

01;09;10

## Условия формирования режима сверхизлучения в сгустке релятивистских электронов

© В.В. Порхаев, Н.В. Завьялов, В.Т. Пунин, А.В. Тельнов, Ю.А. Хохлов

Федеральное государственное унитарное предприятие

„Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики“

Институт ядерной и радиационной физики,  
607190 Саров, Нижегородская область, Россия  
e-mail: porkhaev@expd.vniief.ru

(Поступило в Редакцию 14 октября 2003 г.)

Рассмотрены вопросы, связанные с формированием поля когерентных колебаний ансамбля классических осцилляторов и их сверхизлучательной неустойчивостью. В квазистационарном приближении ангармонического осциллятора определены дисперсионные свойства сгустка электронов и условия возникновения неравновесного излучения.

В работе [1] был предложен способ преобразования кинетической энергии релятивистских заряженных частиц в электромагнитное излучение, основанный на совершении зарядом колебаний в поле внешней волны (в поле ондулятора). Первый ондуляторный источник — лазер на свободных электронах (ЛСЭ), основанный на этом принципе, был создан в середине 70-х годов для получения когерентного оптического излучения [2]. В настоящее время генерация в ЛСЭ получена в широком спектральном диапазоне (см., например, [3]).

Вопросам радиационной неустойчивости классических осцилляторов и их взаимодействию с электромагнитными полями посвящено большое число работ (см., например, работу [4] и литературу в ней). Так как активной средой в ЛСЭ является сгусток релятивистских электронов, то формирование поля вынужденных излучений в таком электронном газе является необходимым условием для генерации лазерного излучения. Поле вынужденных излучений по своей природе является неравновесным относительно энергии колебаний электронов в поле ондулятора и возникает в результате энергообмена между неравновесной электромагнитной волной (первичное затравочное излучение) и электронами-осцилляторами. В теоретических работах наличие поля неравновесных излучений в ансамбле осцилляторов связывают со случайными процессами [5,6], с наличием внешнего источника [7,8] или с такой шириной энергетического распределения электронов пучка, при которой радиационный энергообмен осцилляторов может протекать достаточно эффективно [9–11]. В работе [12] было получено условие возникновения вынужденного (коллективного) излучения в пучке релятивистских электронов вида  $N \gg 1$ , где  $N$  — число частиц в сгустке с размером, равным длине волны магнитотормозного излучения (МТИ) в системе отсчета, связанной с его ведущим центром.

Целью данной работы является определение возможности и условий формирования сверхизлучательной

неустойчивости (режим сверхизлучения) сгустка релятивистских электронов в ондуляторе, параметры которого оптимальны для низшей моды генерации. В данном случае под сверхизлучательной неустойчивостью следует понимать процесс формирования в электронном газе неравновесного излучения, источником которого являются стохастические флуктуации радиационного поля, усиливаемые в результате обмена энергией с электронами-осцилляторами.

Рассмотрим режим генерации электромагнитного излучения сгустком релятивистских электронов ( $v_e \approx c$ ) с объемной плотностью заряда  $g$ , который движется вдоль оси  $OZ$  в поле раскачивающей системы ондулятора  $\mathbf{H}(z) = \mathbf{q}_H H_0 f(z)$ , где  $\mathbf{q}_H$  — орт вектора  $\mathbf{H}_z$ , а  $f(z)$  — периодическая по  $z$  функция. Будем считать, что  $\mathbf{v}_e \perp \mathbf{H}(z)$ , а сгусток электронов представляет собой замкнутую равновесную систему, внутри которой происходит энергообмен между отдельными электронами и радиационным полем любой природы. Будем считать также, что энергетическое распределение электронов в сгустке описывается функцией  $F(\gamma)$  ( $\gamma$  — релятивистский фактор), причем  $\Delta\gamma \ll \gamma_c$  (где  $\gamma_c$  — наиболее вероятная для данного распределения энергия электрона, а  $\Delta\gamma$  — его ширина), кулоновские взаимодействия и утечка электронов отсутствуют, а параметры ондулятора и инжектора электронов оптимальны для низшей моды генерации МТИ.

В поле сил  $\mathbf{F}_L(z) = e[\mathbf{v}_e \mathbf{H}(z)]/c$  в направлении  $\mathbf{q}_L = [\mathbf{q}_v \mathbf{q}_H]$  ( $\mathbf{q}_L$  и  $\mathbf{q}_v$  — орты векторов  $\mathbf{F}_L(z)$  и  $\mathbf{v}_e$ ) каждый электрон сгустка движется в своей потенциальной яме (электронный газ замагничен в направлении оси  $OZ$ ). Это позволяет практически при любой плотности объемного заряда не учитывать эффекты тонкой структуры и рассматривать процессы в рамках классической электродинамики и теории поля.

