01;04

Низкочастотный барьерный разряд в таунсендовском режиме

© Д.С. Никандров, Л.Д. Цендин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 10 февраля 2005 г.)

Предложена аналитическая модель барьерного газового разряда (Dielectric-Barrier Discharges — DBD) в таунсендовском режиме, когда объемный заряд мал по сравнению с поверхностным на диэлектрике. Режим горения разряда существенно различен в зависимости от соотношения между частотой внешнего напряжения и временем движения иона в зазоре. Рассмотрен низкочастотный случай, что позволило пренебречь объемным зарядом. Полученные аналитические выражения согласуются с результатами численного моделирования и экспериментами. Выяснен физический механизм наблюдающихся в этом режиме релаксационных колебаний. Представлены качественные закономерности поведения DBD-разряда и его основные параметры подобия.

Введение

Барьерный разряд — это разряд в газовой среде, заполняющей промежуток между электродами, один или оба из которых покрыты диэлектриком (рис. 1). Впервые эти разряды нашли широкое применение при производстве озона [1,2]. Сейчас их используют при стерилизации медицинского оборудования [3], при создании плазменных панелей [4], а также в эксимерных лампах [5]. При приложении к электродам переменного напряжения в газе возникает электрическое поле, определяемое приложенным к электродам напряжением и зарядами на поверхности диэлектрика. Разряд возникает, если это поле превышает поле пробоя. В многочисленных экспериментах параметры разрядов менялись в широких пределах: давление составляло от единиц до сотен Torr [6,7], частота приложенного напряжения — от единиц до сотен kHz [7,8]. Расстояние между электродами обычно порядка нескольких миллиметров.

Существуют три принципиально различных режима горения DBD разряда: таунсендовский, однородный тлеющий и филаментированный. Наиболее прост таунсендовский режим, при котором поля в разряде не искажаются объемным зарядом и не образуется плазмы. Тлеющий режим горения, наблюдаемый часто при высоких частотах внешнего напряжения, характеризуется сильным искажением поля из-за воздействия на него объемного заряда. Бóльшую часть разряда занимает плазма. Филаментированный разряд представляет собой совокупность тонких проводящих плазменных каналов — филаментов, хаотично прорастающих между электродами.

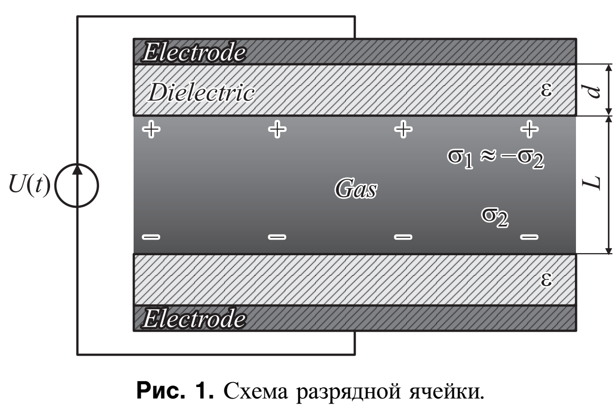

Рис. 1. Схема разрядной ячейки.

Несмотря на успехи в численном моделировании (см., например, [5,9]), существует необходимость в получении качественной аналитической картины таких разрядов. В работе представлены основные законы подобия, позволяющие предсказывать зависимость тока и электрического поля в таунсендовском разряде от времени. Получены простые аналитические выражения, описывающие колебания тока и поля в разряде, и выяснен их физический механизм.

Рассмотрен случай, когда частота приложенного напряжения ω много меньше обратного времени τ движения иона между электродами. Если движение ионов определяется их подвижностью, то

$$\tau = \frac{L}{E_{\mathrm{br}} b_i} \ll \frac{2\pi}{\omega}. \tag{1}$$

Здесь E_{br} — электрическое поле, соответствующее пробою; b_i — подвижность ионов. В разделе 1 выписаны исходные уравнения задачи. Когда заряженные частицы в зазоре отсутствуют (пассивная фаза II), поверхностный заряд постоянен и поле в зазоре меняется так же, как $U(t)$. Активная фаза I сопровождается колебаниями тока, поля в зазоре и поверхностного заряда. Получена связь между напряжением $U(t)$, полем в зазоре и плотностью поверхностного заряда, усредненными по колебаниям. В разделе 2 получено уравнение для тока проводимости; колебательный режим I исследован в разделе 3. В разделах 4 и 5 исследован колебательный режим, возникающий при плавной зависимости $U(t)$, и показано, что, если $U(t)$ меняется резко (имеет форму меандра), колебания отсутствуют. В разделе 6 расчет сопоставлен с имеющимися натурными и численными экспериментами. Искажение поля в зазоре объемным зарядом рассмотрено в Приложении.

1. Исходные уравнения, простые оценки

В диэлектрике весь ток переносится током смещения, а в газовом зазоре — как током смещения, так и током проводимости. Заряды, которые образуются в зазоре, быстро (за время, не превышающее τ) выносятся на поверхность диэлектрика и накапливаются на ней в течение большого времени порядка ω^{-1}. Поэтому при выполнении неравенства (1) пространственный заряд в зазоре мал по сравнению с поверхностным, так что плотности зарядов на электродах различаются только знаками

$$\sigma_1(t) \approx -\sigma_2(t). \tag{2}$$

При этом поле в зазоре определяется приложенным напряжением и поверхностными зарядами. Так как поле поверхностных зарядов может частично компенсировать приложенное напряжение, то при большом перенапряжении поле в зазоре может представлять собой разность двух больших членов. Условие, при котором искажением поля в зазоре пространственным зарядом можно пренебречь по сравнению с полем пробоя, приведено в Приложении.

Для решения задачи необходимо связать поле в зазоре, напряжение $U(t)$ и заряд на поверхности диэлектрика $\sigma(t) = |\sigma_1(t)|$. Для этого используем теорему Гаусса

$$E = U\,\frac{1}{L+\frac{2d}{\varepsilon}} + \sigma\,\frac{8\pi}{L+\frac{2d}{\varepsilon}}\,\frac{d}{\varepsilon}. \tag{3}$$

Как только поле в зазоре превысит E_{br}, оно вызовет сильно растущий ток. Зависимость тока от поля определяется тем, что первый ионизационный коэффициент Таунсенда α экспоненциально растет с полем. Отношение M потока электронов на аноде к потоку их на катоде в свою очередь экспоненциально зависит от α. Ток через зазор увеличивается в $M-1$ раз за время порядка τ. Поэтому ток растет со временем примерно по экспоненциальному закону с показателем $\int^{t} \frac{M-1}{\tau}\,dt$. Столь быстро увеличивающийся ток, согласно принципу Ле Шателье, будет удерживать поле на уровне, близком к E_{br}. Поэтому для построения грубой модели положим, что в таунсендовском разряде электрическое поле не может быть больше пробойного $|E(t)| \le E_{\mathrm{br}}$. Весь период внешнего напряжения можно разделить на две фазы. В течение активной фазы I разряда $t^* < t < \pi/2\omega$ в зазоре текут токи проводимости, меняющие поверхностный заряд и поддерживающие $E \approx E_{\mathrm{br}}$. Согласно (3) поверхностный заряд меняется так же, как $-U(t)$. Во время фазы II

$$\frac{\pi}{2\omega} < t < \frac{\pi}{\omega} + t^*$$

поле в зазоре меньше E_{br}. В самом начале этой фазы все заряженные частицы выносятся полем на поверхность диэлектрика. После этого ток проводимости не течет и поверхностный заряд постоянен. Согласно (3),

