

01;07

О временной зависимости поля в ближней зоне нестационарного мультиполя

© Н.С. Бухман

Самарская государственная архитектурно-строительная академия,
443001 Самара, Россия
e-mail: buhman@ssaba.smr.ru

(Поступило в Редакцию 5 апреля 2005 г.)

Рассмотрена временная зависимость поля в ближней зоне (акустического или электрического) диполя, излучающего немонахроматический сигнал, плавно изменяющийся во времени. Показано, что эта временная зависимость приблизительно одинакова в разных точках ближней зоны, т.е. временного запаздывания гладкого сигнала, связанного с конечностью скорости распространения волны, не происходит. Это отсутствие запаздывания является результатом интерференции двух идентичных, но по-разному ослабленных и испытывавших разную задержку во времени копий одного и того же сигнала, исходящих от двух монополей, из которых состоит диполь. Аналогичное утверждение оказывается справедливым для произвольной электронейтральной в целом системы нестационарных зарядов (в частности, для нестационарного квадруполья, октуполья и т.д.).

Рассмотрим интерференцию (суммирование) нескольких ($i = 1, \dots, n$) копий одного и того же сигнала $A^{(0)}(t)$ с коэффициентами ослабления f_i , испытывавших различную (но положительную) временную задержку $\tau_i > 0$. Для суммарного сигнала имеем

$$A(t) = \sum_{i=1}^n f_i A^{(0)}(t - \tau_i) \\ = \left(\sum_{i=1}^n f_i \hat{T}(\tau_i) \right) A^{(0)}(t) = \hat{T}_{\text{tot}} A^{(0)}(t), \quad (1)$$

где $\hat{T}(\tau)$ — оператор сдвига во времени на величину τ ($\hat{T}(\tau)A(t) \equiv A(t - \tau)$); \hat{T}_{tot} — линейный оператор, связывающий входной (исходный) сигнал $A^{(0)}(t)$ с выходным (суммарным) сигналом $A(t)$.

Рассматривая преобразование $A(t) = \hat{T}_{\text{tot}} A^{(0)}(t)$ как результат пропускания исходного сигнала $A^{(0)}(t)$ через линейный фильтр [1,2], нетрудно убедиться в том, что импульсная характеристика этого фильтра имеет вид

$$g(t) = \sum_{i=1}^n f_i \delta(t - \tau_i),$$

а частотная —

$$K(\omega) = \int g(t) \exp(-i\omega t) dt = \sum_{i=1}^n f_i \exp(-i\omega \tau_i). \quad (2)$$

Сразу отметим, что фильтр (2) является (при $\tau_i \geq 0$) физически реализуемым (т.е. не нарушающим принцип причинности), поскольку его импульсная характеристика тождественно равна нулю при $t < 0$. Кроме того, оператор \hat{T}_{tot} , строго говоря, не является (в отличие от оператора $\hat{T}(\tau)$) оператором сдвига во времени, поскольку импульсная характеристика соответствующего фильтра не может быть представлена в виде $g(t) = f \delta(t - \tau)$, а

частотная — в виде $K(\omega) = f \exp(-i\omega \tau)$ ни при каких значениях параметров f и τ . Тем не менее, линеаризуя логарифм частотной характеристики $K(\omega)$ по частоте вблизи нулевой частоты $\omega = 0$ (т.е. воспользовавшись хорошо известным в теории сигналов приближением групповой задержки сигнала при линейной фильтрации, или, что то же самое, первым порядком классической теории дисперсии [1,2]), нетрудно получить приближенную формулу

$$K(\omega) \approx K(0) \exp \left[\left(\frac{\partial \ln K(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=0} \right) \omega \right] = f \exp(-i\omega \tau), \quad (3)$$

где

$$f = K(0) = \sum_{i=1}^n f_i, \\ \tau = i(\ln K(0))' = \sum_{i=1}^n f_i \tau_i / \sum_{i=1}^n f_i. \quad (4)$$