Рассмотрим динамику отдельного электрона в системе отсчета, связанной с его ведущим центром (система  $K'$ ). В системе  $K'$  плоская волна поля ондуля-

тора имеет вид  $\mathbf{H}(t) = \mathbf{q}_H H_0 \xi(t)$ , где  $\xi(t)$  — ограниченная функция с периодом  $T_u$ . Напряженность поля МТИ точечного заряда  $\mathbf{E}_{Bs}(t)$  в общем случае связана с потенциалами поля  $\mathbf{A}(t)$  и  $\varphi$  соотношением  $\mathbf{E}_{Bs}(t) = -d\mathbf{A}(t)/(cdt) - \text{grad}\varphi$ . Так как в системе  $K'$  скалярный потенциал  $\varphi$  обладает центральной симметрией, а  $\mathbf{A}(t) = e\mathbf{v}_L(t)/(cR - v_L(t)\mathbf{R})$ , где  $\mathbf{v}_L$  — составляющая скорости электрона под действием силы  $\mathbf{F}_L$ ,  $\mathbf{R}$  — радиус-вектора, проведенный из центра системы  $K'$  в точку наблюдения, то векторы  $\mathbf{E}_{Bs}(t)$  и  $\mathbf{H}(t)$  взаимно ортогональны и имеют одинаковую фазу колебаний. Тогда электроны сгустка движутся в скрещенных  $\mathbf{E}-\mathbf{H}$ -полях и в направлении оси  $OZ$  диэлектрическая постоянная электронного газа имеет вещественное значение (в направлении  $\mathbf{q}_L$  свободные заряды отсутствуют). Таким образом, для поперечной волны, распространяющейся вдоль оси  $OZ$ , в направлении  $\mathbf{q}_L$  замагниченный электронный газ обладает свойствами диэлектрика [13].

Пусть вблизи  $i$ -го электрона в объеме  $V_a$ , размеры которого определяются длиной волны излучения, находятся  $N_a$  осцилляторов, которые взаимодействуют с его радиационным полем  $E_i$ . В свою очередь на динамику  $i$ -го электрона будет влиять радиационное поле осцилляторов ансамбля. Воспользуемся квазистационарным приближением ангармонического осциллятора и будем считать, что параметры рассматриваемой системы постоянны в течение периода  $T_u$ . Тогда к рассматриваемой системе можно применить теорему Буша о сохранении момента импульса электрона для случая радиационного взаимодействия в сгустках осцилляторов [14]. В режиме генерации каждый электрон сгустка одновременно испускает собственное МТИ и усиливает излучение, неравновесное относительно энергии его колебаний в поле ондулятора. Напряженность поля МТИ электрона определяется соотношением  $E_{Bs,i} = (2gDr_c^2\gamma_i H_0^2/3)^{1/2}$  [15]. В приближении  $\Delta\gamma \ll \gamma_c$  будем считать, что в начальный момент времени колебания осцилляторов некогерентны. Тогда усредненная по  $V_a$  интенсивность МТИ ансамбля  $N_a$  осцилляторов прямо пропорциональна величине  $\sum_i E_{Bs,i}^2$ . Величину  $N_a$  определим из условия синхронизма в системе  $K'$ :  $\omega'_c \Delta t = \pi$ , где  $\omega'_c$  — наиболее вероятная частота МТИ для данного распределения  $F(\gamma)$ . Тогда рассматриваемый ансамбль осцилляторов заключен в объеме, ограниченном сферической поверхностью радиуса  $R_S = \lambda'_c/2$ , и  $N_a = gV_a = g\pi D^3/(6\gamma_c^3)$ .

Режим спонтанного излучения. В лабораторной системе отсчета интенсивность излучения сгустка электронов определяется суммой интенсивностей спонтанного излучения электронов  $I_{sp}$  в поле ондулятора и вынужденного излучения каждого электрона  $I_{st}$  в радиационном поле ансамбля  $N_a$  соседних осцилляторов. Тогда полная интенсивность низшей моды генерации единичного объема сгустка электронов равна [15]

$$I_{\text{tot}}(\gamma_i) = I_{sp} + I_{st} = \frac{2e^4 g}{3m^2 c^3} (H_0^2 \gamma_i^2 + E_{Bs}^2 N_a \sin^2 \Delta\omega'_i t), \quad (1)$$

где  $\Delta\omega'_i = \omega'_i - \omega'_c$  является характеристикой инжектора электронов.

