

01;04;10

Влияние магнитного поля анодного тока на движение электронов в триоде с виртуальным катодом

© В.П. Григорьев, Т.В. Коваль, А.В. Козловских

Томский политехнический университет,
634034 Томск, Россия
e-mail: grig@am.tpu.ru

(Поступило в Редакцию 17 февраля 2004 г. В окончательной редакции 14 февраля 2006 г.)

Рассмотрено влияние магнитного поля тока электронов, стекающих по аноду, на движение электронов в триоде с виртуальным катодом. Показано, что магнитное поле анодного тока влияет на период колебаний и траектории движения электронов. Получена зависимость условия самоизоляции электронного потока от параметра диода. Показано, что в триоде с виртуальным катодом магнитное поле анодного тока приводит к смещению электронов, при этом ослабляется модуляция электронов по фазе и увеличивается разброс электронов по амплитудам колебаний, что приводит к понижению эффективности излучения.

PACS: 07.57.-c

Введение

Генераторы электромагнитного излучения на основе триодов с виртуальным катодом (ВК) привлекают внимание в связи с их компактностью и возможностью получения большой мощности микроволнового излучения. Обзоры достижений в разработке и исследовании таких приборов представлены в работах [1–3]. Однако главной проблемой здесь все еще остается увеличение мощности и эффективности излучения, что связано с решением ряда вопросов по формированию электронного потока. Одним из них является влияние магнитного поля тока I_a электронов, стекающих по анодной сетке, на движение электронного потока в триоде. Этот ток и соответствующее магнитное поле растут с увеличением плотности тока в промежутке катод–ВК из-за увеличения потерь электронов на аноде, что может привести к заметному ограничению мощности излучения. Однако этот вопрос из-за металлических сложностей не был рассмотрен в существующих работах, включая численные PIC-коды [4]. Поэтому целесообразно провести исследование и определить влияние магнитного поля токоотводящих систем на движение электронов в триоде ВК.

Первым шагом в этом направлении является плоская модель, в рамках которой рассмотрим влияние магнитного поля тока I_a на колебания электронов в потенциальной яме, формируемой между реальным и виртуальными катодами. При этом будем считать, что потенциал описывается известными соотношениями плоского диода [3,5], а магнитное поле тока, протекающего по аноду, играет роль возмущения. Этот подход, хотя и не является самосогласованным, позволяет установить основные процессы, связанные с магнитным полем тока I_a , и оценить их влияние на структуру электронного потока в триоде с ВК. Кроме того, учитывая, что в существующих генераторах — триодах с ВК геометрия близка к плоской, радиусы катода R_k и анода R_a значительно превышают диодный зазор ($R_a, R_k \gg d$ и

$R_a > R_k$), следует ожидать неплохого совпадения теоретических результатов с экспериментальными. Движение электронов в диоде и триоде с ВК рассмотрим в безразмерных переменных: $x \rightarrow x/d$, $y \rightarrow y/d$, $z \rightarrow z/d$ в системе координат на рис. 1, где указаны координаты катода $x = -1$, анода $x = 0$, ВК — $x = 1$.

Магнитное поле анодного тока

Пусть ток, связанный с электронами, осажденными на сеточный анод и стекающими по токоотводу, направлен по оси z . В этом случае на движение электронов в промежутке катод–ВК основное влияние оказывает B_y составляющая магнитного поля анодного тока. Представив анод в виде бесконечно тонкой ленты шириной h , магнитное поле B_y можно записать в виде

$$B_y(x, y) = \frac{2I_a}{ch} \left(\operatorname{arctg} \frac{(h/d) + 2y}{2x} + \operatorname{arctg} \frac{(h/d) - 2y}{2x} \right). \quad (1)$$

Ток I_a определяется величиной ускоряющего напряжения U_0 и геометрией диодного промежутка. Полагая прозрачность анода равной χ и учитывая уменьшение

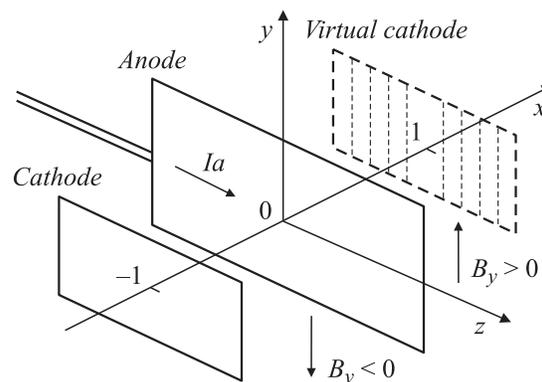


Рис. 1. Система координат.

