений в этих условиях указывают эксперименты [19].

Моделирование эволюции распределений потенциала в КДПИ с помощью диода Пирса

В [20] проводилось сопоставление характеристик КДПИ в перекомпенсированном режиме и диода Пирса, в котором направленный моноэнергетический поток электронов поступает с эмиттера и движется двумя плоскопараллельными электродами, замкнутыми коротко, а ионы распределены в пространстве однородно, полностью компенсируют заряд электронов в начальный момент и считаются неподвижными в ходе рассматриваемых электронных процессов. Для этого диода многие результаты удается получить аналитически. Диод Пирса стал одной из главных парадигм физики ограниченной плазмы, поскольку он является моделью, которая охватывает основные свойства целого класса процессов и явлений в плазменных диодах и приэлектродных слоях [21].

В диоде Пирса характеристики стационарных состояний полностью определяются значением безразмерного межэлектродного расстояния $\delta = d/\lambda_D$ с дебаевской длиной

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{W}{2\pi e^2 n_0}}, \quad W = \frac{mv_0^2}{2}, \quad (1)$$

где v_0 и n_0 — скорость и концентрация электронов на эмиттере. В дальнейшем в качестве единицы длины будем использовать λ_D , времени — λ_D/v_0 , а потенциала — $2W/e$, так что $\xi = z/\lambda_D$, $\tau = tv_0/\lambda_D$, $\eta = e\Phi/2W$, а напряженность электрического поля $\varepsilon = eE\lambda_D/2W$. При каждом значении δ в диоде может, вообще говоря, существовать несколько стационарных решений. Некоторые из них оказываются неустойчивыми относительно малых электронных возмущений.

В [20] было показано, что для корректного сопоставления характеристик КДПИ и диода Пирса в первом необходимо предварительно провести нормировку потенциала и длины, а в случае необходимости также сместить начало отсчета потенциала и напряженности электрического поля. При сравнении обоих диодов в [20] использовался аппарат η, ε -диаграмм [5]. При построении такой диаграммы решается система стационарных уравнений Власова с заданным распределением ионов для ряда значений электрического поля у эмиттера $\varepsilon(0)$. Для каждого $\varepsilon(0)$ аналитически вычисляется концентрация электронов, рассчитывается распределение потенциала $\eta(\xi)$ и находится значение потенциала $\eta(\delta)$ в точке, где расположен коллектор. Зависимость $\eta(\delta)$ от $\varepsilon(0)$ представляет собой искомую η, ε -диаграмму. В случае отсутствия захваченных электронов точки пересечения этой диаграммы с прямой $\eta(\delta) = V$ определяют все стационарные решения для диода с заданными величиной зазора δ и внешним напряжением V , соответствующие рассматриваемому распределению ионов. При этом решения, для которых наклон диаграммы в точке пересечения отрицателен, являются аperiодически устойчивыми относительно малых электронных возмущений.

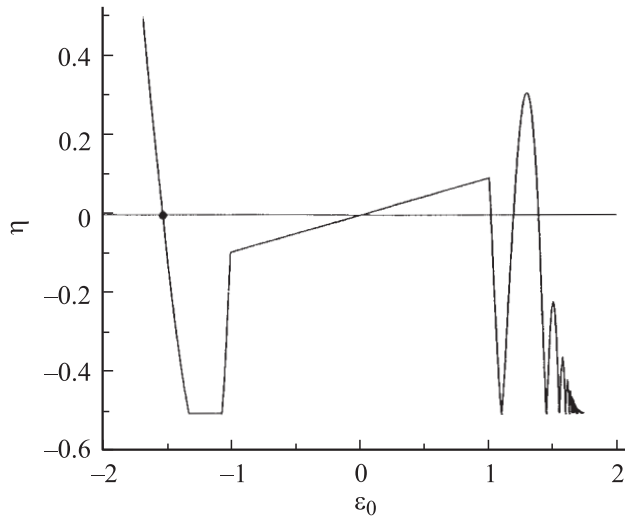


Рис. 2. Пример (η, ε) -диаграммы для диода Пирса. Жирная точка соответствует состоянию с потенциальной ямой.

Пример η, ε -диаграммы для диода Пирса с $\delta = d/\lambda_D = 1.97\pi$ приведен на рис. 2.левой точке пересечения диаграммы с нагрузочной прямой $\eta(\delta) = 0$ соответствует распределение потенциала с ямой для электронов. В [20] было показано, что при $\delta > \pi$ в отсутствие захвата электронов самому левому пересечению диаграммы всегда соответствует распределение потенциала с ямой. Оно близко к квадратичной параболе и с хорошей точностью может быть описано формулой

$$\eta(\xi) = \eta_{\max} F(\xi), \quad F(\xi) = 1 - (2\xi/\delta - 1)^2. \quad (2)$$

Зависимость глубины ямы от величины зазора δ дается аналитической формулой

$$\eta_{\max}(\delta) = \frac{(\delta - \pi + 2)^2}{8} - \frac{1}{2}. \quad (3)$$

В КДПИ распределение потенциала с ямой также прекрасно описывается формулами (2) и (3).

Когда δ превышает значение $\delta_{\text{in}} = \pi$, однородное стационарное состояние диода Пирса перестает быть устойчивым, и развивается неустойчивая аперидическая мода [8]. В КДПИ соответствующее полностью самосогласованное стационарное решение также становится неустойчивым, а развивающаяся мода близка к аналогичной в диоде Пирса [20]. Нелинейная стадия процесса развития электронной неустойчивости в кнуденовских диодах изучалась численно в ряде работ (в КДПИ — в [7,22], а в диоде Пирса — в [23,24]). В [7] впервые было показано, что в зависимости от начальных условий для возмущений (фазы собственной моды) в КДПИ на нелинейной стадии на распределении потенциала либо формируется положительный горб, и процесс завершается в состоянии с потенциальной ямой для электронов, либо процесс заканчивается в состоянии, которое характеризуется распределением

потенциала с виртуальным катодом, ограничивающим электронный ток. Аналогичный результат был позже получен в [23].

При изучении динамики захвата электронов в потенциальную яму нас будут интересовать только процессы первого типа. В [7,23,24] было установлено, что как в КДПИ, так и в диоде Пирса при $\delta < 1.5\pi$ захвата электронов в потенциальную яму не происходит. С другой стороны, для больших величин зазора были обнаружены многократно отраженные электроны (например, в [24] этот эффект наблюдался при $\delta = 2.5\pi$). Поэтому можно ожидать, что пороговая величина зазора δ_{th} , при превышении которой происходит захват электронов в яму, лежит где-то в интервале от $(1.5-2.5)\pi$.

При теоретическом изучении развития электронной неустойчивости предполагается, что распределение ионов не изменяется в течение всего процесса. В принципе, в диоде Пирса такую ситуацию можно реализовать экспериментально, если ионы инжектировать в межэлектродный зазор перпендикулярно электронному потоку [25]. Если скорость ионов достаточно велика, то они успевают покинуть зазор практически без изменения своей концентрации как в продольном, так и в поперечном направлении. И следовательно, вновь поступающие ионы с однородным распределением по пространству будут в течение всего электронного процесса обеспечивать требуемый в теории ионный фон.

Оценка величины порога захвата электронов

Рассмотрим диод Пирса с величиной зазора $\delta > \delta_{\text{in}}$, когда в ходе развития аперидической неустойчивости формируется потенциальная яма для электронов. Вычислим изменение полной энергии электрона при его движении через яму. Для электрона, вылетевшего с эмиттера в момент τ_0 со скоростью u_0 и прилетевшего в точку (ξ, τ) со скоростью u , изменение энергии за счет взаимодействия с нестационарным электрическим полем определяется следующим образом:

$$\left[\frac{u^2}{2} - \eta(\xi, \tau) \right] - \frac{u_0^2}{2} = G(\xi, \tau; u_0, \tau_0). \quad (4)$$

Функция G связана с изменением поля соотношением [9]

$$G(\xi, \tau; u_0, \tau_0) = - \int_{\tau_0}^{\tau} dt \frac{\partial}{\partial t} \eta(x, t) \Big|_{x=x(t; u_0, \tau_0)}, \quad (5)$$

где интеграл берется вдоль траектории электрона. В случае $G > 0$ электрон получает энергию от поля, а при $G < 0$ — отдает. Очевидно, что при движении в стационарном поле $G \equiv 0$.