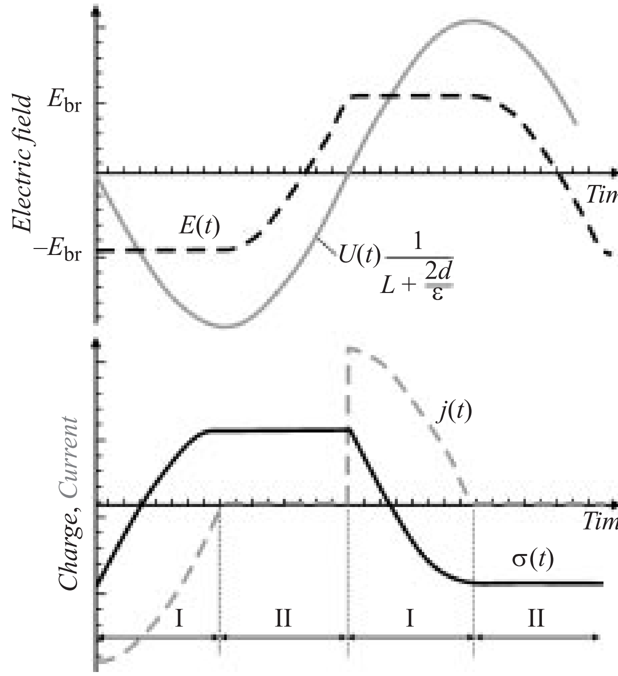

Рис. 2. Эволюция поля в зазоре, поверхностного заряда и тока. Фаза I соответствует протеканию тока, поддерживающего $E \approx E_{\mathrm{br}}$, фаза II соответствует отсутствию тока проводимости.

изменение приложенного напряжения приводит только к изменению поля в зазоре. Момент начала активной фазы I определяется однозначно

$$t^* = U^{-1}\left(2E_{\mathrm{br}}\left(L+\frac{2d}{\varepsilon}\right) - U\big|_{t=\frac{\pi}{2\omega}}\right). \tag{4}$$

Поле в зазоре при смене фаз меняется непрерывно

$$E(t) = \begin{cases} \dfrac{U(t) + U|_{t=\frac{\pi}{2\omega}}}{L+\frac{2d}{\varepsilon}} - E_{\mathrm{br}}, & -\dfrac{\pi}{2\omega} < t < t^*, \\ E_{\mathrm{br}}, & t^* < t < \dfrac{\pi}{2\omega}. \end{cases} \tag{5}$$

Изменение поля, поверхностного заряда и тока для случая синусоидального напряжения схематично показано на рис. 2.

В случае малого перенапряжения, когда

$$U_{\max} < 2L\left(1+\frac{2d}{L\varepsilon}\right)E_{\mathrm{br}}, \tag{6}$$

пробой происходит после того, как $U(t)$ меняет знак. Напротив, в случае большого перенапряжения, когда

$$U_{\max} > 2L\left(1+\frac{2d}{L\varepsilon}\right)E_{\mathrm{br}},$$

пробой происходит до того момента, когда $U(t)$ меняет знак. Как видно, продолжительность фаз I и II связана с величиной внешнего напряжения. Общая картина зависимости поля от времени приведена на рис. 3.

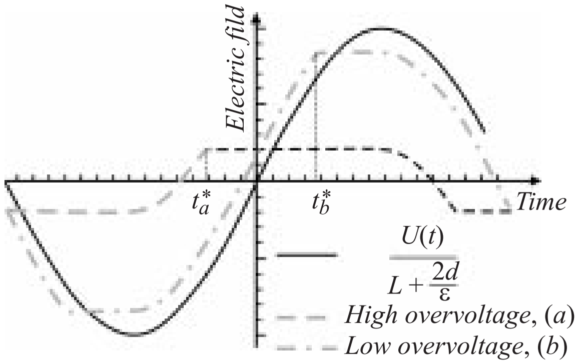

Рис. 3. Зависимость электрического поля от уровня перенапряжения.

Из (3) следует выражение для тока проводимости в зазоре, необходимого для ограничения поля,

$$j = \frac{d\sigma}{dt} = \begin{cases} \frac{dU}{dt}\frac{\varepsilon}{8\pi d}, & t \in \mathrm{I}, \\ 0, & t \in \mathrm{II}. \end{cases} \tag{7}$$

В реальности ток в течение фазы II крайне мал. Он не может возрасти мгновенно до конечной величины, требуемой (7). Поэтому имеет место запаздывание тока относительно приложенного напряжения, которое не учтено в грубой модели. В тот момент, когда поле достигает значения E_{br}, ток еще крайне мал, поверхностный заряд практически не меняется. Так как напряжение $U(t)$ изменяется, а поверхностный заряд остается постоянным, то поле в зазоре продолжает возрастать (3), превышая E_{br}. Этот процесс продолжается до тех пор, пока ток не возрастет настолько, что поверхностный заряд начнет существенно меняться и напряженность поля станет убывать. Пока $E(t)$ остается больше E_{br}, ток будет продолжать расти. Уменьшаться ток станет только тогда, когда поле будет меньше, чем E_{br}. Такая картина соответствует возникновению релаксационных колебаний. Для их количественного описания необходимо определить функциональную связь между электрическим полем и током. Ниже мы выпишем замкнутое уравнение, описывающее колебательную фазу I разряда.

2. Эволюция тока

Ограничимся простой таунсендовской моделью, когда электроны в зазоре размножаются в основном за счет ударной ионизации нейтральных атомов. Эти процессы определяются только электрическим полем. Вторичные электроны с катода эмиттируются вследствие бомбардировки его ионами. Длительность цикла размножения электронов в таунсендовском разряде определяется характерным временем движения иона от места его рождения до поверхности катода — τ (катод и анод определены по отношению к полю в зазоре). Рассмотрим вначале случай локальной ионизации. В этом случае ток изменится согласно уравнению [10]

$$j(t) = j_{\mathrm{ext}}(t) + \int_0^L j\left(t-\frac{x}{u}\right)\gamma\alpha\left(t-\frac{x}{u}\right)\exp\left[x\alpha\left(t-\frac{x}{u}\right)\right]dx. \tag{8}$$

Здесь $j(t)$ — ток проводимости у катода; $j_{\mathrm{ext}}(t)$ — электронный ток с катода, не связанный с ион-электронной эмиссией, — ток внешнего ионизатора; u — дрейфовая скорость иона. Заметим, что, зная решение уравнения (8), в котором $j_{\mathrm{ext}}(t) \propto \delta(t-t')$, можно написать его решение и при произвольной зависимости $j_{\mathrm{ext}}(t)$

$$j(t) = \frac{u}{L}\int_{-\infty}^{t} j_{\mathrm{ext}}(t')\, i(t,t')\, dt',$$

$$i(t,t') = \frac{L}{u}\,\delta(t-t')$$

$$+ \int_0^L i\left(t-\frac{x}{u}\right)\gamma\alpha\left(t-\frac{x}{u}\right)\exp\left[x\alpha\left(t-\frac{x}{u}\right)\right]dx. \tag{9}$$

Таким образом, $i = i(t,t')$ представляет собой аналог функции Грина для нашей задачи. Так как мы описываем изменение поля в течение фазы I, то $\gamma(e^{\alpha(t)L}-1) \approx 1$. При постоянном перенапряжении ток будет расти экспоненциально $i = i_0\exp\big(\beta(t-t')\big)$. Действительно, такая зависимость является решением (9). Возникающее трансцендентное уравнение для β

$$\left[1+\gamma-\frac{\beta}{u\alpha}\right]\frac{1}{\gamma e^{\alpha L}} = \exp\left(-\frac{\beta L}{u}\right) \tag{10}$$