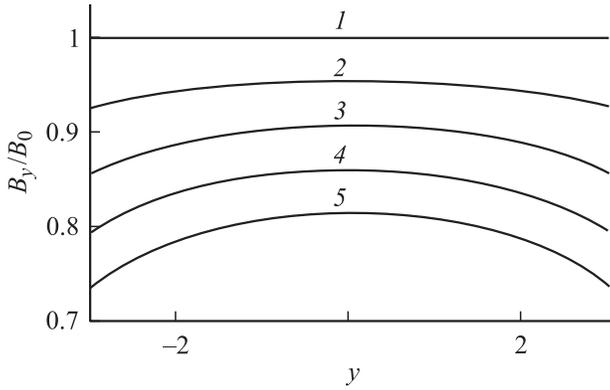


Рис. 2. Зависимость поля B_y от y для разных значений координаты x : 1 — $x = 0$; 2 — 0.25; 3 — 0.5; 4 — 0.75; 5 — 1.

диодного зазора за счет движения анодной плазмы со скоростью v_p , можно записать

$$I_a = I_A \frac{r_b^2}{8d_{\text{eff}}^2} f_\chi f(\gamma_0), \quad (2)$$

где $I_A = 17000$ А, $d_{\text{eff}} = d + v_p t$; v_p — скорость расширения плазмы, $f_\chi = (1 - \chi^2)/(1 + \chi^2)$ [6]; r_b — радиус электронного пучка, $\gamma_0 = \gamma(x = 0) = eU_0/m_0c^2 + 1$. Функция $f(\gamma_0)$ зависит от ускоряющего напряжения и для слабoreлятивистского случая $\gamma_0 \sim 1$ равна $f(\gamma_0) = (8\sqrt{2}/9)(\gamma_0 - 1)^{1/2}$. В более общем случае эта функция имеет вид [3]:

$$f(\gamma_0) = \left[F(\sigma, 1/\sqrt{2}) - 2E(\sigma, 1/\sqrt{2}) + \frac{2\gamma_0(\gamma_0^2 - 1)^{1/4}}{1 + (\gamma_0^2 - 1)^{1/2}} \right],$$

$$\sigma = \arccos \left[\frac{1 - (\gamma_0^2 - 1)^{1/2}}{1 + (\gamma_0^2 + 1)^{1/2}} \right],$$

$F(\sigma, 1/\sqrt{2})$ и $E(\sigma, 1/\sqrt{2})$ — эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода, c — скорость света, e — элементарный заряд, m_0 — масса покоя электрона.

Из анализа зависимости магнитного поля B_y (1) и рис. 2 следует, что поле в плоском промежутке $|x| < 1$ при $R_a > r_b$ слабо зависит от координат, и для аналитических оценок можно использовать приближение

$$B_y \approx B_0 = \frac{2\pi I_a}{ch}. \quad (3)$$

Осциллятор в отражательном триоде

Рассмотрим колебания электрона в потенциальной яме

$$U = -U_0 x^2 (1 - a \cos \omega t) \begin{cases} a = 0, & x < 0, \\ a \neq 0, & x > 0, \end{cases}$$

где учитывается параметрическое воздействие, связанное с колебаниями края потенциальной ямы: $x_{VC} =$

$= 1 + 0.5a \cos \omega t$, здесь a и ω — относительная амплитуда и частота колебаний ВК. Релятивистское движение нелинейного осциллятора с учетом магнитного поля анодного тока сетки описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \Omega_0^2 (1 - a \cos \omega t)x - \Gamma x^3 = sM \dot{z} \Omega_0, \\ \ddot{z} = -sM \dot{x} \Omega_0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь λ — постоянная затухания, обусловленного потерями на излучение, Γ — коэффициент нелинейности, связанный с релятивистскими эффектами и полем пространственного заряда, для релятивистских эффектов $\Gamma = 1.5(\dot{x}/x)^2(\Omega_0/c)^2$, $\Omega_0 = (2eU_0/m_0d^2)^{1/2}$ — частота собственных колебаний электрона, $\Omega_e = eB_0/m_0c$, $s = (|x|/x)$. Параметр $M = \Omega_e/\Omega_0\gamma_0$ отражает влияние магнитного поля (1) анодного тока на колебания электрона: при $B_0 = 0$ имеем $M = 0$, а при $B_0 \neq 0$ с учетом выражения (1)–(3):

$$M^2 = \frac{\pi}{128} \frac{r_b^2}{d_{\text{eff}}^2} \frac{B_y}{B_0} f_\chi^2 \frac{f^2(\gamma_0)}{(\gamma_0 - 1)}. \quad (5)$$