На поздних стадиях формирования потенциальной ямы потенциал везде в зазоре оказывается положительным и возрастает с ростом τ . Поэтому $\partial \eta(\xi, \tau) / \partial \tau > 0$

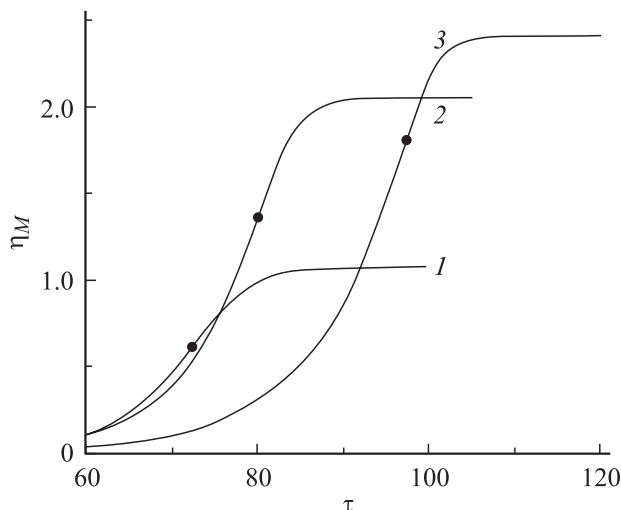


Рис. 3. Эволюция максимального значения на распределении потенциала во времени. $\delta/\pi = 1.5$ — кривая 1, 1.8 (2), 1.9 (3). Жирными точками отмечены моменты, когда $\partial\eta_M/\partial\tau$ достигает максимального значения.

при всех ξ . Как видно из (5), для электрона, летящего в таком поле, величина G оказывается отрицательной, т.е. при движении от эмиттера к коллектору электрон все время теряет свою энергию. Эти потери будут накапливаться вдоль траектории и могут оказаться довольно большими — сравнимыми с начальной энергией электрона на эмиттере $W_0 = u_0^2/2$. С ростом межэлектродного расстояния потери энергии возрастают, и существует такое критическое значение ширины зазора δ_{th} , при превышении которого $|G|$ становится больше, чем W_0 . В результате электрон не сможет долететь до коллектора, отразится от потенциального барьера около коллектора и в дальнейшем окажется захваченным в потенциальную яму.

Для вычисления функции G нужно оценить скорость изменения потенциала $\eta(\xi, \tau)$. Численные расчеты электронных процессов с формированием электронной потенциальной ямы показали, что при сравнительно малых величинах зазора (когда отсутствует захват электронов в яму) и в КДПИ [7], и в диоде Пирса [24] каждый такой процесс состоит из трех этапов. На первом он развивается в соответствии с линейной теорией (см., например, обзорные статьи [25,26] и ссылки в них), т.е. распределение потенциала совпадает с собственной модой: обладает синусоидальной формой в пространстве, которая эволюционирует во времени с инкрементом, близким к теоретическому, и остается подобной себе. На следующем этапе включаются нелинейные процессы и, даже если вначале линейный инкремент был мал, скорость изменения глубины потенциальной ямы $\partial\eta_M(\tau)/\partial\tau$, где $\eta_M(\tau)$ — максимум на распределении потенциала в момент τ , начинает возрастать и достигает максимального значения (см. рис. 3). Момент достижения максимума в дальнейшем будем обозначать τ^* . Скорость изменения $\eta_M(\tau)$ на втором этапе

будем характеризовать „мгновенным“ инкрементом

$$\Gamma_l(\tau) = \frac{d}{d\tau} \ln[\eta_M(\tau)]. \quad (6)$$

На третьем этапе, который начинается в момент τ^* , рост глубины ямы замедляется, $\partial\eta_M(\tau)/\partial\tau$ убывает и, в конце концов, обращается в нуль. При этом сама величина η_M продолжает возрастать и стремится к $\eta_{max}(\delta)$. Скорость изменения $\eta_M(\tau)$ на этом этапе, по аналогии с (6), будем оценивать „мгновенным“ декрементом

$$\Gamma_r(\tau) = \frac{d}{d\tau} \ln[\eta_{max}(\delta) - \eta_M(\tau)]. \quad (7)$$

Для оценки величин Γ_l и Γ_r мы выполнили упрощенные расчеты процессов в диоде Пирса с формированием потенциальной ямы для ряда значений δ из интервала $(1.5\pi, 2.0\pi)$. Численный код описан в следующем разделе. Упрощение было связано с тем, что в ходе расчетов выбрасывались отраженные электроны. Зависимости $\eta_M(\tau)$ представлены на рис. 3. Все рассмотренные процессы завершались в состояниях с потенциальной ямой, у которых распределения потенциала и концентрации электронов с высокой точностью совпадали со стационарными решениями, соответствующими самой левой точке на η, ε -диаграмме.

Зависимости величин Γ_l и $-\Gamma_r$ от τ в окрестности точки τ^* показаны на рис. 4. Если линейный инкремент в интервале $1.5\pi < \delta < 2.0\pi$ убывает от 0.16 до 0, то мгновенный инкремент Γ_l при $\tau < \tau^*$ для всех указанных величин δ остается практически постоянным и равен примерно 0.11, а при $\tau > \tau^*$ для каждого значения зазора абсолютная величина Γ_r возрастает со временем и ее среднее значение варьируется от 0.16 до 0.32.

При оценке потерь энергии электроном, движущимся в формирующейся потенциальной яме, будем предполагать, что форма профиля ямы остается неизменной

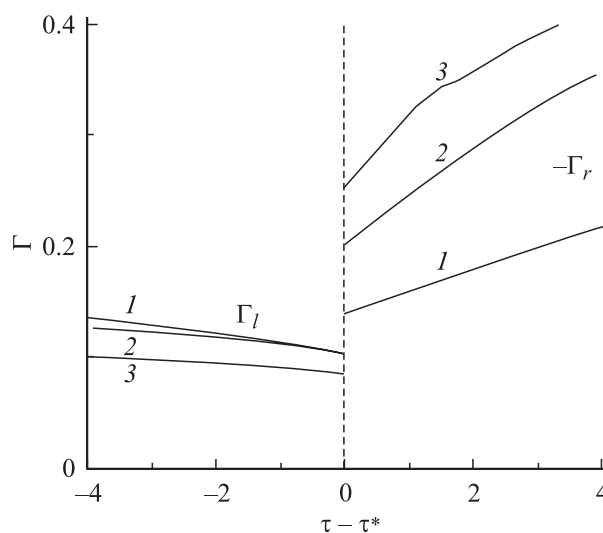


Рис. 4. Зависимости Γ_l и Γ_r от τ в окрестности точки τ^* . Нумерация кривых соответствует рис. 3.

и пропорциональной функции $F(\xi)$ (2), а изменение глубины ямы характеризуется постоянным средним инкрементом Γ (см. формулы (6), (7)), т.е.

$$\eta(\xi, \tau) = \eta_{\max} \left\{ \frac{1}{2} \exp(\Gamma(\tau - \tau^*)) \Theta(\tau^* - \tau) + \left[1 - \frac{1}{2} \exp(-\Gamma(\tau - \tau^*)) \right] \Theta(\tau^* - \tau) \right\} F(\xi), \quad (8)$$

здесь $\Theta(x)$ — функция скачка Хевисайда.

