

01;09;12

Распространение H_{10} -волны в прямоугольном волноводе с диэлектрической неоднородностью

© Ю.В. Блудов

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: bludov@ire.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 27 июля 2004 г.)

Проведено теоретическое исследование прохождения H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор, который представляет собой отрезок прямоугольного волновода с заполненным жидкостью капилляром квадратного поперечного сечения, пропущенным через центр волновода перпендикулярно его широким стенкам. Задача была решена путем построения зеркальных изображений капилляра в узких стенках волновода и последующего рассмотрения дифракции бриллюэновских компонент волноводной H_{10} -волны на периодической „решетке капилляров“. Показано, что экспериментально наблюдаемый резонансный минимум на частотной зависимости энергетического коэффициента прохождения H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор может быть объяснен взаимным интерференционным ослаблением дифракционных гармоник, распространяющихся в противофазе. Теоретически подтверждено экспериментально наблюдаемое существование оптимального размера капилляра, при котором резонансный минимум выражен наиболее четко.

Введение

Структура и концентрация водных растворов различных веществ могут быть определены путем измерения диэлектрических характеристик данных растворов в различных диапазонах длин электромагнитных волн [1–7]. В частности, в работах [3–6] в диапазонах частот 27.5–37.5, 37–53 и 54–78 GHz были проведены измерения коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор, состоящий из заполненного жидкостью капилляра, помещенного в волновод посередине его широких стенок. При проведении измерений в диапазоне частот, в котором волновод является одномодовым, было обнаружено, что частотная зависимость коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны имеет четко выраженный резонансный минимум. При этом частота, соответствующая данному минимуму, зависит от концентрации исследуемого раствора [3–7], а также от температуры раствора [8]. На основании данных измерений был предложен [3–6] и запатентован [7] метод измерения концентрации водных растворов различных веществ.

Теоретически вопрос о распространении волн в прямоугольном волноводе, содержащем диэлектрический индуктивный цилиндр (ось которого совпадает с направлением электрического поля H_{10} -волны), рассматривался в ряде работ [8–12] различными методами. Следует отметить, что в этих теоретических работах рассчитанные частотные зависимости коэффициента прохождения H_{10} -волны содержали вышеупомянутый резонансный минимум, однако четкая физическая интерпретация существования резонансного минимума в данных работах отсутствовала. Ранее [3] в качестве модели резонансного поглощения рассматривалось возбуждение поверхностных волн в области капилляра, а явление

резонанса в капилляре объяснялось за счет отражения от широких стенок волновода. Позднее [13] оказалось, что условие резонансного отражения поверхностных волн от широких стенок волновода недостаточно для обеспечения высокодобротного резонанса, и возникло предположение, что дополнительным фактором является возбуждение H_{20} -волны. Однако проведенный эксперимент установил, что резонансные явления поглощения энергии H_{20} -волны не наблюдаются.

В данной работе проведено теоретическое исследование распространения H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор, содержащий капилляр квадратного поперечного сечения, заполненный жидкостью и помещенный в волновод перпендикулярно его широким стенкам. Решение найдено путем рассмотрения дифракции H_{10} -волны на периодической решетке капилляров, получаемой путем построения многократного изображения капилляра в узких стенках волновода. В результате предложена физическая интерпретация существования частоты, на которой волновод становится непрозрачным.

Основные уравнения

Рассмотрим прямоугольный волновод сечением $a \times b$ ($a > b$). При этом будем считать, что распространение волн в рассматриваемом волноводе происходит вдоль оси z , в то время как широкие стенки волновода расположены в плоскостях $y = 0$, $y = b$, а узкие стенки — в плоскостях $x = 0$, $x = a$ (рис. 1). Кроме того, мы считаем, что в центре волновода перпендикулярно его широким стенкам расположен капилляр из материала с диэлектрической проницаемостью ϵ_C , заполняемый жидкостью с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ_L . Для удобства вычислений будем считать, что