Сначала проанализируем влияние магнитного поля анодного тока на колебания линейного осциллятора без потерь. Движение электрона от катода до анода с начальными условиями на катоде $\dot{x}(0) = \dot{z}(0) = 0$, $x(0) = -1$, $x < 0$, как следует из выражения (4), описывается выражениями

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{q^2} (M^2 + \cos(q\Omega_0 t)), \\ z = \frac{M}{q^3} (q\Omega_0 t - \sin(q\Omega_0 t)), \end{cases} \quad (6)$$

где $q = \sqrt{1 + M^2}$. Из системы (6), учитывая граничные условия на аноде ($x = 0$), получим смещение электрона на аноде

$$z_a = \frac{M}{q^3} \left(\arccos(-M^2) - \sqrt{1 - M^2} \right), \quad (7)$$

при этом продольная и поперечная скорости электрона на аноде выражаются через параметр M : $v_x = \sqrt{1 - M^2}$ и $v_z = M$. Учитывая непрерывность решений на аноде, а также смену знака магнитного поля (1) в области $x > 0$, получим соотношения, описывающие движение электрона в области анод ВК

$$\begin{cases} x = -\frac{Mv_z}{q^2} [1 - \cos(q\Omega_0 t)] + \frac{v_x}{q} \sin(q\Omega_0 t), \\ z = z_a - \frac{Mv_x}{q^2} [1 - \cos(q\Omega_0 t)] + \\ + \frac{v_z}{q^3} [(q\Omega_0 t) + M^2 v_z \sin(q\Omega_0 t)]. \end{cases} \quad (8)$$

Из выражений (6)–(8) следует, что в магнитном поле анодного тока электрон, осциллирующий в промежутке катод–виртуальный катод, непрерывно смещается вдоль

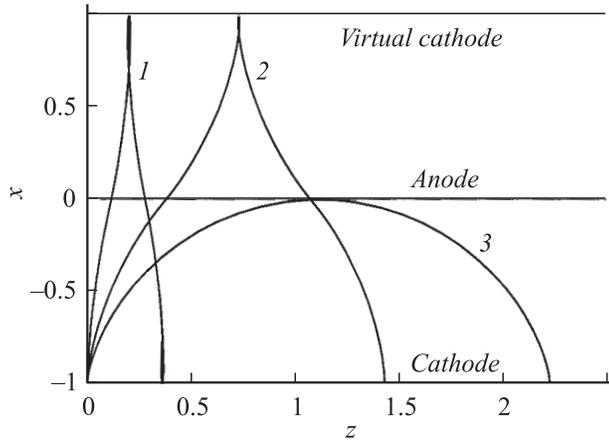


Рис. 3. Траектории линейного осциллятора электрона за период движения для разных значений параметра M : 1 — $M = 0.2$; 2 — 0.6 ; 3 — 1.

координаты z и величина смещения зависит от параметра M (5). Кроме того, колебательное движение электрона относительно анода сохраняется только при $M < 1$. В противоположном случае $M \geq 1$ наступает режим самоизоляции, т.е. вся продольная энергия электрона переходит в энергию поперечного движения.

На рис. 3 представлены траектории электрона за период движения для разных значений параметра M . Как видно из рисунка, линейный осциллятор в магнитном поле тока анода не изменяет амплитуду при $M < 1$, но приобретает смещение по координате z . Смещение увеличивается как с возрастанием тока $M \propto I_a \propto B_y$, так и с увеличением ускоряющего напряжения $M \propto \sqrt{\gamma_0 - 1}$ или относительного радиуса пучка $M \propto r_b/d$. При этом полное смещение электрона вдоль оси z определяется выражением

$$z_n = 4nz_0, \tag{9}$$

где n — число периодов движения электрона относительно анода за „время жизни“ электрона τ .

Одним из основных ограничений τ является конечная прозрачность анода χ , поэтому имеет смысл оценить величину полного смещения электрона в зависимости от χ . Величину τ можно оценить из предположения, что из-за потерь на аноде через время $\tau = nT$ из числа покинувших катод электронов в области взаимодействия остается не более 10% (T — период движения колебаний электрона). Для значений $\chi = 0.4-0.8$ имеем $\tau = (1.25-4.75)T$, что соответствует числу колебаний $n = 1.25-4.75$, при этом функция f_χ изменяется в пределах 0.75-0.22. Если рассмотреть произведение nf_χ , то нетрудно заметить, что в области значений $\chi = 0.4-0.8$, выполняется соотношение $nf_\chi \approx 1.1$.