При расчете траектории электрона будем предполагать, что движение электрона происходит в стационарном поле, соответствующем тому, которое было в момент его вылета с эмиттера при $\tau = \tau_0$. В таком поле уравнение движения интегрируется аналитически, и для траектории $\xi(\tau; u_0, \tau_0)$ получаем

$$\xi = (\delta/2) \{ 1 - \cos[f(\tau - \tau_0)] \} + (u_0/f) \sin[f(\tau - \tau_0)], \quad (9)$$

$$f = \left[\frac{(\delta - \pi + 2)^2 - 4}{2\delta^2} \right]^{1/2} \times \begin{cases} \exp(-\Gamma\Delta\tau^*/2), & \tau_0 \leq \tau^*, \\ [2 - \exp(-\Gamma\Delta\tau^*)]^{1/2}, & \tau_0 \geq \tau^*, \end{cases} \quad (10)$$

где $\Delta\tau^* = |\tau^* - \tau_0|$. Траектория может быть рассчитана для электрона, вылетающего с эмиттера в любой момент времени. Легко показать, что время пролета электрона через зазор равно

$$\Delta\tau_d = \tau_d - \tau_0 = 2/f \arctan[\delta f / (2u_0)]. \quad (11)$$

Величина $\Delta\tau_d$ изменяется в интервале от π/f до δ/u_0 , поскольку при $\tau_0 \rightarrow -\infty$ она стремится к δ/u_0 , а для электрона, движущегося в сформированной яме параболической формы, время пролета через зазор равно π/f .

Вычислив $\partial\eta/\partial\tau$ с использованием (8) и подставив явную зависимость $\xi(\tau; u_0, \tau_0)$ (9) в $F(\xi)$ (2), для $G(\xi, \tau; u_0, \tau_0)$ при $\tau > \tau^*$ из (5) получим

$$G(\xi, \tau; u_0, \tau_0) = -\frac{(\delta - \pi + 2)^2 - 4}{16} \times \Gamma \left\{ h(\Gamma, \Delta\tau^*) - h(\Gamma, 0) \exp(-\Gamma\Delta\tau^*) + h(-\Gamma, \tau - \tau_0) \exp(-\Gamma(\tau - \tau^*)) - h(-\Gamma, \Delta\tau^*) \right\}. \quad (12)$$

Здесь

$$h(y, t) = \frac{1}{2f^2\delta^2} \left[\frac{\delta^2 f^2 - 4}{y} - \frac{(\delta^2 f^2 - 4)y + 8\delta f^2}{4f^2 + y^2} \cos 2ft - \frac{2f(\delta^2 f^2 - 4 - 2\delta y)}{4f^2 + y^2} \sin 2ft \right]. \quad (13)$$

Функция $|G(\delta)|$ с ростом δ возрастает почти пропорционально росту глубины потенциальной ямы,

т.е. как δ^2 , поскольку средний инкремент с ростом δ не убывает, а функция h слабо зависит от δ . Поэтому должен существовать предельный зазор δ_{th} , при превышении которого $|G(\delta)|$ окажется больше начальной энергии электрона. В результате такой электрон не сможет долететь до коллектора. Он отразится от потенциального барьера в приколлекторной области, будет продолжать терять энергию при обратном движении в яме в сторону эмиттера, отразится от барьера около эмиттера и, в конце концов, окажется захваченным в потенциальную яму.

Минимальная величина зазора, при которой может произойти захват электронов, определяется из условия, что первое отражение произойдет на коллекторе, тогда $|G(\delta, \tau_d; u_0, \tau_0)| = u_0^2/2$. Подставив в это равенство выражение для G (12), условие захвата можно записать в виде

$$F(\delta, \Gamma) \equiv \frac{(\delta - \pi + 2)^2 - 4}{16} \times \Gamma \left\{ g(\Gamma, \Delta\tau^*) - h(\Gamma, 0) \exp(-\Gamma\Delta\tau^*) + h(-\Gamma, \Delta\tau_d) \exp(-\Gamma(\Delta\tau_d - \Delta\tau^*)) - h(-\Gamma, \Delta\tau^*) \right\} - \frac{1}{2} = 0. \quad (14)$$

Здесь функции h , f и $\Delta\tau_d$ определяются формулами (13), (10) и (11) соответственно. Зависимости F от δ для наименьшего ($\Gamma = 0.15$) и наибольшего ($\Gamma = 0.20$) средних значений инкремента (в соответствии с рис. 4) представлены на рис. 5. Здесь $\Delta\tau^*$ положено равным $\Delta\tau_d$. Видно, что для диода Пирса порог захвата электронов δ_{th} лежит в промежутке между 1.8π и 2.0π .

Сделанные нами в ходе оценки порога захвата предположения не могут сильно сказываться на значении этой величины. Поэтому можно утверждать, что захват электронов в потенциальную яму, формирующуюся в

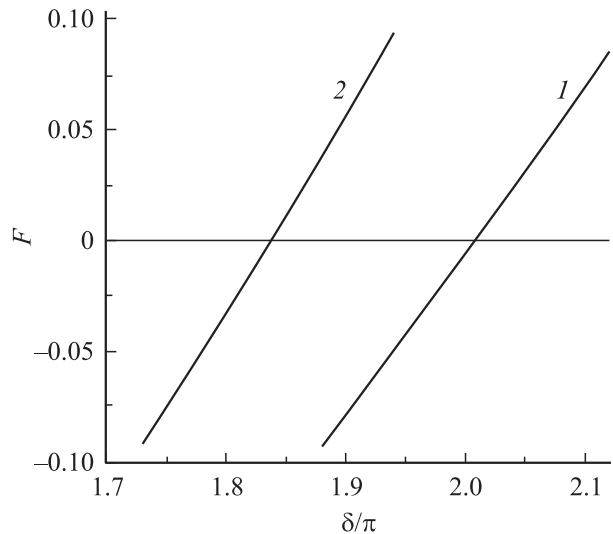


Рис. 5. Зависимость $F(\delta)$ для $\bar{\Gamma} = 0.15$ (кривая 1) и 0.20 (2).

ходе развития аperiodической неустойчивости Пирса, лежит в окрестности 2π . И действительно, как показали численные расчеты, δ_{th} лежит в интервале $(1.85\pi, 1.9\pi)$.

Описание E, K -кода

Для уточнения величины порога захвата электронов в диоде Пирса, изучения динамики захваченных частиц, а также их обратного влияния на эволюцию распределения потенциала в диоде нами были проведены численные расчеты процессов с формированием потенциальной ямы для ряда величин δ (см. следующий раздел). Использовался E, K -код, созданный А.Я. Эндером и В.И. Кузнецовым более 20 лет назад. Первоначально он предназначался для изучения нелинейных нестационарных ионных процессов в КДПИ [9,10]. Особенность кода состоит в том, что он содержит как численные, так и аналитические элементы. С его помощью была создана теория нелинейных колебаний в КДПИ [7,9,10]. Основные положения этой теории нашли свое подтверждение в экспериментах [2–4,6]. В дальнейшем E, K -код был модифицирован для изучения нелинейных нестационарных электронных процессов в диодах [27–29].

Главное достоинство кода состоит в том, что он позволяет рассчитывать функцию распределения (ФР) заряженных частиц по скоростям с заданной степенью точности. При расчете ФР используется условие, что в бесстолкновительной плазме эта функция сохраняется вдоль траектории каждой частицы $\xi(\tau) = \xi(\tau; u_0, \tau_0)$, $v(\tau) = v(\tau; u_0, \tau_0)$, которая удовлетворяет уравнениям $\dot{\xi}(\tau) = v(\tau)$, $\dot{v}(\tau) = (q/m)\varepsilon(\xi(\tau), \tau)$, (q и m — заряд и масса частицы) с начальными условиями $\xi(\tau_0) = 0$, $\dot{\xi}(\tau_0) = u_0$. Тогда для $\tau_0 \leq \tau$ имеем

$$f(\xi(\tau), v(\tau), \tau) = f_0^+(u_0, \tau_0). \quad (15)$$

Здесь f_0^+ — ФР частиц, вылетающих с эмиттера; эта функция известна.