Используя формулу (3), нетрудно аппроксимировать оператор \hat{T}_{tot} некоторым оператором сдвига $f \hat{T}(\tau)$, где параметры f и τ определены соотношением (4). Тогда

$$A(t) = \sum_{i=1}^n f_i A^{(0)}(t - \tau_i) \approx f A^{(0)}(t - \tau). \quad (5)$$

Таким образом, в приближении групповой задержки [1,2] суммарный сигнал отличается от исходного только изменением амплитуды (f) и временным сдвигом (τ). Формула (3) является приближенной и справедлива только при низких частотах (при выполнении условий $|\omega(\tau_i - \tau)| \ll 1$; $i = 1, \dots, n$). Поэтому и формула (5) для сигналов с произвольной временной зависимостью является приближенной и может быть использована только для гладких сигналов достаточной продолжительности $T \gg |\tau_i - \tau|$ ($i = 1, \dots, n$).

Точность приближенной формулы (5) зависит как от вида сигнала $A^{(0)}(t)$, так и от величины коэффициентов ослабления f_i и времен задержки τ_i . Нетрудно проверить, что в самом общем случае (при $(\ln K(0))'' \neq 0$) формула (5) является точной для любой линейной функции ($A^{(0)}(t) = a + bt$), поэтому для произвольной функции $A^{(0)}(t)$ ее можно рассматривать как „перевернутую“ формулу скользящей линейной интерполяции [3], которая отличается от „обычной“ только перестановкой левой и правой частей формулы. В случае выполнения дополнительных условий $(\ln K(0))'' = \dots = (\ln K(0))^{(m)} = 0$ формула (5) оказывается точной для произвольного полинома порядка m и ее можно рассматривать как формулу скользящей интерполяции порядка m ; точность (5) для произвольной функции $A^{(0)}(t)$ соответственно повышается (см. ниже).

Существенно, что в принципе соотношение (4) не накладывает никаких ограничений на величину времени задержки суммарного сигнала τ — даже при положительных значениях задержек интерферирующих копий сигнала τ_i время задержки суммарного сигнала τ в зависимости от величины коэффициентов ослабления f_i может быть положительным, отрицательным или равным нулю. В этом случае суммарный сигнал может оказаться сдвинут во времени совершенно не так, как интерферирующие копии исходного сигнала, из которых он собственно и состоит; возможна, например, ситуация, когда суммарный сигнал вовсе не имеет временной задержки ($\tau = 0$), несмотря на то что каждая из интерферирующих копий такую задержку имеет ($\tau_i > 0$ при $i = 1, \dots, n$). Эту ситуацию не следует воспринимать как нарушение принципа причинности или принципа максимальности вакуумной скорости света для передачи информации: хорошо известно [2], что бесконечно гладкий сигнал, строго говоря, не является сигналом в смысле передачи информации и что информация может быть передана только с помощью разрывов временной зависимости сигнала, которые связаны с высокочастотной, а не с низкочастотной частью спектра сигнала.

В качестве конкретного примера рассмотрим поле электрического [1] или акустического [4] диполя в однородной среде без дисперсии и поглощения. Обозначив через $r_{1,2}$ положения точечных излучателей, а через $R_{1,2}$ — расстояния от этих излучателей до точки наблюдения r , для суммарного поля имеем

$$A(r, t) = \frac{A^{(0)}(t - R_1/c)}{R_1} - \frac{A^{(0)}(t - R_2/c)}{R_2}, \quad (6)$$

где c — скорость света (или звука) в данной среде, $A^{(0)}(t)$ — одинаковая (с точностью до знака) временная зависимость сигнала каждого из точечных излучателей.

Применение формул (4) в данном случае дает $\tau(\mathbf{r}) = 0$ ($f_1 = (1/R_1)$, $f_2 = -(1/R_2)$, $\tau_{1,2} = R_{1,2}/c$), т.е.

$$A(t) \approx fA^{(0)}(t), \quad f(\mathbf{r}) = (1/R_1) - (1/R_2). \quad (7)$$

Область применимости формулы (7) ограничена условием $\tau_{1,2} \ll T$, т.е. условием $r \ll cT$. Это означает, что речь идет о поле нестационарного диполя в ближней зоне.