всегда имеет решение. В случае $\gamma \ll 1$, например,

$$\beta = \frac{u\ln\big(\gamma(e^{\alpha(t)L}-1)\big)}{L}.$$

Если β меняется слабо за время τ, то в этом случае можно использовать подход, аналогичный ВКБ приближению, т. е. считать

$$i = i_0\exp\left(\int_{t'}^{t}\beta\right), \tag{11}$$

где β уже явно зависит от времени

$$\left[1+\gamma-\frac{\beta}{u\alpha(t)}\right]\frac{1}{\gamma e^{\alpha(t)L}} = \exp\left(-\frac{\beta L}{u}\right). \tag{12}$$

Из (9), (11) следует, что ток при локальной ионизации изменяется по закону

$$j(t) = \int_{-\infty}^{t}\frac{j_{\mathrm{ext}}(t')}{\tau}\exp\left(\int_{t'}^{t}\frac{\ln[\gamma(e^{\alpha(t'')L}-1)]}{\tau}\,dt''\right)dt'. \tag{13}$$

Полученные результаты можно обобщить на случай нелокальной ионизации. Так, уравнение (8) переписывается в виде

$$j(t) = j_{\mathrm{ext}}(t) + \int\limits_0^L j\left(t - \frac{x}{u}\right) \frac{\partial M}{\partial x}\bigg|_{t-\frac{x}{u}} dx, \qquad (14)$$

где $M(x,E)$ — коэффициент мультипликации электронов.

Величина этого коэффициента равна количеству вторичных электронов, рожденных одним первичным при прохождении расстояния x от катода. В локальном случае

$$M(x,E) = \gamma(e^{\alpha(E)x} - 1). \qquad (15)$$

Таким образом, единственной характеристикой ионизационного процесса является величина $M(x,E)$. Традиционно используемый коэффициент мультипликации есть $M\big(E(t)\big) = M\big(L, E(t)\big)$. Решение (14) можно переписать в виде

$$j(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{j_{\mathrm{ext}}(t')}{\tau} \exp\left(\int\limits_{t'}^{t} \frac{\ln M\big(E(t'')\big)}{\tau}\, dt''\right) dt'. \qquad (16)$$

Выражение (16) имеет прозрачный физический смысл. Ток к моменту t определяется токами внешнего ионизатора и полем в предыдущие моменты времени. Токи ионизатора усиливаются как $M^{t/\tau}$ и складываются. Видно, что ток не меняет мгновенно свое значение, как предполагалось в простейшей модели (рис. 2).

Нижний предел интегрирования (16) соответствует фазе II, когда $M \ll 1$. Ток проводимости в момент пробоя определяется соотношением

$$j(t^*) = \int\limits_{-\infty}^{t^*} \frac{j_{\mathrm{ext}}(t')}{\tau} \exp\left(\int\limits_{t'}^{t^*} \frac{\ln M(t'')}{\tau}\, dt''\right) dt'$$
$$\approx j_{\mathrm{ext}}(t^*) \sqrt{\frac{\pi}{2\tau\ \frac{d[M(E(t))]}{dt}\Big|_{t=t^*}}}. \qquad (17)$$

Для удобства везде ниже будем считать $t^* = 0$ (рис. 3).

3. Колебательный режим разряда

Выражение (16) представляет собой решение дифференциального уравнения

$$\tau \frac{dj}{dt} = j \ln M(E) + j_{\mathrm{ext}}. \qquad (18)$$

Дифференцированием (3) можно получить дополнительное уравнение для поля в зазоре

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} \frac{1}{L + \frac{2d}{\varepsilon}} - j \frac{8\pi}{L + \frac{2d}{\varepsilon}} \frac{d}{\varepsilon}. \qquad (19)$$

Комбинируя уравнения (18) и (19), получаем замкнутое дифференциальное уравнение для электрического поля в фазе I

$$\frac{d^2E}{dt^2} = \frac{d^2U}{dt^2} \frac{1}{L\left(1 + \frac{2d}{\varepsilon L}\right)} + \frac{\ln M(E)}{\tau}\left(\frac{dE}{dt} - \frac{dU}{dt}\frac{1}{L\left(1+\frac{2d}{\varepsilon L}\right)}\right) - \frac{8d\pi}{\varepsilon L + 2d} \frac{j_{\mathrm{ext}}(t)}{\tau}. \qquad (20)$$

Для анализа этого уравнения удобно ввести безразмерные переменные: время в единицах $\theta = t/\tau$, электрическое поле $\mathrm{E} = E/E_{\mathrm{br}}$, внешнее напряжение

$$\Phi = \frac{U}{1 + \frac{2d}{\varepsilon L}} \frac{1}{E_{\mathrm{br}} L},$$

ток ионизатора $\iota = j_{\mathrm{ext}}/j\big|_{t=0}$ и безразмерный коэффициент

$$\kappa = \frac{8\pi\, d}{(\varepsilon L + 2d)} \frac{j\big|_{t=0}}{E_{\mathrm{br}}} \tau. \qquad (21)$$

Ток в момент пробоя $j\big|_{t=0}$ пропорционален току ионизатора и определяется соотношением (17). В результате уравнение (20) запишется следующим образом

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\mathrm{E}}{d\theta^2} - \dfrac{d^2\Phi}{d\theta^2} - \ln\big(M(\mathrm{E})\big)\left(\dfrac{d\mathrm{E}}{d\theta} - \dfrac{d\Phi}{d\theta}\right) = -\iota\kappa, \\ \mathrm{E}\big|_{\theta=0} = 1, \quad \dfrac{d\mathrm{E}}{d\theta}\bigg|_{\theta=0} = \dfrac{d\Phi}{d\theta}\bigg|_{\theta=0} - \kappa. \end{cases} \qquad (22)$$

Для случая локальной ионизации $M(\mathrm{E})$ задается (15). Ионизационный коэффициент α связан с напряженностью электрического поля и давлением газа $\alpha/p = f(E/p)$ и записывается обычно в виде

$$\alpha/p = A \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right).$$

Стоит заметить, что полученные выражения имеют место и при любой другой зависимости коэффициента мультипликации от поля.

Уравнение (22) описывает релаксационные колебания электрического поля. Если частота таких колебаний оказывается много больше ω, что имеет место, если неравенство (1) выполнено с запасом, то характеристики колебаний адиабатически отслеживают $d\Phi/d\theta$, впервые это было экспериментально установлено в [11]. Величина $d^2\Phi/d\theta^2$ на решение не влияет, так как из условия (1) следует, что

$$\frac{d\Phi}{d\theta} \gg \frac{d^2\Phi}{d\theta^2}.$$

Исключением является случай, когда $\Phi(\theta)$ меняется резко. Этот случай мы рассмотрим на примере, когда $\Phi(\theta)$ имеет вид меандра.

