03;12

Две модели стохастических процессов в центробежных фильтрах с обратными связями

© А.М. Асланов, А.Н. Герега, Т.Л. Лозовский

Одесская государственная академия холода,
65026 Одесса, Украина
e-mail: aslanovs@yahoo.com, herega@paco.net

(Поступило в Редакцию 20 сентября 2005 г.)

Предложена модель эволюции стохастического потока в динамическом фильтре с обратными связями и модель процесса коагуляции аэрозоля в нем. Показаны условия реализации различных сценариев эволюции системы и возможность влияния на плотность агрегатов, возникающих в процессе коагуляции.

PACS: 05.10.Gg

Введение

Динамические центробежные фильтры с обратными связями (ФОС) представляют собой конструкцию из последовательно соединенных криволинейных каналов постоянного сечения, в каждом из которых поток движется по дуге окружности, совершает поворот на 180° и, благодаря взаимному поперечному смещению каналов, разделяется на две части: одна попадает в канал с меньшим радиусом кривизны, другая — с бóльшим. Таким образом, конструкция ФОС позволяет тяжелым частицам, постоянно перемещаясь в каналы с бóльшим радиусом кривизны, выйти из фильтра и быть уловленными, а очищенному воздушному потоку с остатками мелкой пыли выйти в атмосферу через торцевое отверстие в центре фильтра [1].

Очистка запыленного воздушного потока в ФОС осуществляется слоями пыли, циркулирующими по равновесным круговым орбитам. Именно в них частицы пыли вовлекаются в интенсивное взаимодействие, коагулируют, а затем переходят на более „высокие" орбиты — в пылевые потоки других каналов — и выводятся из фильтра. Таким образом, эффективность работы ФОС во многом определяется интенсивностью процесса коагуляции.

Работа динамических фильтров изучалась теоретически и экспериментально [1–4]. В [1] представлен, в частности, значительный экспериментальный материал по изучению турбулентных течений в ФОС, а также результаты промышленных испытаний эффективности работы фильтров на различных предприятиях. В [2] предложена стохастическая модель фильтра, позволяющая вычислить плотность вероятности распределения радиальной составляющей координаты частицы и рассчитать коэффициент улавливания, зависящий от свойств частицы, параметров потока и конструкции фильтра. Модели процессов коагуляции в присутствии центробежной силы описаны в [3,4].

1. Модель трехуровневой стохастической системы

Для изучения динамических процессов в ФОС предложена компьютерная модель, описывающая циркуляцию стохастического потока по трем параллельным взаимосвязанным каналам как эволюцию трехуровневой динамической системы. Модель описывается системой уравнений

$$\Phi(x,y,z)=\begin{cases} x_n=-k_{xy}px_n^2+k_{yx}qy_n^2+x_{in} \\ y_n=k_{xy}px_n^2-(k_{yx}+k_{yz})qy_n^2+k_{zy}rz_n^2 \\ z_n=k_{yz}qy_n^2-(k_{zy}+k_{out})rz_n^2 \end{cases}, \tag{1}$$

где x, y, z — динамические переменные, определяющие количество частиц на уровнях, k_{ij} — переходные коэффициенты, p, q, r — распределяющие коэффициенты, x_{in} — количество частиц, входящих на первый уровень.

Наличие в системе двух групп коэффициентов k_{ij} и p, q, r объясняется ее конструкцией и имеет конкретную физическую интерпретацию: коэффициенты k_{ij} описывают относительное поперечное смещение последовательных каналов конструкции и задают долю потока, переходящего из одного канала в другой, а коэффициенты p, q, r описывают распределение частиц по ширине канала конструкции, так что переход между каналами определяется произведением коэффициентов обеих групп. Таким образом, каждое из итерационных уравнений системы является билинейным по $(px_n)\cdot(k_{xy}x_n)$.

В общем виде система (1) не интегрируется, ее решение может быть найдено численно с помощью компьютерных расчетов. Решение зависит от того, какие параметры фиксировались и в каком интервале изменялись другие. В статье описаны результаты, полученные при следующих значениях параметров: $k_{12}=0.5$, $k_{21}=0.4$, $k_{23}=0.3$, $k_{32}=0.3$, $k_{out}=0.4$, $p=0.08$, $q=0.02$, $r=0.015$.

При малых значениях x_{in}, система имеет стационарное решение, получаемое аналитически

$$\begin{matrix} \Delta x = 0 \\ \Delta y = 0 \\ \Delta z = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x_{st} = \sqrt{\frac{x_{in}}{k_{xy}p}\left(1 + \frac{k_{xy}}{k_{yz}}\left(1 + \frac{k_{zy}}{k_{out}}\right)\right)} \\ y_{st} = \sqrt{\frac{x_{in}}{k_{yz}r}\left(1 + \frac{k_{zy}}{k_{out}}\right)} \\ z_{st} = \sqrt{\frac{x_{in}}{k_{out}s}} \end{cases}. \quad (2)$$

При дальнейшем увеличении x_{in}, сценарий развития системы и вид притягивающей области зависят от соотношения между координатами стационарной точки в фазовом пространстве состояний уровней. Если $x_{st} > y_{st} > z_{st}$, существуют два сценария эволюции системы — стационарный и периодический, с аттрактором в виде двух точек. Если $x_{st} > z_{st} > y_{st}$, то после стационарного режима и предельного цикла появляется аттрактор в виде тора, т.е. возможен и третий тип — квазипериодический. В случае $y_{st} > x_{st} > z_{st}$ система после прохождения трех указанных режимов переходит в хаотический.