Для значений параметра $M < 0.5 (M^2 \ll 1)$, как следует из рис. 3, смещение по координате z за четверть периода составляет $z_a \approx M/2$, соответственно полное смещение $z_n \approx 2nM = (2\pi/8)r_b(f/\sqrt{2(\gamma_0 - 1)})$. Численные оценки показывают, что для параметров системы:

$d = 1.5$ см, $\gamma_0 = 2$ и пучка радиусом 4.5 см полное смещение z_n составляет 3.24 см.

Магнитное поле анодного тока приводит также к увеличению периода движения электронов T . Действительно, полагая $x = 0$ (координата анода) в системе уравнений (6), получим для параметров $M^2 \ll 1: T \approx T_0(1 + 0.14M^2)$, где $T_0 = 2\pi/\Omega_0$ — период колебаний электрона в отсутствие магнитного поля B_0 .

В общем случае для нелинейного осциллятора с учетом затухания, потерь энергии и колебаний ВК влияние магнитного поля анодного тока рассмотрено с помощью численного метода. Результаты для параметров: $a = 0.6$; $\lambda = 0.06\Omega_0$; $M = 0.2$ и 0.6 ; $\Omega_0 - \omega = 0.1\Omega_0$ приведены на рис. 4, 5.

В триоде с ВК колебания края потенциальной ямы (виртуального катода) оказывают параметрическое действие на нелинейный осциллятор и обуславливают фазовую модуляцию электронов [7,8]. Изменение амплитуд колебаний электронов от времени для разных значений параметра M , т.е. для разных значений магнитного поля анодного тока, показано соответственно на рис. 4. Из сравнения кривых видно, что магнитное поле тока анода ослабляет модуляцию электронов по фазе и увеличивает разброс электронов по амплитудам колебаний.

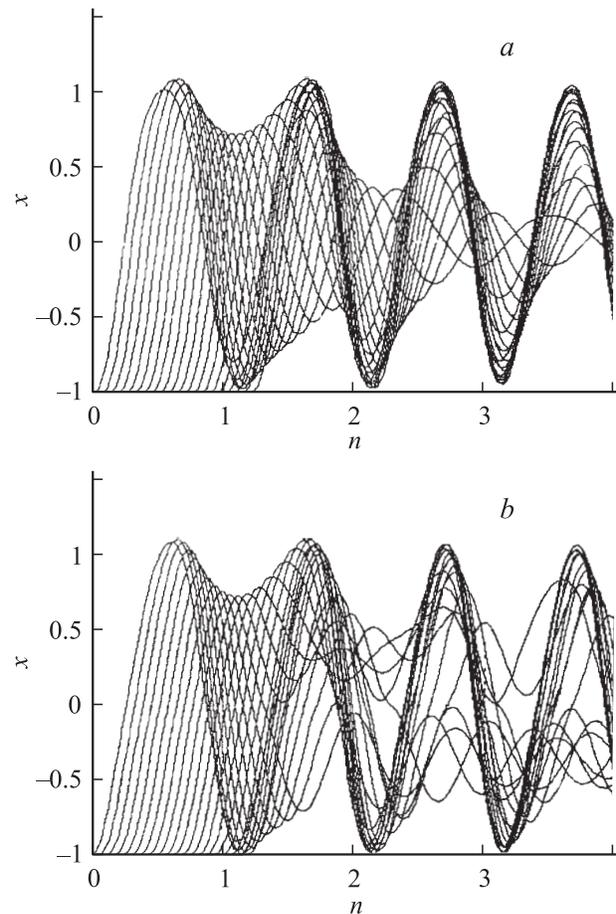


Рис. 4. Изменение амплитуд колебаний электронов от относительного времени для разных значений параметра M : а) $M = 0.2$, б) $M = 0.6$.