4. Случай плавного изменения внешнего напряжения

В случае плавно меняющегося внешнего напряжения уравнение (22) приводится к виду

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\mathrm{E}}{d\theta^2} - \ln\big(M(\mathrm{E})\big)\left(\dfrac{d\mathrm{E}}{d\theta} - \Phi'\right) = -\iota\kappa, \\ \mathrm{E}\big|_{\theta=0} = 1, \quad \dfrac{d\mathrm{E}}{d\theta}\bigg|_{\theta=0} = \Phi' - \kappa, \quad \Phi' = \dfrac{d\Phi}{d\theta} = \mathrm{const}. \end{cases} \tag{23}$$

В уравнении (23) и в начальном условии на производную стоит малый параметр κ. Малость параметра κ следует из его пропорциональности току внешнего ионизатора. Пренебрежение этим параметром в уравнении эквивалентно отключению ионизатора в момент $\theta = 0$. Размножение электронов в нарастающем электрическом поле $\mathrm{E}(\theta) > 1$ идет всегда очень активно, и действие ионизатора на этом фоне, как будет показано ниже, приводит лишь к малым поправкам (которые тем меньше, чем меньше κ). Пренебрегая ими, получим

$$\frac{d^2\mathrm{E}}{d\theta^2} - \ln\big(M(\mathrm{E})\big)\left(\frac{d\mathrm{E}}{d\theta} - \Phi'\right) = 0. \tag{24}$$

Такое уравнение описывает движение частицы в системе с вынуждающей силой и знакопеременным трением. Трение и сила меняют знаки при $\mathrm{E} = 1$. Однородное уравнение (24) имеет строго периодическое решение. Электическое поле $\mathrm{E}(\theta)$ колеблется в пределах от $\mathrm{E}_{\max} = \max\limits_{\theta}(\mathrm{E})$ до $\mathrm{E}_{\min} = \min\limits_{\theta}(\mathrm{E})$, причем

$$\int\limits_{1}^{\mathrm{E}_{\max}} \ln M\, d\mathrm{E} = \kappa + \Phi'\left(\ln\frac{\Phi'}{\kappa} - 1\right),$$

$$\int\limits_{\mathrm{E}_{\min}}^{\mathrm{E}_{\max}} \ln M\, d\mathrm{E} = 0. \tag{25}$$

Рассмотрим случай колебаний малой амплитуды. Тогда $M(\mathrm{E}) = 1 + M'(\mathrm{E} - 1)$. Как видно из (25), это эквивалентно условию

$$\mathrm{E}_{\max} - 1 \approx 1 - \mathrm{E}_{\min}. \tag{26}$$

Фазовый портрет решения для этого случая приведен на рис. 4.

$$\begin{cases} p + \ln|p - 1| = z^2 - X, \\ p = \dfrac{d\mathrm{E}}{d\theta}\,\dfrac{1}{\Phi'}, \ \ z = \left(\dfrac{M'}{2\Phi'}\right)^{1/2}(\mathrm{E} - 1); \ \ X = \ln\dfrac{\Phi'}{\kappa} - 1. \end{cases} \tag{27}$$

При больших значениях параметра X (начиная с $X \approx 1$) фазовая траектория в области спадающего поля

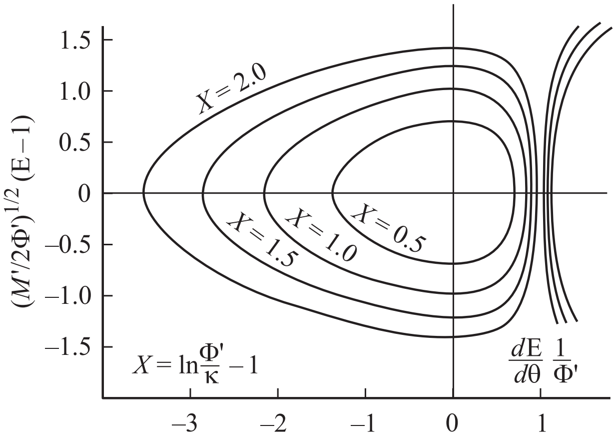

Рис. 4. Фазовые траектории электрического поля в разряде (случай малых амплитуд).

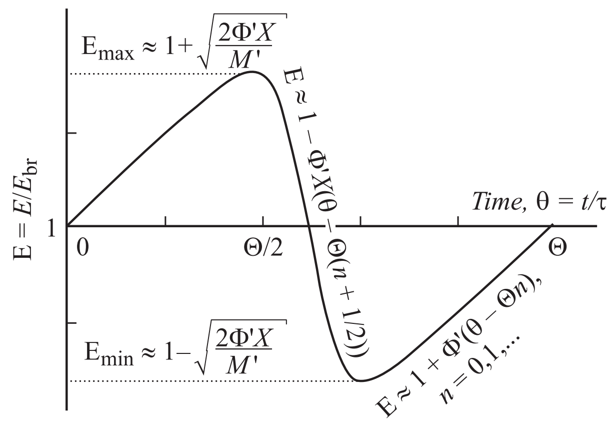

Рис. 5. Зависимость электрического поля (колебаний малой амплитуды) от времени ($X = 4$).

аппроксимируется как $p = z^2 - X$. Это позволяет найти закон убывания поля и период колебаний Θ

$$\mathrm{E} = 1 - \sqrt{\frac{2\Phi' X}{M'}}\tanh\left(\left(\theta - \frac{\Theta}{2}\right)\sqrt{\frac{M'\Phi' X}{2}}\right)$$
$$\approx 1 - \Phi' X\left(\theta - \frac{\Theta}{2}\right), \tag{28}$$

$$\Theta \approx \frac{1 + X}{\Phi' X}(\mathrm{E}_{\max} - \mathrm{E}_{\min}) \approx (1 + X)\sqrt{\frac{8}{\Phi' X M'}}. \tag{29}$$

Строго периодическое решение (рис. 5) получается только в случае полного выключения внешнего ионизатора в момент $\theta = 0$. Учет воздействия ионизатора при постоянном Φ', приводит со временем к медленному уменьшению амплитуды колебаний. Поле при этом стремится к пределу $\mathrm{E}_{\lim}$, удовлетворяющему уравнению

$$M(\mathrm{E}_{\lim}) = \exp\left(-\frac{\iota\kappa}{\Phi'}\right). \tag{30}$$

В случае $E_{\lim} \approx 1$ уравнение (30) имеет решение

$$E_{\lim} = 1 - \frac{\iota\kappa}{M'\Phi'}.$$

Характерное время уменьшения амплитуды колебаний электрического поля может быть легко оценено. Определяя E как решение (24), а $E + \delta E$ как решение (23), разложим δE в ряд до первого неисчезающего слагаемого

$$\delta E \approx -\frac{\iota\kappa}{2}\,\theta^2.$$

Это позволяет оценить поправку к полю за время его нарастания, т.е. до

$$\theta = \frac{(E_{\max} - 1)}{\Phi'}.$$

Малая неоднородность уравнения (23) сказывается на решении только в фазе нарастания поля, когда разность $\left(\frac{dE}{d\theta} - \Phi'\right)$ мала. За один период колебаний амплитуда поля уменьшится на

$$\delta E \approx \frac{\iota\kappa}{2}\left[\frac{(E_{\max} - 1)}{\Phi'}\right]^2.$$

Таким образом, приходим к оценке характерного времени затухания колебаний за счет внешнего ионизатора

$$\frac{\Phi'(1+X)}{\iota\kappa X}. \tag{31}$$

Если время (31) оказывается много больше времени, в течение которого $d\Phi/d\theta = \mathrm{const}$, то затухание поля не успевает произойти. Критерием применимости уравнения (24) вместо (23) может служить условие, получаемое из (31)

$$\frac{\Phi'(1+X)}{\iota\kappa X} \gg \Theta. \tag{32}$$

Это условие выполняется при достаточно маленьком κ. Если же оно неверно, то никаких колебаний электрического поля практически нет $E(\theta) = E_{\lim}$ (рис. 3). Параметры (27), (29) и величина (31) определяют основные скейлинги задачи для случая медленно меняющегося внешнего напряжения.