Напряженность поля спонтанного излучения ансамбля  $N_a$  осцилляторов  $E_{Bs}$  связана с интенсивностью  $I_a = I_{sp} N_a / (4\pi)$  соотношением  $E_{Bs}^2 = g D I_{sp} / (c\gamma)$ . Тогда

$$\frac{E_{Bs}^2}{H_0^2} = \frac{2}{3} D \gamma g r_e^2, \quad (2)$$

где  $D$  — период ондулятора,  $r_e = e^2/m_e c^2$  — классический радиус электрона.

Из соотношения (1) следует, что функция  $I_{\text{tot}}(\gamma)$  немонотонна и оптимальна в точке, в которой с учетом (2) имеет место равенство

$$\frac{\omega_p^2}{\omega_i'^2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\pi} \sin(\omega'_i - \omega'_c) t}, \quad (3)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi g e^2 / m_e$  — частота плазменных колебаний электронного газа.

С точки зрения уравнений динамики электрона в поле плоской волны  $H(t)$ , функция  $F(\gamma)$  определяет частоту и ширину спектральной линии его МТИ. Однако процесс радиационного энергообмена является групповым и в большей мере зависит от характеристик среды: ширины спектральной линии волнового пакета  $\Delta\omega'$  и временного параметра энергообмена  $\Delta t$ . Поэтому в системе  $K'$  величина  $\Delta\omega'_i = |\omega'_i - \omega'_c|$  в (1) и (3) прежде всего должна удовлетворять соотношению неопределенностей  $\Delta\omega' \Delta t = \pi$ , т.е.  $\Delta\omega' = \pi c / r_a n(\omega'_c)$ , где  $r_a$  — среднее расстояние между электронами,  $n(\omega'_c)$  — коэффициент преломления электронного газа на наиболее вероятной для данного распределения  $F(\gamma)$  частоте  $\omega'_c$ . Так как  $\Delta\omega' = \omega'_c \Delta\gamma / \gamma_c$ , то  $r_a^{\min} = \pi c \gamma_c / (\omega'_c n(\omega'_c) \Delta\gamma) = D / (2\Delta\gamma)$ , откуда при  $r_a \rightarrow r_a^{\min} = \lambda'/2 = D / (2\gamma_c)$  следует  $\Delta\omega' \rightarrow \omega'_c$ . Таким образом, при  $r_a \leq \lambda'/2 < R_S$  и  $\Delta\gamma \ll \gamma_c$   $\Delta\omega' \gg \Delta\omega'_i$ , поэтому вид функции  $F(\gamma)$  практически не влияет на ширину спектральной линии процесса радиационного энергообмена электронов в сгустке. Тогда из соотношения (3) легко получить минимальную величину коэффициента преломления электронного газа для распространяющегося вдоль оси  $OZ$  поперечной волны излучения частотой  $\omega'_i$

$$n_z^{\min}(\omega'_i) = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_i'^2}} = 1.54.$$

Дисперсионные свойства среды определяются ее реакцией на электромагнитное возмущение. Из (3) следует, что в направлении оси ондулятора замагниченный электронный газ абсолютно непрозрачен для наиболее вероятной для данного распределения  $F(\gamma)$  частоты  $\omega'_c$  МТИ. В полной среде при  $\omega_p > \omega'_i$  поле  $E_{Bs}$  ослабляется в результате резонансного взаимодействия с частицами среды и на расстоянии  $\sim \lambda'_c$  падает до нуля [16]. Поглощая энергию поля  $E_{Bs}$ , электроны переизлучают ее со смещением фазы электромагнитной волны относительно  $E_{Bs}$  на  $\pi/2$ . Таким образом, в ансамбле осцилляторов

формируется поле неравновесных излучений  $E_{pr}$ . Так как другие каналы диссипации энергии поля  $E_{Bs}$  отсутствуют, то для моноэнергичного сгустка электронов можно принять  $E_{pr}(\omega'_c) \approx E_{Bs}$ , причем направление и степень поляризации полей  $E_{Bs}$  и  $E_{pr}$  одинаковы. Величина  $n_z^{\min} = 1.54$  определяет условие существования поля  $E_{pr}$  и переход ансамбля осцилляторов в режим сверхизлучения, которое для величины объемного заряда сгустка имеет вид  $g_{ir} \geq \sqrt{6} \gamma_c^2 / \sqrt{\pi} D^2 r_e$ .