Видно, что суммарное поле (в отличие от создающих это суммарное поле точечных источников) не имеет задержки во времени. Нетрудно проверить, что этот вывод сохраняется (в среде без поглощения) для любой системы точечных акустических или электромагнитных излучателей при условии равенства нулю суммарной объемной скорости акустических или электромагнитных волн (в случае звуковой волны). То обстоятельство, что время задержки одинаково во всех точках ближней зоны и равно именно нулю, связано с тем, что в трехмерном пространстве геометрическое ослабление поля сферической волны происходит по закону ($\sim 1/r$). В случае более быстрого ослабления поля при удалении от точечного источника (например, при наличии поглощения) время запаздывания суммарного сигнала оказывается различным в разных точках пространства и положительным (хотя и меньшим, чем время задержки сигнала от ближайшего к точке наблюдения точечного источника).

Проиллюстрируем полученные результаты данными расчетов. На рис. 1 приведена временная зависимость суммарного сигнала на оси дипольного излучателя с расстоянием между

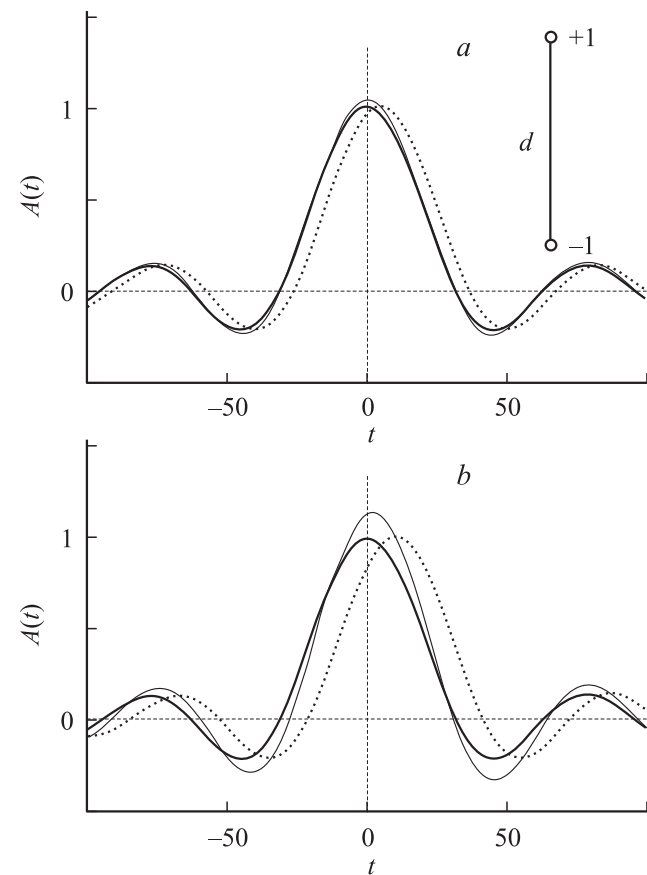


Рис. 1. Временная зависимость сигнала на оси дипольного излучателя при $r = 5$ (a), 10 (b).

точечными излучателями $d = 0.01$ в среде со скоростью волны $c = 1$ на расстоянии $r = 5$ (а) и 10 (б) от центра диполя; использован сигнал $A^{(0)}(t) = \sin(t/T)/(t/T)$ с длительностью $T = 10$. По горизонтальной оси отложено время t , по вертикальной — временная зависимость поля, создаваемого обоими точечными источниками ($A^{(0)}(t - \tau_{1,2})$, две слившиеся пунктирные линии), временная зависимость сигнала без учета его запаздывания ($A^{(0)}(t)$, жирная линия), а также временная зависимость суммарного поля, возникающего при интерференции полей точечных источников ($A(r, t)/f(r)$, тонкая линия). Видно, что суммарное поле (в отличие от полей отдельных точечных источников) действительно „игнорирует“ временную задержку сигнала, связанную с конечностью его скорости распространения: пока задержка мала в сравнении с длительностью сигнала, поле в ближней зоне практически совпадает с „незадержанным“ сигналом. Подчеркнем, что эта „проигнорированная“ суммарным сигналом задержка отнюдь не находится за пределами точности расчетов и оказывается существенно больше времени распространения сигнала от одного точечного источника до другого (или, что то же самое, больше разности времен задержки сигналов от разных точечных источников).