5. Зависимость внешнего напряжения в форме меандра

В случае приложения ступенчатого напряжения, задача по расчету DBD-разряда существенно упрощается. Основное упрощение состоит в отсутствии фазы II (рис. 2), напряжение в зазоре всегда порядка пробойного. Уравнение (22) для электрического поля в зазоре имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{d^2E}{d\theta^2} - \ln\bigl(M(E)\bigr)\,\dfrac{dE}{d\theta} = -\iota\kappa, \\ E\big|_{\theta=0} = E_{\max}, \quad \dfrac{dE}{d\theta}\Big|_{\theta=0} = -\kappa. \end{cases} \tag{33}$$

Так же как и в случае плавно меняющегося напряжения, рассмотрим однородное уравнение, не пренебрегая малым параметром в начальном условии,

$$\frac{d^2E}{d\theta^2} - \ln\bigl(M(E)\bigr)\,\frac{dE}{d\theta} = 0. \tag{34}$$

Решение (34) может быть записано в квадратурах

$$\theta(E) = \int\limits_{E}^{E_{\max}} \frac{dx}{\kappa + \int\limits_{x}^{E_{\max}} \ln(M)}. \tag{35}$$

Из (35) видно, что электрическое поле — монотонно убывающая функция, стремящаяся к $E_{\min}$. Эта величина определяется условием

$$E_{\min}: \quad \int\limits_{E_{\min}}^{E_{\max}} \ln M\, dE = -\kappa. \tag{36}$$

Для качественного исследования решения (35) выпишем зависимости поля и тока от времени в случае малых перенапряжений (это эквивалентно разложению коэффициента мультипликации в ряд $M(E) = 1 + M'(E-1)$)

$$E = C_1\,\mathrm{th}\left(C_2 - \frac{C_1 M'}{2}\,\theta\right) + 1, \qquad J = \frac{C_1^2 M'}{2\kappa\,\mathrm{ch}^2\left(C_2 - \frac{C_1 M'}{2}\,\theta\right)},$$

$$C_1 = \sqrt{(E_{\max} - 1)^2 + \frac{2\kappa}{M'}} \approx E_{\max} - 1,$$

$$C_2 = \mathrm{arcsh}\left(\frac{E_{\max} - 1}{\sqrt{\frac{2\kappa}{M'}}}\right). \tag{37}$$

Видно, что импульс тока запаздывает относительно $\Phi(\theta)$, достигая максимального значения в момент

$$\tilde{\theta} = \frac{2C_2}{C_1 M'} \approx \frac{2C_2}{(E_{\max} - 1)M'}.$$

Максимальное значение тока пропорционально квадрату перенапряжения $J(\tilde{\theta}) \sim (E_{\max} - 1)^2$. Также видно, что при малом перенапряжении $E_{\max} - 1 \approx 1 - E_{\min}$.

Если продолжительность фазы I (рис. 6) оказывается гораздо больше $2\tilde{\theta}$, т.е. $\tilde{\theta} \ll \pi/2\omega\tau$, то необходимо ввести поправки, связанные с воздействием внешнего ионизатора (учесть неоднородность уравнения (33)),

$$E(\theta) = E_{\min} - \kappa \int\limits_0^{\theta} e^{(\theta-\theta')\cdot\ln M(E_{\min})}\left(\int\limits_0^{\theta'} t(\theta'')d\theta''\right)d\theta',$$

$$\theta \gg \tilde{\theta}. \tag{38}$$

Решения (37) были найдены ранее в [10]. Однако важным преимуществом настоящего подхода является возможность анализировать большие перенапряжения

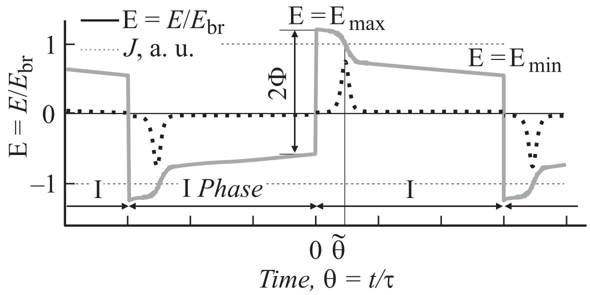

Рис. 6. Схематическая зависимость поля и тока проводимости в зазоре.

и определять $\mathrm{E}_{\max}$. Условие периодичности разряда и отсутствие выделенного электрода позволяет составить уравнение

$$\mathrm{E}_{\max} = 2\Phi - \mathrm{E}\left(\frac{\pi}{\varpi\tau}\right) \approx 2\Phi - \mathrm{E}_{\min}.$$

Учитывая (36), получаем уравнение для $\mathrm{E}_{\max}$ в виде

$$\int\limits_{2\Phi-\mathrm{E}_{\max}}^{\mathrm{E}_{\max}} \ln(M)d\mathrm{E} = -\kappa. \qquad (39)$$

В формуле (39) может быть учтена также поправка (38).

6. Сравнение с экспериментом

Приведенная модель удивительно хорошо описывает имеющиеся экспериментальные данные и численные коды [6,8,11,12]. Наблюдавшиеся распределения параметров были аналогичны (5). Так, на рис. 7 приведена динамика изменения поля в разряде в потоке гелия при давлении 730 Torr [11]. Частота напряжения (пилообразного в случае (a) и синусоидального в случае (b)) составляла 1.5 kHz, $L = 0.2$ cm, $d = 0.23$ cm, $\varepsilon = 5$. Отчетливо видно возникновение релаксационных колебаний. Так как амплитудное значение $U(t)/(L + 2d/\varepsilon)$ было близко к двум, то в соответствии с (4) и (6) фаза I начинается практически одновременно со сменой знака $U(t)$. В соответствии с простейшей моделью (5) колебания заканчивались в момент максимума напряжения. Отметим также, что в случае пилообразного напряжения колебания (кроме первого) были практически периодическими. Так как в течение пассивной фазы II поверхностный заряд неизменен, то в согласии с (5) кривые $E(t)$ и $U(t)/L + 2d/\varepsilon$ оказываются параллельны. Параметр pL соответствовал правой ветви кривой Пашена. Сопоставление расчета согласно (22) с экспериментом было выполнено в рамках таунсендовской аппроксимации

$$\alpha = Ap\exp\left(-\frac{B}{E/p}\right),$$

где $A = 3\,(\mathrm{cm}\cdot\mathrm{Torr})^{-1}$, $B = 25\,\mathrm{V/cm}\cdot\mathrm{Torr}$ [13].

Такое сопоставление позволяет оценить ток внешнего ионизатора порядка 10^{-4}–$10^{-5}\,\mathrm{mA/cm^2}$. Результаты моделирования приведены на рис. 8. Единственным подгоночным параметром при расчете было значение j_{ext}. Для линейного изменения напряжения оно полагалось равным $10^{-4}\,\mathrm{mA/cm^2}$, а для синусоидального — $3\cdot10^{-4}\,\mathrm{mA/cm^2}$. Следует отметить, что результаты малочувствительны к значению этого параметра. Так, для описания первого колебания тока, отличающегося примерно в 2 раза от остальных, необходимо было бы полагать $j_{\mathrm{ext}} \approx 10^{-6}\,\mathrm{mA/cm^2}$.