Вычисление ФР в узле (ξ_k, τ^p) пространственно-временной сетки сводится к расчету траекторий некоторого количества „пробных“ частиц. Пусть известны скорость $v^{(1)}$ прилета частицы в точку ξ_k в момент времени τ^p и распределение электрического поля во все моменты $\tau \leq \tau^p$. Особенность метода заключается в том, что расчет траектории ведется в обратном направлении по времени до момента пересечения траекторией поверхности эмиттера. В результате определяются скорость $u_0^{(1)}$ и время $\tau_0^{(1)}$ вылета рассматриваемой частицы с эмиттера, и в соответствии с соотношением (15) вычисляется значение $f(\xi_k, v^{(1)}, \tau^p)$. Затем вышеописанная процедура повторяется для нового значения скорости прилета $v^{(2)} = v^{(1)} + \Delta v$ и т.д. Для обеспечения необходимой точности вычисления ФР и ее моментов величина шага Δv выбирается такой, чтобы разность между значениями ФР на соседних траекториях не превосходила некоторой заданной величины. В этом случае шаг по скорости прилета автоматически подстраивается под изменение ФР, что позволяет также находить положения

точек разрыва этой функции в пространстве скоростей с заданной степенью точности.

При расчетах электронных процессов шаг по времени $\Delta\tau$ выбирается порядка времени пролета электронов через дебаевскую длину. Необходимые для расчета траекторий в момент τ^p электрические поля хранятся в памяти в виде двумерного массива $\{\varepsilon_k^s\}$, где $k = 0, \dots, N$, а $s \leq p$. Для обеспечения высокой точности вычисления параметров траектории электрическое поле внутри каждой ячейки $(\xi_{k-1}, \xi_k)(\tau^{s-1}, \tau^s)$ аппроксимируется линейной функцией по координате и времени, а положение и скорость частиц представляются в виде рядов по степеням $(\tau - \tau^s)$, коэффициенты которых определяются по простым рекуррентным формулам. Такая аппроксимация поля обеспечивает его непрерывность при переходе из ячейки в ячейку, что уменьшает влияние дискретности сетки и позволяет увеличивать ее размеры.

Вычисление распределения электрического поля в каждый момент τ^p проводится последовательно от эмиттера до коллектора с использованием теоремы Гаусса

$$\varepsilon_k^p = \varepsilon_{k-1}^p + (\Delta n_i)_k - (\Delta n_e)_k^p, \quad k = 1, \dots, N, \quad (16)$$

где $(\Delta n_i)_k$ и $(\Delta n_e)_k^p$ — абсолютные величины заряда ионов и электронов внутри слоя (ξ_{k-1}, ξ_k) . Наряду с этим вычисляются значения потенциала в узлах

$$\eta_k^p = \eta_{k-1}^p - \frac{1}{2}(\varepsilon_{k-1}^p + \varepsilon_k^p)(\xi_k - \xi_{k-1}). \quad (17)$$

Поскольку из граничных условий известны только значения потенциала на электродах: $\eta_0 = 0$, $\eta_N = V$, в качестве пристрелочного параметра использовалась напряженность поля на эмиттере $\tilde{\varepsilon}_0$. После вычислений по формулам (16), (17) на коллекторе получается значение потенциала $\tilde{\eta}_N$, которое, вообще говоря, отличается от V . Если теперь положить $\varepsilon_0 = \tilde{\varepsilon}_0 + (\tilde{\eta}_N - V)/\delta$, то новое значение η_N в точности совпадает с V .

Предварительные расчеты процесса захвата электронов в яму показали, что захваченные частицы формируются в локализованные в пространстве сгустки с резкими фронтами. Кроме того, на концентрации этих частиц образуются всплески δ -образного характера. Поэтому для корректного учета заряда внутри ячейки необходимо вычислять концентрацию электронов в ряде промежуточных точек. E, K -код позволяет, не вводя новых ячеек, вычислять ФР в любой промежуточной точке. При этом расстояние между такими точками выбирается из условия, чтобы градиент концентрации был меньше заданной величины, которая определяется экспериментально.

При расчете траекторий в момент τ^p распределения электрического поля $\varepsilon(\xi, \tau^p)$ оказываются известными во все предшествующие моменты, но неизвестными для $\tau = \tau^p$. Искомое распределение поля сначала находится путем экстраполяции по распределениям в предыдущие моменты. После вычисления концентрации электронов $n_e(\xi, \tau^p)$ распределение поля определяется более точно по алгоритму, используемому формулы (16), (17). При необходимости нового уточнения $\varepsilon(\xi, \tau^p)$ проводятся итерации.

Численные расчеты процессов с захватом электронов

В расчетах ФР электронов на эмиттере выбиралась в виде „воротиков“

$$f_0^+(u) = (2\Delta)^{-1} \Theta[\Delta^2 - (1-u)^2] \quad (18)$$

с $\Delta = 0.02$. Из физических соображений ясно, что при малых величинах Δ результаты расчетов нестационарных процессов не будут зависеть от вида ФР внутри промежутка $(1-\Delta, 1+\Delta)$. В пределе, когда $\Delta \rightarrow 0$, функция (18) переходит в δ -функцию, а рассматриваемая модель — в классический диод Пирса.

Для сеток были выбраны следующие значения параметров: пространственные ячейки имели постоянную ширину $\Delta\xi = \delta/N$ с $N = 200$, а $\Delta\tau = 0.1$. Величина шага по скорости прилета Δv выбиралась автоматически в соответствии с величиной градиента ФР. При нахождении границ областей разрывов ФР Δv оказывалась значительно меньше Δ . До момента $\tau_s = 40.0$, выбранного в качестве начала счета, распределение электрического поля задавалось в узлах пространственно-временной сетки в соответствии с линейной теорией [30]. При этом знак амплитуды возмущения напряженности электрического поля у эмиттера выбирался отрицательным. Именно в этом случае процесс идет к состоянию с потенциальной ямой для электронов. В момент $\tau = \tau_s$ включался самосогласованный расчет по E, K -коду.

Расчеты были выполнены для пяти величин межэлектродного зазора: $\delta/\pi = 1.5, 1.8, 1.85, 1.9, 1.97$. На начальном этапе при всех δ процессы развивались с сохранением формы начального возмущения потенциала: имели один максимум $\eta_m > 0$ и один минимум $\eta_m < 0$, а скорость нарастания была близкой к инкременту, рассчитанному по линейной теории для соответствующей величины зазора. Распределение потенциала между эмиттером и следующей точкой с нулевым потенциалом ξ_0 является потенциальной ямой для электронов. Затем эволюция возмущения потенциала переходила на нелинейную стадию: η_m продолжала возрастать, но точки ξ_m и ξ_0 начинали перемещаться к коллектору. Потенциальная яма становилась глубже и шире. Двигаясь в яме, электроны за счет взаимодействия с изменяющимся во времени электрическим полем теряли свою энергию. Кроме того, они дополнительно замедлялись потенциальным барьером, лежащим в области отрицательных значений потенциалов, так что в окрестности точки ξ_m происходило сильное торможение электронов, и на их концентрации формировался резкий максимум.

При $\delta/\pi = 1.5, 1.8, 1.85$ процессы протекали без отражения электронов и завершались в состоянии с потенциальной ямой, соответствующим крайней левой точке пересечения η, ε -диаграммы с нагрузочной прямой $\eta(\delta) = 0$. Для каждого δ вычислялась минимальная скорость электронов v_{\min} ; эта величина с ростом δ уменьшалась (рис. 6). Проследивая тенденцию падения v_{\min} , можно было предположить, что при $\delta = 1.9\pi$ она станет

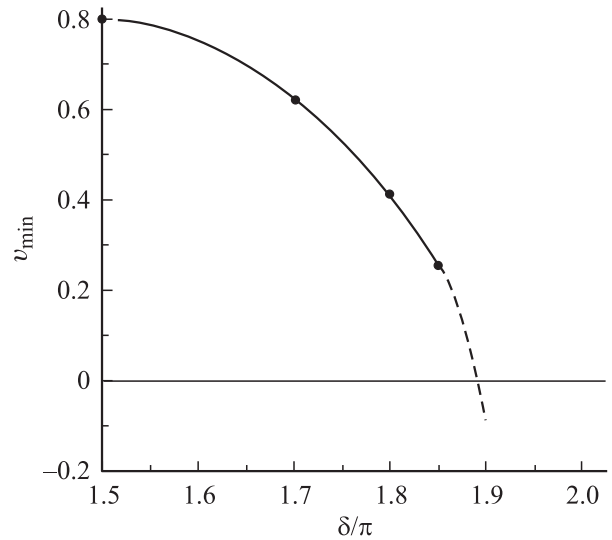


Рис. 6. Зависимость минимальной скорости электронов в ходе нестационарного процесса от величины зазора.