Расчет производной Ли потока показывает, что рассматриваемая модель диссипативна $\operatorname{div}\Phi\,(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}) = -2\big(k_{xy}px_n + (k_{yx} + k_{yz})\,qy_n + (k_{zy} + k_{out})rz_n\big)$ и фазовый объем $\Omega_{n+1} = \Omega_n \times \exp\big(\operatorname{div}\Phi(x_n, y_n, z_n)\big)$ убывает, так как точки фазовой траектории почти всегда имеют положительные координаты.

2. Модель коагуляции аэрозоля в криволинейном канале

Как уже отмечалось, интенсивность процесса коагуляции частиц в потоке является определяющим фактором в работе ФОС. Перемещаясь в фильтре, взаимодействуя с потоком и элементами конструкции, частицы пыли коагулируют, а также испытывают механические воздействия, способные привести к истиранию или развалу коагулянта. Оставляя за рамками этой статьи исследование устойчивости агрегата, рассмотрим вопрос о возможности влияния на процесс коагуляции частиц в потоке для получения коагулянтов с плотностью, лежащей в определенном интервале.

Полагая, что пылевые агрегаты, возникающие в турбулентном потоке, можно рассматривать как статистически-самоподобные [5], для их описания предложена фрактальная модель. В модели изучалась зависимость фрактальной размерности (ФР) агрегата от скорости потока, величины центробежной силы и ширины потока.

В компьютерном эксперименте изучалось хаотичное движение частиц в потоке, циркулирующем в фильтре. Каждому акту перемещения частицы ставился в соответствие вектор, имеющий случайную, переносную составляющую, а также составляющую, определяемую центробежной силой. Предполагалось, что частицы имеют одинаковые размеры, и их слипание происходит при сближении на некоторое минимальное расстояние. Эксперимент прекращался, когда число частиц в агрегате достигало ста. В каждом режиме эксперимент проводился по 50 раз, что позволило получить результаты с погрешностью 3–5%.

Анализ результатов показал наличие конкуренции в действии перечисленных факторов. Оказалось, что повышение скорости потока и возрастание центробежной силы (при фиксированном значении скорости) независимо друг от друга приводят к увеличению ФР агрегата, а возрастание ширины потока — к ее уменьшению.

В связи с этим оказалось удобным рассматривать ФР агрегата как функцию отношения средних кинетических энергий трансверсального и радиального движений частицы, что эквивалентно отношению радиуса кривизны канала и ширины потока

$$\alpha = \frac{E_1}{E_2} = \frac{mV^2}{(mV^2/r_c)d_n} = \frac{r_c}{d_n},$$

где E_1, E_2 — средние значения кинетической энергии трансверсальной и радиальной составляющих хаотического движения частицы аэрозоля, m — масса частицы, V — ее трансверсальная скорость, r_c — радиус кривизны канала, d_n — ширина воздушного потока.

При верификации параметра α по значениям ФР агрегатов, полученных в модельных экспериментах с различными значениями r_c и d_n, сохраняющих постоянным значение α, оказалось, что разброс соответствующих значений ФР не превышает 5%.

По результатам компьютерного эксперимента зависимость ФР агрегата D от параметра α в предложенной модели имеет вид $D(\alpha) = 0.73(1 + \alpha^{0.18})$.

Таким образом, показана принципиальная возможность получения монотонной зависимости ФР агрегата от параметра, описывающего конструкционные характеристики фильтра.

Обе модели авторы рассматривают как попытку описания многофакторных процессов, протекающих в ограниченном структурированном пространстве ФОС.

Список литературы

[1] *Буров А.И.* Гидравлика стратифицированных криволинейных течений в аппаратах с обратными связями. Автореф. дис. Л., 1991.

[2] *Буров А.И., Гамолич В.Я., Герега А.Н.* Моделирование процессов в инерционном фильтре // II Сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике (ИНПРИМ-96). С. 21.

[3] *Herega A.* The Fractal Model of a Dust Coagulation at Driving in the Curvilinear Channel // Междунар. семинар „Рациональный эксперимент в материаловедении“. Одесса. 1988. С. 20–21.

[4] *Герега А.Н.* Модель коагуляции в циркулирующем потоке // IV Сибирский конгресс по индустриальной и прикладной математике (ИНПРИМ-2000). Новосибирск, 2000.

[5] *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.