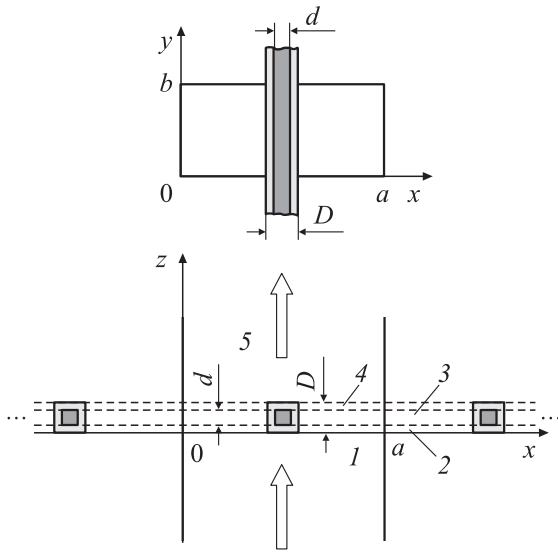


Рис. 1. Волноводно-капиллярный резонатор, состоящий из отрезка прямоугольного волновода размером $a \times b$ с заполненным жидкостью капилляром квадратного поперечного сечения со стороны внешней стенки D и стороной внутренней стенки d .

продольная ось капилляра совпадает с осью y и капилляр имеет квадратное поперечное сечение. При этом внешняя стенка капилляра представляет собой квадрат размером $D \times D$, в внутренняя стенка — квадрат размером $d \times d$. Таким образом, капилляр с жидкостью занимает область пространства $0 < z < D$, $a/2 - D/2 < x < a/2 + D/2$, а собственно жидкость — область пространства $D/2 - d/2 < z < D/2 + d/2$, $a/2 - d/2 < x < a/2 + d/2$. Мы полагаем, что в волноводе на капилляр со стороны полупространства $z < 0$ падает H_{10} -электромагнитная волна, имеющая следующие компоненты электромагнитного поля:

$$E_y(x, z, t) = E_0^{10} \sin(\pi x/a) \exp(i\Gamma z - i\omega t), \quad (1)$$

$$H_x(x, z, t) = -\frac{\Gamma}{k} E_0^{10} \sin(\pi x/a) \exp(i\Gamma z - i\omega t), \quad (2)$$

$$H_z(x, z, t) = -\frac{i}{k} \frac{\pi}{a} E_0^{10} \cos(\pi x/a) \exp(i\Gamma z - i\omega t), \quad (3)$$

где ω — циклическая частота волны, c — скорость света в вакууме, $\Gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} > 0$, $k \equiv \omega/c$.

Для определения дифрагированного поля воспользуемся методом зеркальных отображений [14]. Так как распространение электромагнитных волн в волноводе происходит за счет отражения от металлических стенок, то каждому акту отражения можно сопоставить эквивалентный источник отраженного поля, т.е. многократное изображение капилляра в стенках волновода. Эти источники представляют собой периодическую решетку из параллельных брусков квадратного сечения с периодом a (рис. 1). Кроме того, падающая волна может быть представлена в виде суммы двух плоских волн (волн

Бриллюэна) следующим образом:

$$E_y(x, z) = E_i^+ \exp(i\pi x/a + i\Gamma z) + E_i^- \exp(-i\pi x/a + i\Gamma z), \quad (4)$$

где

$$E_i^+ = E_0^{10}/(2i), \quad E_i^- = -E_0^{10}/(2i) \quad (5)$$

и множитель $\exp(-i\omega t)$ для краткости опущен; компоненты электромагнитного поля падающей волны $H_x(x, z)$, $H_z(x, z)$ представляются в виде суммы двух волн Бриллюэна подобным образом.