отрицательной. И действительно, при этой величине зазора появились отраженные электроны.

Таким образом, установлено, что в диоде Пирса порог захвата электронов δ_{th} лежит в диапазоне $(1.85-1.90)\pi$, с чем хорошо согласуется наша аналитическая оценка.

Процесс при $\delta = 1.9\pi$

Отраженные электроны появляются примерно в момент $\tau = 58.3$ (от начала включения самосогласованного расчета) в очень узкой области около коллектора: $1.885 < \xi/\pi < 1.890$. Максимальная скорость изменения глубины потенциальной ямы достигается в момент $\tau^* = 57.4$ (кривая 3 на рис. 3), а время движения электронов до точки отражения составляет примерно 5.5 единиц, т.е. можно утверждать, что когда электроны двигались от эмиттера до точки отражения, электрическое поле изменялось наиболее сильно, и они очень интенсивно теряли свою энергию. К моменту появления отраженных электронов потенциал везде в зазоре оказывается положительным, т.е. появление таких электронов обусловлено не наличием отрицательного потенциального барьера, а именно потерей энергии электронами за счет взаимодействия с нестационарным электрическим полем.

Из рис. 7, на котором представлены зависимости скорости вылета электронов с эмиттера u_0 от скорости прилета v для ряда точек из окрестности области отражения, можно понять, что отражаются „самые медленные“ частицы из ФР на эмиттере (из окрестности левой границы воротиков $1-\Delta$). В реальных пучково-плазменных диодах обрезка ФР электронов на эмиттере слева существует всегда. С другой стороны, быстрые электроны (из „хвоста“ ФР) всегда достигают поверхности коллектора, поэтому вид ФР в области больших скоростей практически не сказывается на процессе захвата. Таким образом, выбор ФР электронов на

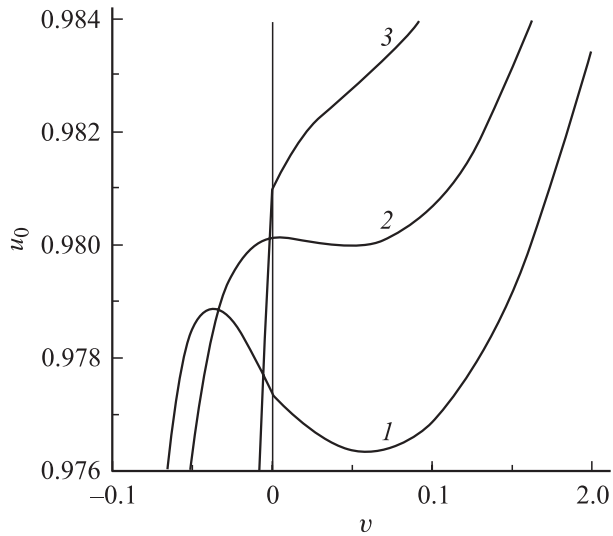


Рис. 7. Зависимость скорости вылета электронов с эмиттера u_0 от скорости прилета u в момент $\tau = 58.4$; $\xi/\pi = 1.8810$ (кривая 1), 1.8853 (2), 1.8905 (3); $\delta = 1.9\pi$.

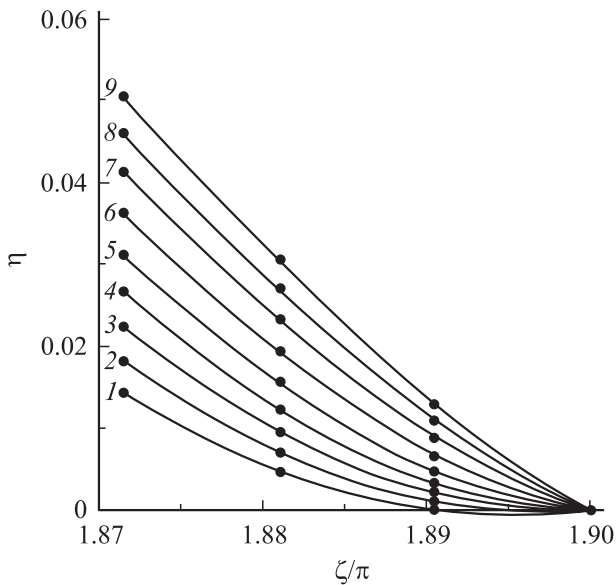


Рис. 8. Эволюция распределения потенциала около коллектора в моменты, близкие к началу отражения электронов. Кривые 1–9 соответствуют моментам $\tau = 58.3, 58.4, \dots, 59.1$; $\delta = 1.9\pi$.

эмиттере в виде воротиков (18) при изучении процесса бесстолкновительного захвата электронов физически вполне оправдан.

Отраженные электроны появлялись в течение примерно 0.7 единиц времени. К концу этого процесса заряд всех отраженных электронов составил около 3% от полного заряда электронов в зазоре. При этом с течением времени область, занимаемая такими частицами, расширялась как влево, так и вправо. Появление отраженных электронов все ближе и ближе к коллектору проясняет эволюция распределения потенциала около

коллектора (рис. 8). Видно, что уровень потенциала, ниже которого происходит отражение ($\eta \approx 0.005$), со временем смещается к коллектору. На эмиттере (в плоскости $\{u_0, \tau_0\}$) отраженным электронам соответствует одноязычная область Ω_0 , которая снизу ограничена прямой $u_0 = 1 - \Delta$, а сверху — кривой θ , близкой к квадратичной параболе (рис. 9, а).

На рис. 10, а показана эволюция полного заряда отраженных электронов — Q_r . К концу процесса отражения рост Q_r прекратился, и в течение всего промежутка времени, пока отраженные частицы двигались к эмиттеру, эта величина оставалась постоянной. Особенностью изучаемого процесса является то, что все отразившиеся электроны сгруппировались в локализованный в пространстве в сгусток, движущийся в сторону эмиттера. При этом ширина сгустка по мере его продвижения к

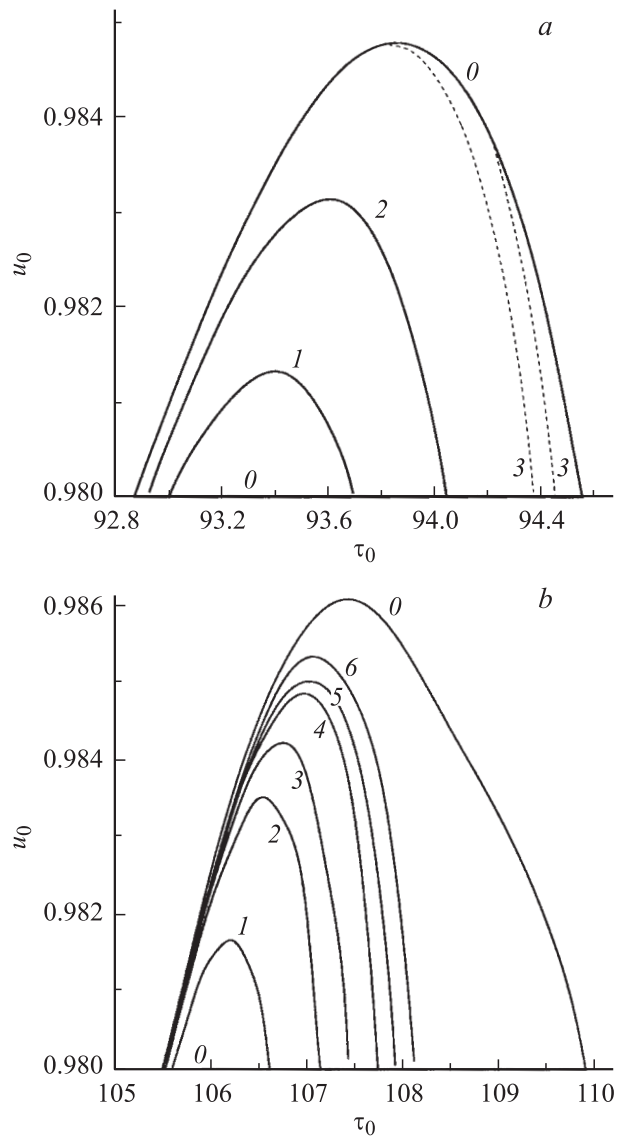


Рис. 9. Изменение области Ω_0 после ухода захваченных электронов на электроды; а) $\delta = 1.9\pi$, б) 1.97π . Граничная линия θ соответствует моменту формирования сгустка, линии 1–6 — последовательному уходу электронов на электроды.