Как уже отмечалось, полученные соотношения зависят только от коэффициента мультипликации, так что они применимы как на правой ветви кривой Пашена, когда ионизацию можно считать локальной, так и на ее левой ветви, когда ионизация нелокальна и приближение (15), строго говоря, неприменимо [14]. Такая ситуация имела место, например, в работе [6], где исследовался разряд в метане при давлении 0.75 Torr, $L = 0.5$ cm, $d = 0.5$ cm, $f = 1.4$ kHz. Разделение разряда на фазы в соответствии с простейшей моделью показано на рис. 9. Моменты пробоя (4) хорошо согласуются с экспериментом, особенно при отрицательных токах.

Из приведенной в работе [6] кривой Пашена были определены локальные значения $A = 12\,(\mathrm{cm}\cdot\mathrm{Torr})^{-1}$, $B = 800\,\mathrm{V/cm}\cdot\mathrm{Torr}$. Время τ оценивалось исходя из характерных сечений ион-молекулярных столкновений, а также предполагалось, что $j_{\mathrm{ext}} \approx 10^{-4}\,\mathrm{mA/cm^2}$. Экспериментальные результаты и теоретические расчеты представлены на рис. 10.

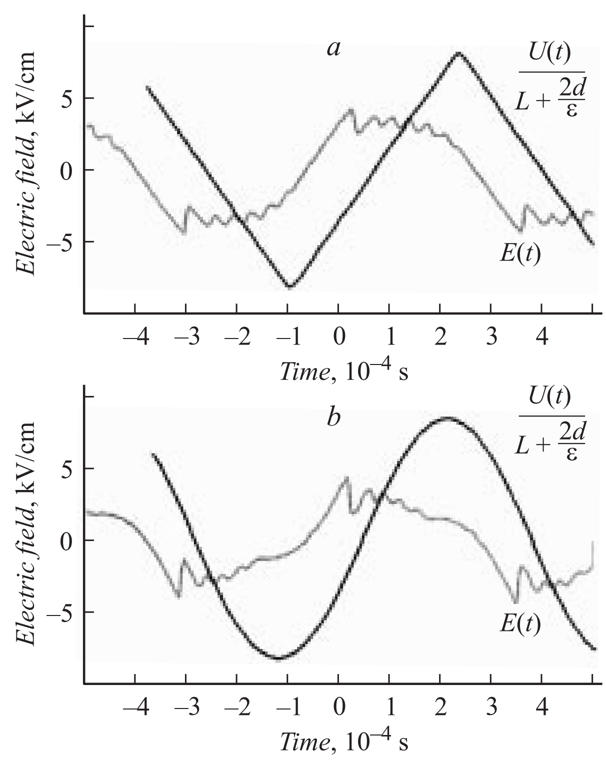

Рис. 7. Зависимости поля и внешнего напряжения в барьерном разряде [11].

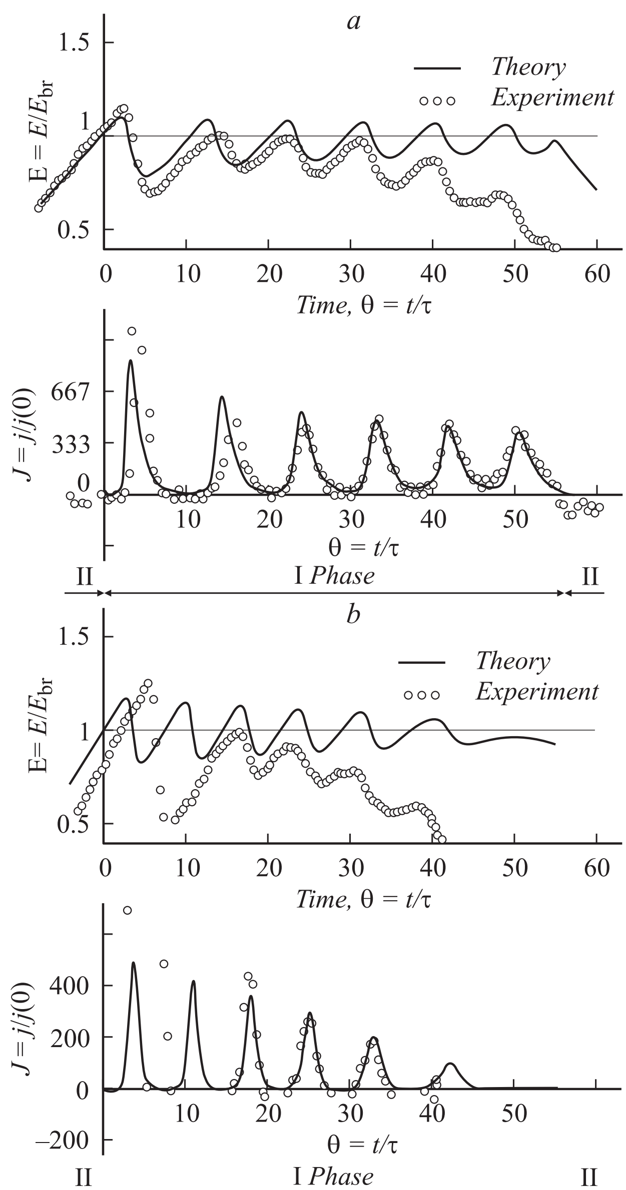

Рис. 8. Экспериментальные [11] и теоретические зависимости поля и тока от времени: *a* — случай линейно меняющегося напряжения, *b* — случай синусоидального напряжения.

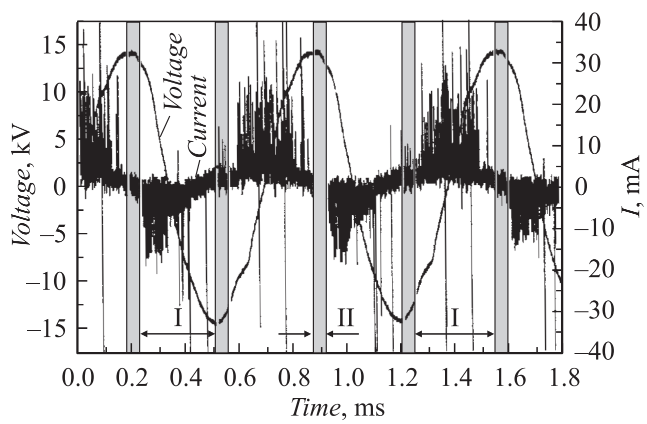

Рис. 9. Зависимости тока и внешнего напряжения [6]; разделение разряда на фазы.

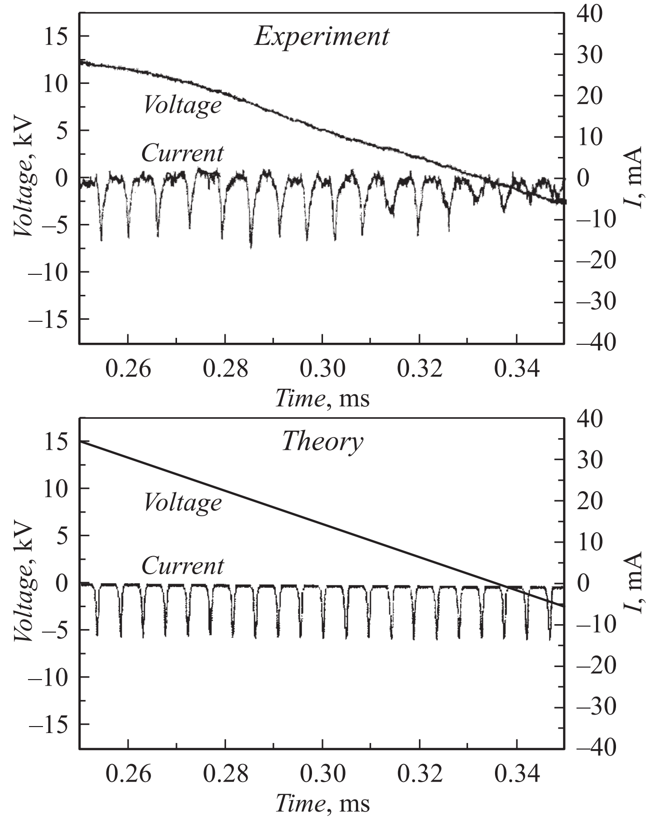

Рис. 10. Колебания тока в барьерном разряде [6].