В результате рассматриваемая задача о распространении H_{10} -волны в волноводе с диэлектрическим капилляром сводится к задаче о дифракции двух TE -поляризованных плоских волн на периодической решетке из двуслойных диэлектрических брусков. Уравнения Максвелла для TE -поляризованной волны могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial H_z^{(m)}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{(m)}}{\partial z} = ik\epsilon_m(x)E_y^{(m)}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y^{(m)}}{\partial z} = -ikH_z^{(m)}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_y^{(m)}}{\partial x} = ikH_z^{(m)}. \quad (8)$$

Здесь индексы $m = 1, 2, 3, 4, 5$ (рис. 1) обозначают среды при $z < z_1$, $z_1 < z < z_2$, $z_2 < z < z_3$, $z_3 < z < z_4$ и $z > z_4$, соответственно ($z_1 = 0$, $z_2 = (D - d)/2$, $z_3 = (D + d)/2$, $z_4 = D$). В этом случае $\epsilon_1(x) = \epsilon_5(x) = 1$, в то время как

$$\epsilon_2(x) = \epsilon_4(x) = \begin{cases} 1, & na - (a - D)/2 < x < na + (a - D)/2, \\ \epsilon_C, & na + (a - D)/2 < x < na + (a + D)/2, \end{cases} \quad (9)$$

$$\epsilon_3(x) = \begin{cases} 1, & na - (a - D)/2 < x < na + (a - D)/2, \\ \epsilon_C, & na + (a - D)/2 < x < na + (a - d)/2, \\ & na + (a + d)/2 < x < na + (a + D)/2, \\ \epsilon_L, & na + (a - d)/2 < x < na + (a + d)/2, \end{cases} \quad (10)$$

где $n \in (-\infty, \infty)$.

Следует отметить, что периодические функции $\epsilon_m(x)$ ($m = 2, 3, 4$), записанные в виде (9), (10), могут быть разложены в ряд Фурье–Флоке по пространственным гармоникам

$$\epsilon_m(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \epsilon_{m||n} \exp(ingx). \quad (11)$$

Здесь $g = 2\pi/a$ — вектор решетки, $\epsilon_{2||0} = \epsilon_{4||0} = 1 + (\epsilon_C - 1)D/a$, $\epsilon_{3||0} = 1 + (\epsilon_C - 1)D/a + (\epsilon_L - \epsilon_C)d/a$,

$\varepsilon_{2\parallel n} = \varepsilon_{4\parallel n} = \frac{(-1)^n}{\pi n} (\varepsilon_C - 1) \sin(ngD/2)$, $\varepsilon_{3\parallel n} = \frac{(-1)^n}{\pi n} \times$
 $\times [(\varepsilon_C - 1) \sin(ngD/2) + (\varepsilon_L - \varepsilon_C) \sin(ngd/2)]$ (при
 $n \neq 0$) — амплитуды пространственных гармоник.

Исключая из системы уравнений (6)–(8) компоненты магнитного поля $H_z^{(m)}$, $H_x^{(m)}$, получаем волновое уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 E_y^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y^{(m)}}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon_m(x) E_y^{(m)} = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим сначала дифракцию на решетке падающей волны $E_y^+(x, z) = E_i^+ \exp(i\pi x/a + i\Gamma z)$ (первое слагаемое в выражении (4)). Так как решение у нас должно быть периодическим по координате x , представим электрическое поле TE -волны в виде ряда Фурье–Флоке по пространственным гармоникам вида

$$E_y^{(m,+)}(x, z) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} E_{y\parallel s}^{(m,+)}(z) \exp \left[i \left(s + \frac{1}{2} \right) g x \right].$$

Здесь мы использовали свойство $\pi/a = g/2$. Подставляя разложения в ряды для функций $\varepsilon_m(x)$, $E_y^{(m,+)}(x, z)$ в волновое уравнение (12) и приравнявая нулю множители, стоящие при одинаковых экспонентах, получаем бесконечную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 E_{y\parallel s}^{(m,+)}}{\partial z^2} - p_s^2 E_{y\parallel s}^{(m,+)} = 0; \quad m = 1, 5, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 E_{y\parallel s}^{(m,+)}}{\partial z^2} - P_{m\parallel s}^2 E_{y\parallel s}^{(m,+)} + k^2 \sum_{n \neq s} \varepsilon_{m\parallel s-n} E_{y\parallel n}^{(m,+)} = 0; \quad m = 2, 3, 4. \quad (14)$$