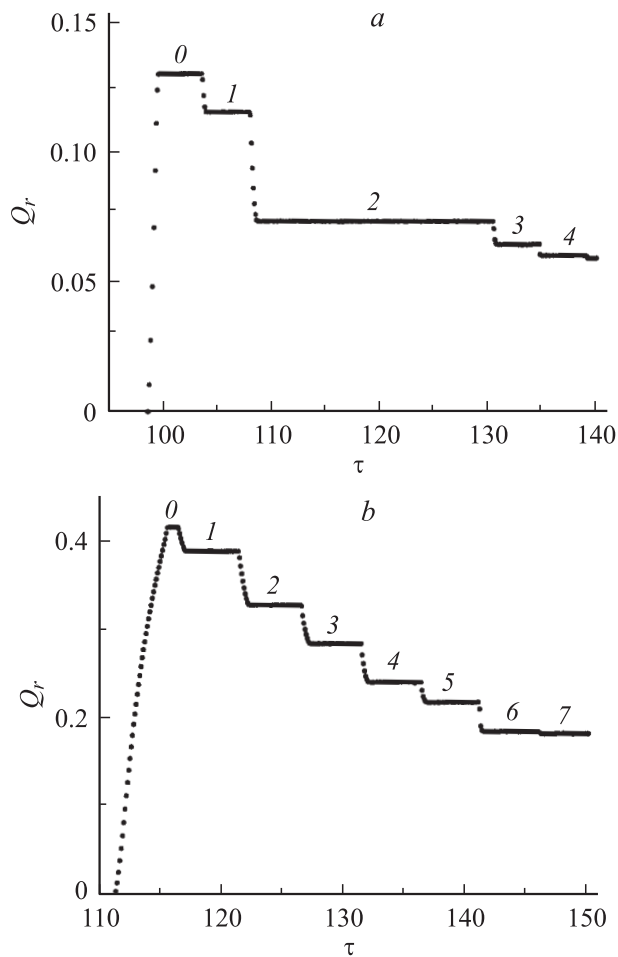


Рис. 10. Эволюция полного заряда захваченных электронов; а) $\delta = 1.9\pi$, б) 1.97π .

центру зазора увеличивалась, затем начала уменьшаться. При достижении эмиттерной области часть электронов из сгустка ушла на эмиттер, а остальные частицы отразились и стали двигаться в сторону коллектора. При достижении коллекторной области часть частиц из сгустка снова ушла на электрод, а остальные повернули и полетели в сторону эмиттера. После этого в течение 4-х пролетов между электродами частицы из сгустка не попадали на электроды. Затем процесс ухода частиц на электроды возобновился, при этом сгусток расщепился на две части, разнесенные как в пространстве, так и по скоростям. Рис. 9, а показывает частицы, уходящие на электроды. После первого подлета к эмиттеру сгусток покинули частицы, занимавшие на множестве Ω_0 область, лежащую ниже кривой 1. Частицы, занимавшие область, ограниченную кривыми 1 и 2, покинули сгусток после следующего подлета к электроду. И наконец, когда сгусток расщепился на две части, из него ушли частицы, лежащие между штриховыми кривыми 3.

Колебания сгустка в яме приводят к колебаниям распределения потенциала и его максимального значения η_M , т.е. глубины ямы (рис. 11, а). При этом яма оказывается мельче, чем была бы в отсутствие отраженных

частиц (штриховая кривая). Частота колебаний потенциала в два раза выше частоты колебаний сгустка. Форма кривой $\eta_M(\tau)$ различна в периоды, соответствующие движению сгустка от эмиттера к коллектору и обратно. Когда сгусток находится в центральной части зазора, его заряд оказывает сильное влияние на распределение потенциала, и зависимость $\eta_M(\tau)$ достигает наименьших значений. Когда он находится около электродов, влияние заряда захваченных частиц на распределение потенциала сильно ослабляется, и $\eta_M(\tau)$ принимает наибольшие значения. Причем, поскольку сгусток преодолевает цен-

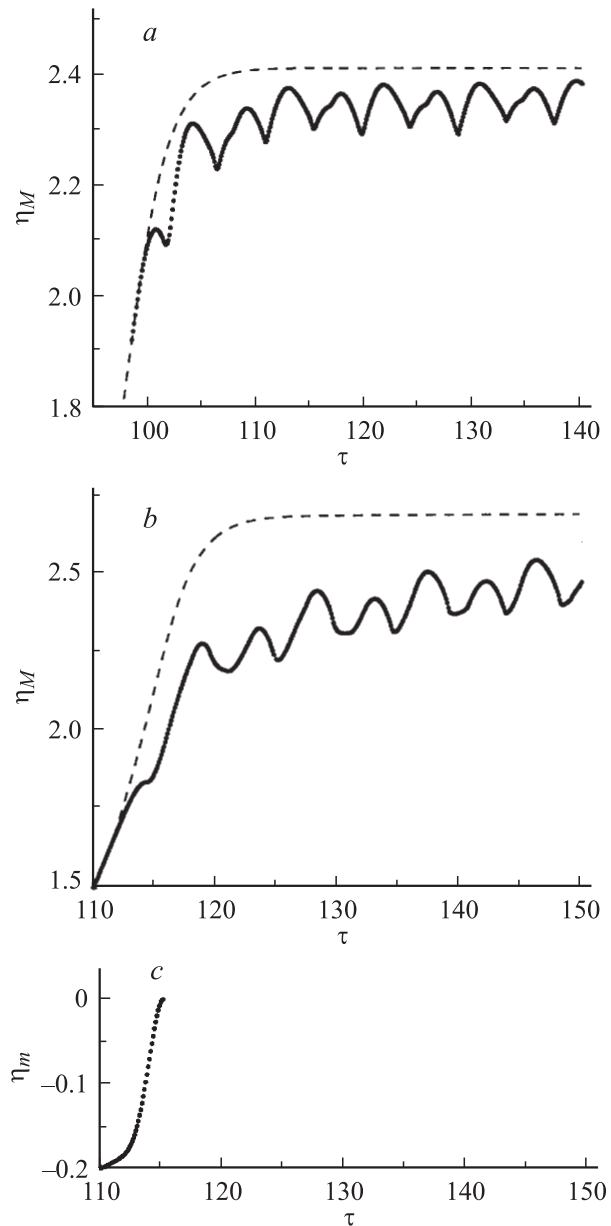


Рис. 11. Эволюция глубины потенциальной ямы в ходе процесса ее формирования. Для сравнения штриховая кривая показывает изменение глубины ямы в расчетах с выбрасыванием отраженных электронов; а) $\delta = 1.9\pi$, б) 1.97π , в) эволюция вершины потенциального барьера для электронов в диоде с $\delta = 1.97\pi$.

тральную часть зазора довольно быстро, минимумы на зависимости $\eta_M(\tau)$ оказываются резкими. Уход части захваченных электронов на электроды приводит к постепенному уменьшению амплитуды колебаний и увеличению средней глубины ямы.

Процесс при $\delta = 1.97\pi$

Диод с величиной зазора $\delta = 1.97\pi$ находится дальше от порога δ_{th} , чем диод с $\delta = 1.9\pi$, в нем процесс захвата электронов в яму происходит более интенсивно, с большим количеством захваченных частиц, и последние оказывают более сильное влияние на распределение потенциала.