На рис. 2 приведены результаты аналогичных ($r = 10$ (а), 20 (б)) расчетов для квадрупольного (структура

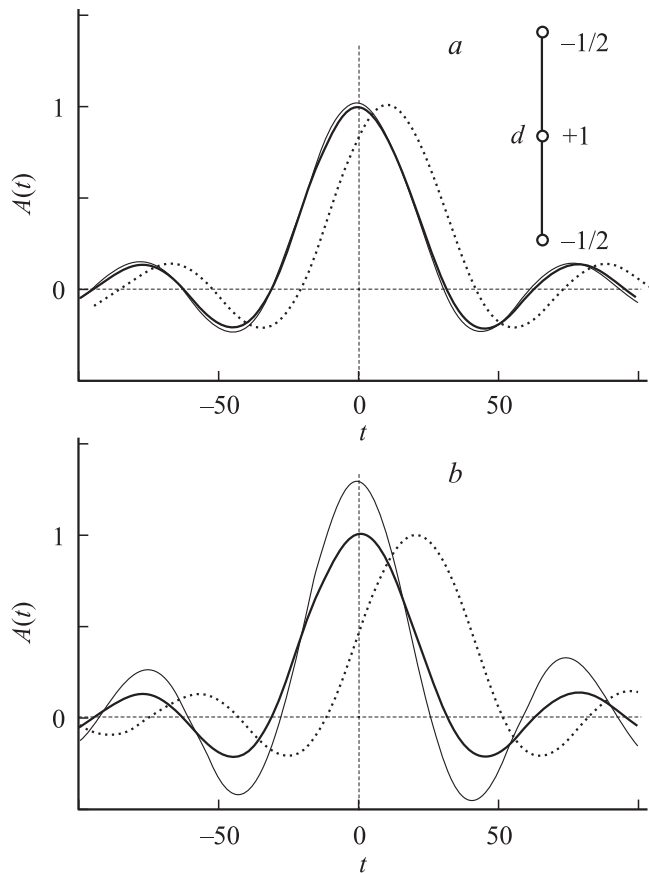


Рис. 2. Временная зависимость сигнала на оси квадрупольного излучателя при $r = 10$ (а), 20 (б).