Режим сверхизлучения. В результате процесса радиационного энергообмена в сгустке электронов формируется поле когерентных колебаний осцилляторов, интенсивность излучения которых прямо пропорциональна величине

$$E_{Bs, SR}^2 = \left( \sum_{i=1}^{N_{\text{coh}}} E_{Bs, i} \right), \quad (4)$$

где  $N_{\text{coh}} = g_{SR} V_{\text{coh}}$  ( $g_{SR}$  — объемная плотность заряда в режиме сверхизлучения;  $V_{\text{coh}}$  — объем области, в которой сформировано поле когерентных колебаний осцилляторов).

Однако при  $r_a \sim \lambda'/2$  спектральный диапазон канала радиационного энергообмена уширяется и  $\lambda'_c \sim \Delta\lambda'$ . Это существенно снижает его эффективность, и в пределах объема  $V_a$  наиболее вероятны парные взаимодействия осцилляторов. Тогда областью когерентных колебаний является шаровой слой радиуса  $r_0 = \lambda'/2$  и толщиной  $\delta = \Delta\lambda'$ , объем которого при  $\Delta\gamma \ll \gamma_c$  равен  $V_{\text{coh}} = \pi D^3 \Delta\gamma / (2\gamma^4)$ , а  $N_{\text{coh}} = 3\Delta\gamma N_a / \gamma_c$ . Тогда при  $\gamma_i = \gamma_c$  соотношение (1) имеет вид

$$I_{\text{tot}}(\gamma_c) = I_{sp} + I_{st} = \frac{2e^4 g}{3m^2 c^3} (H_0^2 \gamma_c^2 + E_{Bs}^2 N_{\text{coh}}^2). \quad (5)$$

Из соотношения (5) легко определить оптимальную для режима сверхизлучения активной среды ЛСЭ энергию электронов, которая с учетом (2) равна  $\gamma_c^{\text{opt}} = (2\pi^2 D^7 g^3 r_e^2 \Delta\gamma^2 / 3)^{1/9}$ . Отсюда следует, что оптимальным условием генерации когерентного излучения сгустком электронов в режиме сверхизлучения является плотность его объемного заряда  $g_{SR} = (3\gamma_c^9 / 2\pi^2 D^7 r_e^2 \Delta\gamma^6)^{1/3}$ , при которой выполняется условие  $\omega_p \ll \omega'_c$ , причем  $g_{SR} / g_{ir} = (r_e / \sqrt{96\pi} \lambda' \Delta\gamma^2)^{1/3} \ll 1$ . Для режима сверхизлучения легко получить дисперсию электронного газа, замагниченного в направлении оси  $OZ$ ,

$$n_{SR}(\omega') = \sqrt{1 + \left( \frac{9N_a}{4\pi^3 N_{\text{coh}}^2} \right)^{1/2}} \leq 1.13.$$

Таким образом, переход активной среды ЛСЭ в режим сверхизлучения является пороговым процессом, характерным параметром которого является частота плазменных колебаний электронного газа. Показателем величины порога может являться коэффициент преломления среды  $n_z \geq 1.54$ , при котором частота плазменных

колебаний электронного газа сопоставима с частотой колебаний электронов в поле ондулятора. При этом в активной среде возникает излучение, неравновесное относительно энергии колебаний электронов в поле ондулятора, и формируется поле когерентных колебаний ансамбля осцилляторов. В режиме сверхизлучения оптимальная величина объемного заряда сгустка определяется значением  $n_z \leq 1.13$ .

## Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1947. Т. 11. № 2. С. 165–182.
- [2] Deacon D.A.G., Elias L.R., Madeys J.M.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38 N 16. P. 892–894.
- [3] Proc. the 23<sup>rd</sup> Free Electron Laser Conf. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. 2002. Vol. A483. N 1–2. P. 1–101.
- [4] Федоров М.В. // УФН. 1981. Т. 135. № 2. С. 213–236.
- [5] Гапонов А.В. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. Вып. 2 (8). С. 236–331.
- [6] Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 9–10. С. 1414–1453.
- [7] Кондратенко А.М., Салдин Е.Л. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633–1642.
- [8] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // Квантовая электрон. 1978. Т. 5. № 7. С. 1543–1552.
- [9] Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н., Решетникова К.А. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 6. С. 1055–1061.
- [10] Курилко В.И., Ткач Ю.В. // УФН. 1995. Т. 165. № 3. С. 241–262.
- [11] Гинзбург Н.С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 5. С. 440–443.
- [12] Курилко В.И., Огнивенко В.В. // ДАН. Физика. 1994. Т. 335. № 4. С. 437–439.
- [13] Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976.
- [14] Ломизе Л.Г., Свешиников Н.Н. // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 10. С. 611–613.
- [15] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [16] Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. М.: Мир, 1965. 212 с.