В работе [8] исследовался разряд в гелии при атмосферном давлении. К достоинствам этой работы следует отнести то, что исследования проводились в широком диапазоне частот от 100 Hz до 10 kHz, удовлетворяющих условию (1). Сопоставление расчета (24) с экспериментом (рис. 11) было выполнено в рамках аппроксимации

$$\alpha = Cp\exp\left(-D\sqrt{\frac{p}{E}}\right),$$

где $C = 44\ (\mathrm{cm}\cdot\mathrm{Torr})^{-1}$, $D = 14\ \mathrm{V}^{1/2}/\mathrm{cm}^{1/2}\cdot\mathrm{Torr}^{1/2}$, $L = 0.3$ cm, $d = 0.23$ cm, $\varepsilon = 7.63$, $\gamma = 0.01$ [8].

На рис. 11 видно хорошее соответствие данных эксперимента и теоретической модели. Для колебаний с частотой 500 Hz расчет выполнен при значении $j_{\mathrm{ext}} \approx 5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{mA/cm^2}$, а для частоты 100 Hz — $j_{\mathrm{ext}} = 10^{-4}\,\mathrm{mA/cm^2}$. Эти значения согласуются с предположением о том, что j_{ext} обусловлен взаимодействием метастабильных атомов с поверхностью катода. Однако расчетное значение периода колебаний примерно в 1.5 раза больше наблюдавшегося. Лучше согласовать и период, и форму колебаний путем варьирования j_{ext} не удалось.

Скейлинг для периода колебаний (29) позволяет определить число колебаний в течение активной фазы I (рис. 12). Уменьшение числа колебаний в 4 раза при переходе от $L = 0.3$ cm к $L = 0.5$ cm должно определяться уменьшением примерно в 2 раза длительности фазы I и увеличением в 2 раза τ. Однако в эксперименте число колебаний по сравнению с $L = 0.3$ cm не менялось. Это, по-видимому, связано с воздействием пространственного заряда (42). Действительно, при той же частоте и форме напряжения пространственный заряд в случае $L = 0.5$ cm примерно вдвое больше, чем при $L = 0.3$ cm. Как видно из (29), период колебаний пропорционален $\omega^{1/2}$. Длительность фазы I пропорциональна ω^{-1} и определяется только перенапряжением (рис. 3). Значит, число колебаний пропорционально $\omega^{-1/2}$, что подтверждается экспериментально во всем диапазоне частот. Описанная модель хорошо согласуется и с численными экспериментами. Так, в работе [12] приведен пример расчета однородного таунсендовского барьерного разряда. Особенность этого расчета состоит в предполагаемом наличии мощного внешнего ионизатора (десорбция электронов с катода). Как отмечалось выше, наличие достаточно мощного ионизатора приводит к затуханию колебаний (31), даже в случае линейно нарастающего напряжения. Численный эксперимент [12] соответствовал разряду в азоте, давление полагалось 760 Torr, $L = 0, 1$ cm, $d = 0.01$ cm, $\varepsilon = 1$, напряжение нарастало линейно, причем $dU/dt = 4 \cdot 10^8$ V/s, $A = 8.8\,(\text{cm} \cdot \text{Torr})^{-1}$, $B = 275$ V/cm $\cdot$ Torr [13]. Результа-

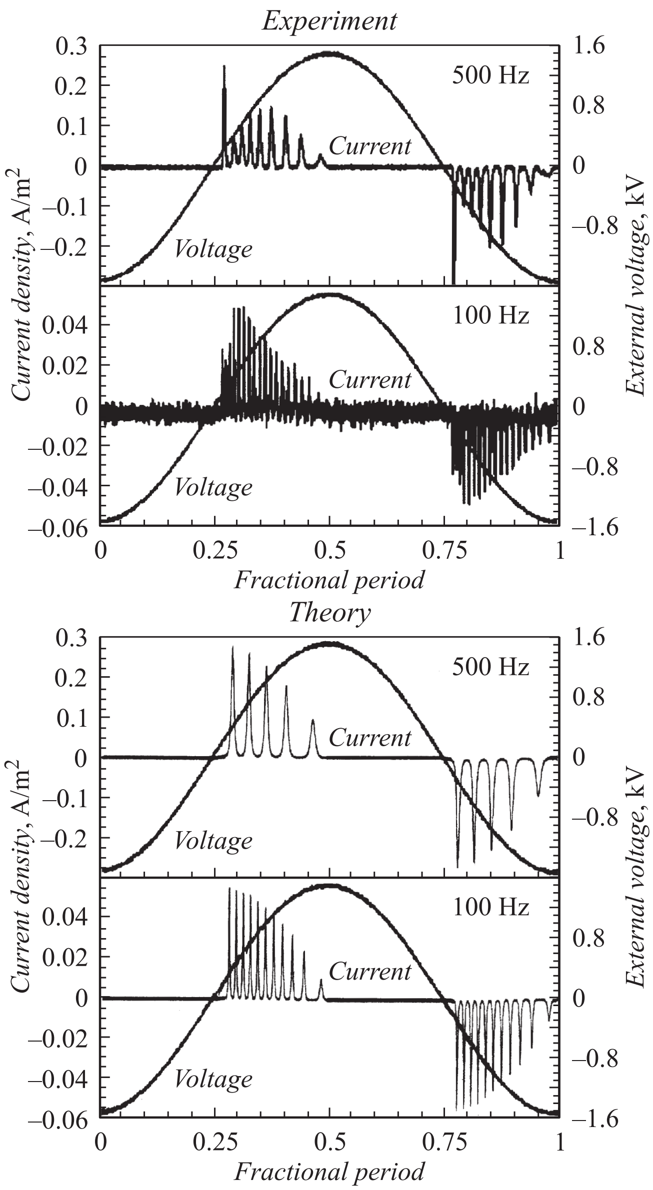

Рис. 11. Экспериментальная [8] и модельная зависимости тока от времени.

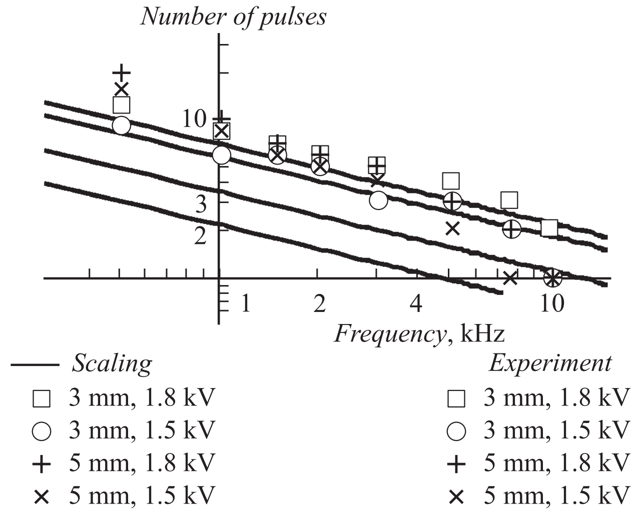

Рис. 12. Число колебаний тока в зависимости от частоты [8] и его скейлинг.