Здесь $p_s^2 = (s + \frac{1}{2})^2 g^2 - k^2$, $(P_s^{(m)})^2 = (s + \frac{1}{2})^2 g^2 - k^2 \varepsilon_{m\parallel 0}$. При этом $\text{Re}(p_s) - \text{Im}(p_s) \geq 0$, $\text{Re}(P_s^{(m)}) - \text{Im}(P_s^{(m)}) \geq 0$. Решение систем уравнений (13) при условии излучения на бесконечности может быть получено в виде

$$E_{y\parallel s}^{(1,+)}(z) = \delta_{s,0} E_i^+ \exp[-p_s z] + E_{y\parallel s}^{(1,+)}(0) \exp[p_s z], \quad (15)$$

$$E_{y\parallel s}^{(5,+)}(z) = E_{y\parallel s}^{(5,+)}(D) \exp[-p_s(z - D)]. \quad (16)$$

Следует отметить, что первое слагаемое в выражении (15) представляет собой падающую волну (при этом $i\Gamma = -p_0$). В то же время решение системы линейных дифференциальных уравнений (14) после некоторых преобразований может быть записано как

$$E_{y\parallel s}^{(m,+)}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_{sn}^{(m)} \left\{ B_{1\parallel n}^{(m)} \exp \left[\gamma_n^{(m)}(z - z_{m-1}) \right] + B_{2\parallel n}^{(m)} \exp \left[-\gamma_n^{(m)}(z - z_{m-1}) \right] \right\} \quad (17)$$

Здесь $\gamma_n^{(m)}$ определяется из условия равенства нулю определителей матриц $\widehat{F}^{(m)}$ ($m = 1, 2, 3$), элементы которых могут быть записаны в виде $F_{sn}^{(m)} = \delta_{sn} [(\gamma_n^{(m)})^2 - (P_s^{(m)})^2] + (1 - \delta_{sn}) k^2 \varepsilon_{m\parallel s-n}$ (δ_{sn} — символ Кронекера). Кроме того, в выражении (17)

$$\varphi_{sn}^{(m)} = (-1)^{s+n} \frac{M_{ns}^{(m)}(\gamma_n^{(m)})}{M_{nm}^{(m)}(\gamma_n^{(m)})},$$

где $M_{ns}^{(m)}(\gamma_n^{(m)})$ — алгебраическое дополнение к элементу $F_{ns}^{(m)}$ при $\gamma_n^{(m)} = \pm \gamma_n^{(m)}$.

В качестве граничных условий применим непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах $z = z_m$ ($m = 1, \dots, 4$). Так как тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей связаны между собой соотношением (7), то граничные условия имеют вид

$$E_{y\parallel s}^{(m,+)}(z_m) = E_{y\parallel s}^{(m+1,+)}(z_m),$$

$$\frac{\partial E_{y\parallel s}^{(m,+)}(z_m)}{\partial z} = \frac{\partial E_{y\parallel s}^{(m+1,+)}(z_m)}{\partial z}. \quad (18)$$

Таким образом, подставляя выражения (15)–(17) в (18), получаем линейную систему алгебраических уравнений в матричном виде

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widehat{H}_{11\parallel sn} X_{1\parallel n} + \widehat{H}_{12\parallel sn} X_{2\parallel n} \right\} = Q_{1\parallel s}, \quad (19)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widehat{H}_{21\parallel sn} X_{1\parallel n} + \widehat{H}_{22\parallel sn} X_{2\parallel n} \right\} = Q_{2\parallel s}, \quad (20)$$