В отличие от случая $\delta = 1.9\pi$, здесь отражение электронов начинается в тот момент, когда на распределении потенциала еще существует отрицательный минимум. Отраженные частицы появляются в точке $\xi_r \approx 1.833\pi$, лежащей в области отрицательных значений потенциала чуть левее положения его минимума: $\xi_m \approx 1.845\pi$. В этот момент величина потенциального барьера составляет менее 40% от начальной энергии электронов, так что взаимодействие электронов с полем вносит существенный вклад в процесс отражения. Завершается процесс отражения, когда потенциал везде в зазоре положителен. Потенциальный барьер η_m существует примерно в течение 3.7 единиц времени (от начала отражения), перемещается к коллектору, где и исчезает (рис. 11, *с*). После этого процесс отражения электронов продолжается еще в течение примерно 0.4 единиц времени.

Как и в случае $\delta = 1.9\pi$, отраженные электроны формируются в сгусток, но теперь его заряд составляет примерно 7% от полного заряда электронов внутри зазора. При прохождении окрестности электродов часть захваченных частиц уходит на электрод, так что заряд сгустка Q_r постепенно уменьшается (рис. 10, *б*). При движении между электродами величина Q_r сохраняется с точностью, превышающей 0.1%. Этот факт служит доказательством правильности расчетов и демонстрирует высокую точность вычисления распределения частиц в сгустке при использовании *E, K*-кода. Уход части отраженных электронов на электрод после пролета через потенциальную яму связан со следующим обстоятельством. Когда процесс захвата частиц завершился, глубина потенциальной ямы уже не увеличивается монотонно, а начинает колебаться. В точке отражения электрон имеет нулевую кинетическую энергию. Когда такой электрон летит через яму и ее глубина увеличивается, он теряет свою энергию, но когда глубина ямы уменьшается, электрон приобретает энергию от поля. В зависимости от того, с какой фазой по отношению к колебаниям поля электрон влетел в яму, за время пролета через яму он может как потерять, так и приобрести энергию. В последнем случае он уйдет из зазора на электрод. Область на эмиттере Ω_0 , соответствующая захваченным электронам, а также подмножество, которым принадлежат уходящие на электроды частицы, качественно имеют такой же вид, что и для случая $\delta = 1.9\pi$ (рис. 9, *б*).

Форма сгустка и распределение электронов в нем сильно зависят от того, в каком месте зазора сгусток находится (рис. 12). При прохождении приэлектродной области сгусток сильно сжимается вследствие торможения электронов и прохождения точек поворота, а при нахождении в центральной части зазора он становится значительно шире. Видно, что сгусток имеет резкие фронты, а также δ -образные всплески, когда электроны проходят точки поворота.

Зависимость глубины ямы от времени качественно такая же, как и в диоде с $\delta = 1.9\pi$ (рис. 11, *б*). Однако по сравнению с аналогичным случаем без отраженных электронов уменьшение глубины ямы оказывается более сильным, чем для $\delta = 1.9\pi$.

Аналитическая модель динамики потенциальной ямы с захваченными электронами

Ряд особенностей динамики потенциальной ямы, в которой движутся захваченные электроны, удастся объяснить с помощью довольно простой модели. Будем предполагать, что величина Q_r/Q (где Q_r и Q — абсолютные величины заряда сгустка и полного заряда электронов в зазоре) столь мала, что распределение потенциала и концентрации электронов в зазоре можно представить в виде $\eta(\xi, \tau) = \eta_0(\xi) + \tilde{\eta}(\xi, \tau)$ и $n_e(\xi, \tau) = n_e^0(\xi) + n_e^{tr}(\xi, \tau)$, где $\eta_0(\xi)$ и $n_e^0(\xi)$ — распределения потенциала и концентрации электронов для состояния, в котором бы завершился нестационарный процесс в случае отсутствия захваченных электронов, а $\tilde{\eta}(\xi, \tau)$ — возмущение распределения потенциала, вызванное их наличием. Тогда из уравнения Пуассона легко найти, что

$$\tilde{\eta}(\xi, \tau) = \int_0^{\xi} dx (\xi - x) n_e^{tr}(z, \tau) - \frac{\xi}{\delta} \int_0^{\delta} dx (\delta - x) n_e^{tr}(x, \tau). \quad (19)$$

Как видно из рис. 12, форма распределения концентрации захваченных электронов $n_e^{tr}(\xi, \tau)$ зависит от положения сгустка в зазоре: около электродов сгусток имеет маленькую ширину и большую среднюю высоту, а в центральной области зазора он сильно расширяется, но его средняя высота падает во столько же раз (заряд сгустка $Q_r(\tau)$ сохраняется при его движении между электродами). Поэтому в наших оценках будем аппроксимировать функцию $n_e^{tr}(\xi, \tau)$ следующим образом:

$$n_e^{tr}(\xi, \tau) = Q_r [\xi_r(\tau) - \xi_l(\tau)]^{-1} \Theta([\xi - \xi_l(\tau)][\xi_r(\tau) - \xi]), \quad (20)$$

здесь $\xi_l(\tau)$ и $\xi_r(\tau)$ — положения левого и правого фронтов сгустка в момент τ .

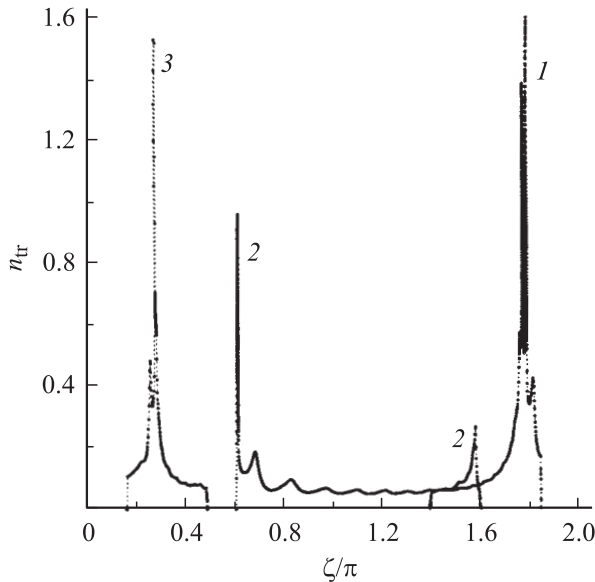


Рис. 12. Профили концентрации захваченных электронов в диоде с $\delta = 1.97\pi$ для ряда моментов времени: $\tau = 132.9$ (кривая 1), 135.0 (2), 137.7 (3).

Подставив (20) в (19) и выполнив интегрирования, находим возмущение потенциала

$$\tilde{\eta}(\xi, \tau) = -Q_r \delta \begin{cases} \left(1 - \frac{\xi_l + \xi_r}{2\delta}\right) \frac{\xi}{\delta}, & (\xi < \xi_l), \\ \left(1 - \frac{\xi_l + \xi_r}{2\delta}\right) \frac{\xi}{\delta} - \frac{(\xi - \xi_l)^2}{2\delta(\xi_r - \xi_l)}, & (\xi_l < \xi < \xi_r), \\ \frac{\xi_l + \xi_r}{2\delta} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right), & (\xi > \xi_r). \end{cases} \quad (21)$$

Из (21) видно, что эта функция всегда отрицательна. Это означает, что захват электронов приводит к уменьшению глубины потенциальной ямы. Видно также, что амплитуда возмущения потенциала увеличивается с ростом заряда захваченных электронов пропорционально Q_r .