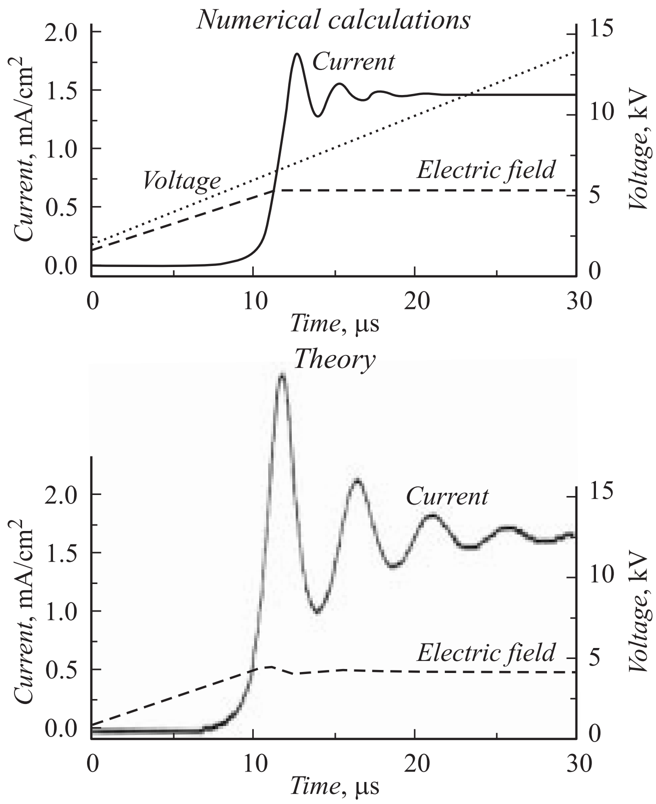

Рис. 13. Результаты численного эксперимента [12] и теоретической модели.

ты численного моделирования [12] и расчет поля и тока по выражениям (22), (16) приведены на рис. 13.

Выводы

Предложена аналитическая модель однородного барьерного газового разряда. Показано, что при малой частоте внешнего напряжения по сравнению со временем движения иона в зазоре разряд является таунсендовским. Полученные аналитические выражения согласуются с результатами экспериментов. Выяснен физический механизм наблюдающихся в таунсендовском режиме горения релаксационных колебаний. Представлены качественные закономерности поведения DBD-разряда и его основные параметры подобия.

Авторы благодарят за поддержку РФФИ (грант № 04-02-16483-а) и CRDF NS (grant N RP1-567-ST-03).

Приложение

Возмущение поля пространственным зарядом

В таунсендовском разряде возмущение электрического поля пространственным зарядом мало́. Оценим пространственный заряд и найдем величину возмущения поля. Разложим поле в зазоре на две составляющие: $E(t) = \mathrm{E}\,E_{\mathrm{br}} + \delta E$, $E_{\mathrm{br}} \gg \delta E$, где E — решение (22); $\delta E(x,t)$ — порпавка, связанная с пространственным зарядом. Поправка δE удовлетворяет уравнению

$$\begin{cases} \dfrac{d(\delta E)}{dx} = -4\pi n_{\mathrm{ion}}\, e, \\ n_{\mathrm{ion}}(x,t) = \dfrac{j_{\mathrm{ion}}(x,t)}{ebE_{\mathrm{br}}} \approx \dfrac{M\left(t - \frac{L-x}{bE_{\mathrm{br}}}\right) \cdot j\left(L, t - \frac{L-x}{bE_{\mathrm{br}}}\right)}{ebE_{\mathrm{br}}}. \end{cases} \tag{40}$$

Множитель M появляется из-за несовпадения катодного и анодного токов. Таким образом,

$$\delta E(x,t) \approx 4\pi \int\limits_{(1-\frac{x}{L})\cdot\tau}^{\tau} M(t-t') \cdot j(t-t')dt'. \tag{41}$$

Разряд будет таунсендовским, только когда

$$\frac{(\delta E)_{\max}}{E_{\mathrm{br}}} \ll 1.$$

Приведем оценку $(\delta E)_{\max}/E_{\mathrm{br}}$ для случая медленно меняющегося напряжения. Используя (19) и (28), оценим максимальный ток как

$$\frac{\Phi' \varepsilon E_{\mathrm{br}}(1+X)\left(L + \frac{2d}{\varepsilon}\right)}{8\pi d\tau}.$$

Подставляя этот ток в (41), получаем

$$\frac{(\delta E)_{\max}}{E_{\mathrm{br}}} \approx \tau\omega \cdot \frac{U_{\max}}{LE_{\mathrm{br}}} \cdot \frac{M\varepsilon L(1+X)}{\pi d}. \tag{42}$$

Также нетрудно оценить $(\delta E)_{\max}/E_{\mathrm{br}}$ для случая напряжения в форме меандра. Из (37) оценим максимальный ток как

$$\frac{M' j\big|_{t=0}(\mathrm{E}_{\max} - 1)^2}{2\kappa},$$

тогда

$$\frac{(\delta E)_{\max}}{E_{\mathrm{br}}} \approx \left(1 + \frac{\varepsilon L}{2d}\right) \frac{MM'(\mathrm{E}_{\max} - 1)^2}{2}. \tag{43}$$

Одновременное выполнение условий (1) и малости отношения (42)/(43) соответствует таунсендовскому разряду.

Список литературы

[1] *Kogelschatzx U.* // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 2003. Vol. 23. N 1.

[2] *Kogoma G.M., Okazaki S.* // J. Phys. D. 1994. Vol. 24. P. 1985–1987.

[3] *Laroussi M., Sayler G.S., Glascock B.B., McCurdy B., Pearce M.E., Bright N.G., Malott C.M.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. Vol. 27. P. 34–35.

[4] *Callegari Th., Ganter R., Boeuf J.* // J. Appl. Phys. 2000. Vol. 88. N 7. P. 3905.

[5] *Akinori Oda, Yosuke Sakai, Haruaki Akashi, Sugawara* // J. Phys. D. 1999. Vol. 32. P. 2726–2736.

[6] *Liu Dongping. Ma Tengcai, Yu. Shiji, Xu Yong, Yang Xuefeng* // J. Phys. D. 2001. Vol. 34. P. 1651–1656.

[7] *Massines F., Rabehi A., Decomps Ph., Ben Gadri R., Segur P., Mayoux C.* // J. Appl. Phys. 1998. Vol. 83. P. 2950–2957.

[8] *Jichul Shi. Laxminarayan L. Raja.* // J. Appl. Phys. 2003. Vol. 94 (12). P. 7408–7415.

[9] *Golubosckii Yu.B., Maiorov V.A., Behnke J., Behnke J.F.* // J. Phys. D. 2003. Vol. 36. P. 39–49.

[10] *Nagorny V.P., Drallos P.J., Williamson W.* // J. Appl. Phys. 1995. Vol. 77. N 8. P. 3645.

[11] *Visentin G., Mangolini L., Orlov K., Kortshagen U., Heberlein J.* // Proc. 15th Intern. Symposium on Plasma Chemistry. Orleans, 2001. Vol. 8. P. 3251–3256.

[12] *Golubovskii Yu.B., Maiorov V.A., Behnke J., Behnke J.F.* // J. Phys. D. 2003. Col. 36. P. 975–981.

[13] *Протасов Ю.Ю., Чувашев С.Н.* Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Т. IV. М., 2000. С. 180–204.

[14] *Цендин Л.Д.* Там же. С. 5–16.