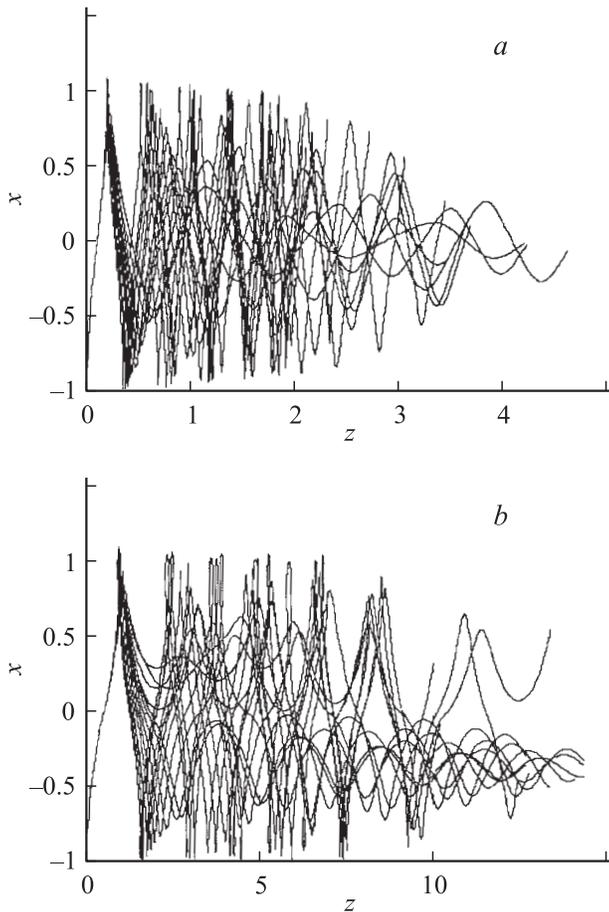


Рис. 5. Траектория электронов с разными начальными фазами для разных значений параметра M : а) $M = 0.2$, б) $M = 0.6$.

Последнее, как известно [5], приводит к уменьшению эффективного взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем излучения в СВЧ-генераторах с ВК. Кроме того, с увеличением параметра M (т.е. магнитного поля анодного тока), как видно из рис. 4, б и рис. 5, б часть электронов движется в режиме самоизоляции, что также приводит к понижению эффективности излучения.

На рис. 5 показаны в плоскости $(z \times x)$ траектории электронов с разными начальными фазами, находящиеся в пространстве взаимодействия при одинаковом числе колебаний. Как следует из рис. 5, наибольшее смещение получают электроны с меньшей амплитудой колебаний. Кроме того, при смещении электронов расширяется площадь сечения пучка на аноде. Это приводит к заниженным результатам значений тока анода в триоде, рассчитываемого по формуле (2).

При наличии двух или четырех симметричных токоотводов на аноде величина магнитного поля и смещение электронов будет соответственно в 2 или 4 раза меньше. Однако геометрия токоотводящей системы может определить форму сечения пучка на аноде, что может определять тип (моду) возбуждаемой волны.

При радиальном токоотводе возникает азимутальное магнитное поле. При этом влияние анодного тока на колебания электронов сильно ослабляется.

Заключение

Из полученных результатов следует, что влияние магнитного поля анодного тока на движение электронов в триоде с ВК полностью характеризуется величиной

$$\Lambda = \frac{\pi^2}{128} \frac{r_b^2}{d_{\text{эф}}^2} \frac{B_y}{B_0} f_x^2 \frac{f^2}{\gamma_0 - 1} - 1.$$

В случае $\Lambda \geq 0$, что соответствует сильному магнитному полю, наступает самоизоляция электронного потока в диодном промежутке. Это неизбежно приводит к срыву СВЧ-излучения триода. Однако следует отметить, что поскольку поле B_0 зависит от тока в диоде, то любое уменьшение тока приводит к ослаблению поля B_0 и, следовательно, исчезновению самоизоляции. Поэтому следует ожидать, что в области критических параметров $\Lambda \geq 0$ процесс ослабления тока в диоде будет носить колебательный характер.

В случае $\Lambda < 0$ происходит только искривление траекторий электронов и они, осциллируя в потенциальной яме, образованной внешним полем и собственным полем пространственного заряда, смещаются вдоль оси z на расстояние $z_n = 4n z_a$. При этом разброс электронов по амплитудам увеличивается и соответственно ослабляется фазовая модуляция электронного потока [7]. Кроме того, магнитное поле анодного тока приводит к увеличению периода колебаний электронов.

Поскольку влияние магнитного поля анодного тока существенно зависит от геометрии системы, то это может быть использовано для варьирования частоты и эффективности излучения.

Список литературы

- [1] Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. // Плазменная электроника / Под ред. В.И. Курилко. Киев: Наукова думка, 1989. С. 112–131.
- [2] Дубинов А.Е., Селемир В.Д. // РиЭ. 2002. Т. 47. № 6. С. 645–651.
- [3] Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984. С. 432.
- [4] Tarakanov V.P. User's Manual for Code Karat. Springfield: Berkley Research Associate Inc., VA., USA, 1992.
- [5] Григорьев В.П., Коваль Т.В. // Изв. вузов. Физика. 1998. № 4. С. 168–182.
- [6] Григорьев А.П., Захаров А.В. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 6. С. 141–146.
- [7] Коваль Т.В. // Изв. вузов. Физика. 1997. № 10. С. 103–106.
- [8] Григорьев В.П., Коваль Т.В., Козловских А.В. // Изв. вузов. Физика. 2000. № 2. С. 76–81.