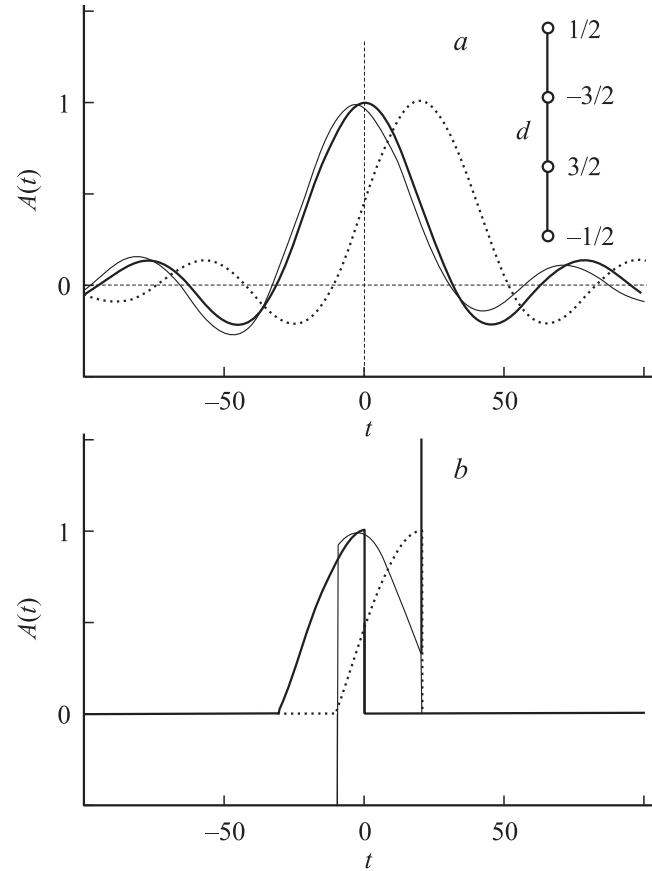


Рис. 3. Временная зависимость сигнала на оси октупольного излучателя при $r = 20$ в случае излучения гладкого (а) и обрезанного спереди и сзади (б) сигнала.

которого показана на вставке). В этом случае точность формулы (5) оказывается более высокой, чем в предыдущем случае. Это связано с тем, что в данном случае $(\ln K(0))'' = 0$ и формула (5) оказывается точной для сигналов вида $A^{(0)}(t) = a + bt + ct^2$. На рис. 3,а приведены результаты аналогичных расчетов для октуполя (вставка) при $r = 20$. В этом случае на оси октуполя $(\ln K(0))'' = (\ln K(0))^{(3)} = 0$, что приводит к соответствующему повышению точности результатов (в данном случае формула (5) оказывается точной для полинома третьего порядка).

На рис. 3,б даны результаты расчета распространения того же сигнала, что и на рис. 3,а, но „обрезанного“ — сигнал возникает скачком при $t = -30$ и скачком же исчезает при $t = 0$. Из сравнения этого рисунка с рис. 3,а видно, что появление и исчезновение суммарного сигнала происходят синхронно с появлением и исчезновением интерферирующих сигналов от точечных источников (т.е. с соответствующей задержкой), но при этом его временная зависимость во временном „окошке“, в котором он существует, соответствует временной зависимости исходного сигнала без задержки. На практике это приводит к тому, что принимается вовсе не тот фрагмент сигнала, который передавался, т.е.

происходит „восстановление“ временной зависимости частично переданного сигнала (типичное для случая распространения волнового импульса со сверхсветовой групповой скоростью [5,6]).

В заключение отметим, что в настоящее время интенсивно исследуется близкий к рассмотренному в данной работе эффект распространения квазимонохроматического светового импульса в некоторых типах диспергирующих сред со сверхсветовой скоростью [5–12]. Результатом проведенного в данной работе рассмотрения является вывод о том, что этот эффект может иметь место не только для квазимонохроматического, но и для широкополосного сигнала, не только в процессе распространения волны, но и в процессе ее излучения, не только в сильно диспергирующей (или в нелинейной) среде, но и в вакууме.

Список литературы

- [1] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
- [2] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339.
- [3] *Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В.* Вычислительные методы для инженеров. М.: Высшая школа, 1994. 544 с.
- [4] *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
- [5] *Бухман Н.С.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 1. С. 136.
- [6] *Бухман Н.С.* // Квантовая электрон. 2001. Т. 31. № 9. С. 774.
- [7] *Сазонов С.В.* // УФН. 2001. Т. 171. № 6. С. 663.
- [8] *Ораевский А.Н.* // УФН. 1998. Т. 168. № 12. С. 1316.
- [9] *Wang L.J., Kuzmich A., Dogariu A.* // Nature (London). 2000. Vol. 406. P. 277.
- [10] *Macke B., Segard B.* // Eur. Phys. J. D. 2003. Vol. 23. N 1. P. 125.
- [11] *Akulshin A.M., Ciminno A., Sidorov A.J. et al.* // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 011801.
- [12] *D'Aguanno G., Centini M., Bloemer M.J. et al.* // Opt. Lett. 2002. Vol. 27. N 3. P. 176.