где

$$\widehat{H}_{11\parallel sn} = \begin{pmatrix} -\delta_{sn} & \varphi_{sn}^{(2)} & \varphi_{sn}^{(2)} & 0 \\ -\delta_{sn} p_n & \gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} & -\gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} & 0 \\ 0 & -\varphi_{sn}^{(2)} C_{n\parallel+}^{(2)} & -\varphi_{sn}^{(2)} C_{n\parallel-}^{(2)} & \varphi_{sn}^{(3)} \\ 0 & -\gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} C_{n\parallel+}^{(2)} & \gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} C_{n\parallel-}^{(2)} & \gamma_n^{(3)} \varphi_{sn}^{(3)} \end{pmatrix},$$

$$\widehat{H}_{12\parallel sn} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_{sn}^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_n^{(3)} \varphi_{sn}^{(3)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{H}_{21\parallel sn} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\varphi_{sn}^{(3)} C_{n\parallel+}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma_n^{(3)} \varphi_{sn}^{(3)} C_{n\parallel+}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{H}_{22||sn} = \begin{pmatrix} -\varphi_{sn}^{(3)} C_{n||-}^{(3)} & \varphi_{sn}^{(2)} & \varphi_{sn}^{(2)} & 0 \\ \gamma_n^{(3)} \varphi_{sn}^{(3)} C_{n||-}^{(3)} & \gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} & -\gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} & 0 \\ 0 & -\varphi_{sn}^{(2)} C_{n||+}^{(2)} & -\varphi_{sn}^{(2)} C_{n||-}^{(2)} & \delta_{sn} \\ 0 & -\gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} C_{n||+}^{(2)} & \gamma_n^{(2)} \varphi_{sn}^{(2)} C_{n||-}^{(2)} & -\delta_{sn} p_n \end{pmatrix},$$

$$X_{1||n} = \begin{pmatrix} E_{y||n}^{(1,+)}(0) \\ B_{1||n}^{(2)} \\ B_{2||n}^{(2)} \\ B_{1||n}^{(3)} \end{pmatrix}, \quad X_{2||n} = \begin{pmatrix} B_{2||n}^{(3)} \\ B_{1||n}^{(4)} \\ B_{2||n}^{(4)} \\ E_{y||n}^{(5,+)}(D) \end{pmatrix},$$

$$Q_{1||s} = \begin{pmatrix} \delta_{s0} E_i^+ \\ -p_0 \delta_{s0} E_i^+ \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Q_{2||s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$C_{n||+}^{(2)} = \exp(\gamma_n^{(2)} z_2), \quad C_{n||-}^{(2)} = \exp(-\gamma_n^{(2)} z_2),$$

$$C_{n||+}^{(3)} = \exp(\gamma_n^{(3)} d), \quad C_{n||-}^{(3)} = \exp(-\gamma_n^{(3)} d).$$

Кроме того, при выводе выражений (19), (20) были использованы соотношения $z_2 - z_1 = z_2$, $z_3 - z_2 = d$, $z_4 - z_3 = z_2$, $\gamma_n^{(4)} = \gamma_n^{(2)}$, $\varphi_{sn}^{(4)} = \varphi_{sn}^{(2)}$.

Так как мы рассматриваем случай одномодового волновода, то у нас $g/2 < k < g$. Следовательно, распространяющимися будут только гармоники с $n = 0$ и $n = -1$ (при этом $p_0 = p_{-1} = -i\Gamma$). Поле прошедшей распространяющейся волны (возникающей в результате дифракции на решетке падающей волны $E_y^+(x, z) = E_i^+ \exp(-i\pi x/a + i\Gamma z)$) может быть записано в виде

$$E_y^{(t,+)}(x, z) = E_{y||0}^{(5,+)}(D) \exp[igx/2 - p_0(z - D)] + E_{y||-1}^{(5,+)}(D) \exp[-igx/2 - p_0(z - D)]. \quad (21)$$

Из соображений симметрии следует, что при дифракции волны $E_y^-(x, z) = E_i^- \exp(-i\pi x/a + i\Gamma z)$ (второе слагаемое в выражении (4)) выполняются следующие соотношения:

$$\frac{E_{y||0}^{(5,+)}(D)}{E_i^+} = \frac{E_{y||0}^{(5,-)}(D)}{E_i^-} = t_0,$$

$$\frac{E_{y||-1}^{(5,+)}(D)}{E_i^+} = \frac{E_{y||-1}^{(5,-)}(D)}{E_i^-} = t_1, \quad (22)$$