Значение минимума на возмущении потенциала в момент времени τ дается формулой

$$\tilde{\eta}_{\min}(\tau) = -Q_r \delta \left(1 - \frac{\xi_l(\tau)}{\delta} - \frac{\Delta(\tau)}{2\delta}\right) \times \left[\frac{\xi_l(\tau)}{\delta} + \frac{\Delta(\tau)}{2\delta} \left(1 - \frac{\xi_l(\tau)}{\delta} - \frac{\Delta(\tau)}{2\delta}\right)\right], \quad (22)$$

здесь $\Delta(\tau) = \xi_r(\tau) - \xi_l(\tau)$ — ширина сгустка. Когда сгусток находится около эмиттера или коллектора, обе величины $\Delta(\tau)$ и $|\tilde{\eta}_{\min}(\tau)|$ принимают свои минимальные значения. Полагая приближенно $\xi_l = 0$ или $\xi_r = \delta$, для $|\tilde{\eta}_{\min}(\tau)|$ получим

$$\frac{|\tilde{\eta}_{\min}|}{Q_r \delta} = \frac{\Delta}{2\delta} \left(1 - \frac{\Delta}{2\delta}\right)^2 \ll 1. \quad (23)$$

С другой стороны, когда сгусток оказывается вблизи центра зазора, его пространственная ширина становится довольно большой, и для $|\tilde{\eta}_{\min}(\tau)|$ имеем

$$\frac{|\tilde{\eta}_{\min}|}{Q_r \delta} = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{\Delta}{2\delta}\right] \simeq 1. \quad (24)$$

Таким образом, захваченные электроны оказывают наиболее сильное влияние на распределение потенциала, когда находятся в центральной части зазора, так что отклонение распределения потенциала в диоде с захваченными электронами от аналогичного распределения в диоде, но в предположении, что такие электроны отсутствуют, является максимальным. Когда же сгусток электронов находится вблизи любого из электродов, влияние захваченных электронов оказывается минимальным, и отклонение двух указанных распределений друг от друга является наименьшим.

Полученные с использованием модели оценки неплохо согласуются с зависимостями глубины потенциальной ямы от времени, представленными на рис. 11, а и 11, б.

Заключение

Проведенное исследование показало, что в диоде Пирса в ходе развития аperiodической неустойчивости захват электронов в формирующуюся потенциальную яму происходит, когда параметр Пирса δ превосходит пороговое значение $\delta_{th} \sim (1.85-1.90)\pi$, лежащее около правой границы первой области аperiodической неустойчивости 2π . Захваченные электроны не „размазываются“ в яме в виде некоторого стационарного фона, а представляют собой динамическую структуру: формируются в локализованный в пространстве сгусток с резкими фронтами, который болтается между электродами, расширяясь, когда оказывается в центральной части зазора, и сильно сжимаясь при прохождении окрестности электродов. С течением времени происходит уменьшение заряда электронов в сгустке за счет их ухода на электроды. Такое нестационарное поведение захваченных электронов приводит к колебаниям распределения потенциала, так что глубина ямы все время осциллирует, оставаясь при этом всегда меньше, чем была бы в случае отсутствия захваченных электронов. Уход части захваченных электронов на электроды приводит к уменьшению амплитуды колебаний потенциала и увеличению средней глубины ямы.

С помощью численных расчетов довольно сложно предсказать, что произойдет с захваченными электронами и колебаниями потенциальной ямы в асимптотике, т.е. через много периодов колебаний. Дело в том, что погрешности при расчетах длинных (по времени) траекторий захваченных частиц оказываются уже довольно большими, и ход процесса может сильно исказиться. По-видимому, в этом случае правильные асимптотики можно получить только с использованием аналитических моделей. С другой стороны, захваченные электроны за большие времена многократно пробегают через межэлектродный зазор, и пройденное ими расстояние может превысить длину свободного пробега. В результате включаются редкие столкновения электронов с атомами. В этом случае электроны будут дополнительно терять

свою энергию, так что количество уходящих на электроны электронов уменьшится. В первую очередь это приведет к замедлению падения амплитуды колебаний потенциала, т.е. к некоторой стабилизации колебаний. Однако может измениться и пространственное распределение захваченных электронов, что может привести к изменению как формы, так и амплитуды колебаний. Этот вопрос требует дополнительных исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-02-17421), фонда Академии наук Австрии и Австрийского научного фонда (FWF) (контракты P12477-TRH и P15013-N 08).

Список литературы

- [1] Каганов М.И., Кучеров Р.Э., Рикенглаз Л.Е. // ЖТФ. 1961. Т. 31. Вып. 5. С. 588–596.
- [2] Гвердцители И.Г., Караханов В.Я., Каширский Е.А., Кучеров Р.Я., Оганезов З.А. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 1. С. 103–110.
- [3] Бабанин В.И., Кольшикин И.Н., Кузнецов В.И. и др. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 7. С. 1304–1312.
- [4] Iizuka S., Michelsen P., Rasmussen J.J. et al. // J. Phys. Soc. Japan. 1985. Vol. 54. N 7. P. 2516–2529.
- [5] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 11. С. 2237–2246.
- [6] Кучеров Р.Э., Оганезов З.А., Тимошенко Л.С., Цхакая В.К. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. Вып. 11. С. 1321–1328.
- [7] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 11. С. 2250–2259.
- [8] Pierce J.R. // J. Appl. Phys. 1944. Vol. 15. N 10. P. 721–726.
- [9] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1979. Вып. 10. С. 2176–2179.
- [10] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 12. С. 2329–2338.
- [11] Burger P. // J. Appl. Phys. 1965. Vol. 36. N 7. P. 1938–1943.
- [12] Gray P.C., Kuhn S., Crystal T.L., Birdsall C.K. // Proc. 2nd Symp. on Plasma Double Layers and Related Topics. Innsbruck (Austria), 1984. P. 266–271.
- [13] Birdsall C.K., Crystal T.L., Gray P.C., Kuhn S. // Proc. 17th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Budapest (Hungary), 1985. Contributed Papers. Vol. 2. P. 819–821.
- [14] Bauer F., Schamel H. // Physica D. 1992. Vol. 54. P. 235–252.
- [15] Ender A.Ya., Kuhn S., Kuznetsov V.I. // Proc. 4th Symp. on Double Layers and Other Nonlinear Structures in Plasma. Innsbruck (Austria), 1992. P. 346–351.
- [16] Ender A.Ya., Kuznetsov V.I., Kuhn S. // Proc. 30th EPS Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics. St. Petersburg (Russia), 2003. ECA. Vol. 27A. P. 2.21.
- [17] Swanekamp S.B., Grossmann V.M., Ottinger P.F., Geary J.L. // Phys. Fluids B. 1992. Vol. 4. N 11. P. 3608–3620.
- [18] Crystal T.L., Gray P.C., Lawson W.S., Birdsall C.K., Kuhn S. // Phys. Fluids B. 1991. Vol. 3. N 1. P. 244–254.
- [19] Oertl M., Kuhn S., Krumm P., Crystal T.L. // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. N 4. P. 1192–1201.
- [20] Ender A.Ya., Kuhn S., Kuznetsov V.I. // Czech. J. Phys. 1998. Vol. 48 (Suppl. S2). P. 251–256.
- [21] Kuhn T. The structures of scientific revolutions. Chicago; The University of Chicago Press, 1962.
- [22] Жеребцов В.А., Таланова В.Д. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 1. С. 349–351.
- [23] Буринская Т.М., Волокутин А.С. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. Вып. 5. С. 989–998.
- [24] Crystal T.L., Kuhn S. // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. N 7. P. 2116–2124.
- [25] Ender A.Ya., Kolinsky H., Kuznetsov V.I., Schamel H. // Phys. Rep. 2000. Vol. 328. N 1. P. 1–72.
- [26] Kuhn S. // Contr. Plasma Phys. 1994. Vol. 34. N 4. P. 495–538.
- [27] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // Тр. конф. по Физике низкотемпературной плазмы. Петрозаводск, 1995. Т. 2. С. 148–152.
- [28] Akimov P.V., Ender A.Ya., Kolinsky H., Kuznetsov V.I., Schamel H. // Problems of Atomic Sciences and Technology. 2000. N 1. P. 155–159.
- [29] Kuznetsov V.I., Ender A.Ya., Schamel H., Akimov P.V. // Phys. Plasmas. 2004. Vol. 11. N 6. P. 3224–3233.
- [30] Кузнецов В.И., Эндер А.Я. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 1. С. 67–77.