и поле распространяющейся волны может быть записано в виде:

$$E_y^{(t,-)}(x, z) = E_{y||0}^{(5,-)}(D) \exp[-igx/2 - p_0(z - D)] + E_{y||-1}^{(5,-)}(D) \exp[igx/2 - p_0(z - D)]. \quad (23)$$

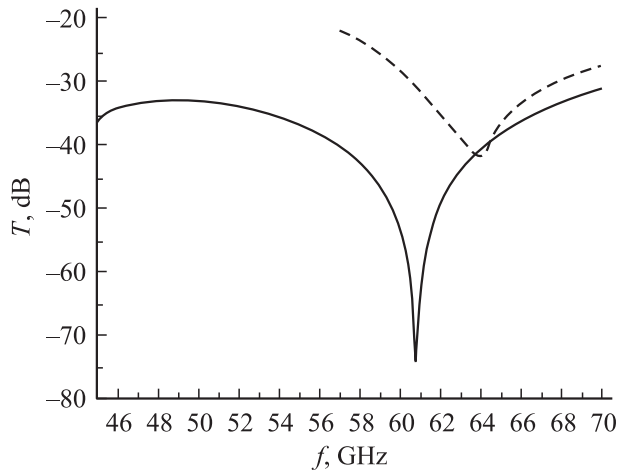


Рис. 2. Теоретическая (сплошная кривая) и экспериментальная (штриховая кривая) частотные зависимости энергетического коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-цилиндрический резонатор, заполненный дистиллированной водой.

Используя соотношения (5), (22), получаем выражение для полного поля прошедшей H_{10} -волны в виде

$$E_y^{(t)}(x, z) = E_y^{(t,+)}(x, z) + E_y^{(t,-)}(x, z) = (t_0 - t_1) E_0^{10} \sin(gx/2) \exp[-p_0(z - D)]. \quad (24)$$

Отметим, что в выражении (24) величина $t_0 - t_1$ имеет смысл коэффициента прохождения H_{10} -волны через волноводно-цилиндрический резонатор.

Численные результаты

Таким образом, распространение волн в волноводе с неоднородностью полностью определяется коэффициентами прохождения распространяющихся гармоник t_0 и t_1 (выражение (22)). На рис. 2 представлена зависимость энергетического коэффициента прохождения H_{10} -волны $T = |t_0 - t_1|^2$ от частоты данной волны. При этом расчетные параметры задачи брались такими же, как и в эксперименте: считали, что волна распространяется в волноводе с размерами поперечного сечения 3.4×1.8 mm; капилляр выполнен из фторопласта с комплексной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_C = 2.04 + i3.468 \cdot 10^{-4}$, имеет размеры $D = 1.329$ mm (внешняя стенка), $d = 0.975$ mm (внутренняя стенка)¹

¹ Данные размеры капилляра выбраны исходя из того, что в эксперименте использовался капилляр круглого поперечного сечения с диаметром внешней стенки $D_C = 1.5$ mm и диаметром внутренней стенки $d_C = 1.1$ mm. Так как в нашей модели предполагается капилляр квадратного поперечного сечения, то его размеры определяются из условия равенства площадей поперечных сечений круглого и квадратного капилляров ($D^2 = \pi(D_C/2)^2$), а также равенства площадей поперечных сечений столбов жидкости внутри круглого и квадратного капилляров ($d^2 = \pi(d_C/2)^2$).

Таблица 1. Экспериментально определенные действительная (ϵ') и мнимая (ϵ'') части диэлектрической проницаемости дистиллированной воды [15]

		$f = 30$ (GHz)	$f = 37.5$ (GHz)	$f = 60$ (GHz)	$f = 100$ (GHz)
$t = 10^\circ\text{C}$	ϵ'	15.35	11.92	7.8	5.97
	ϵ''	26.78	22.49	14.86	9.13
$t = 20^\circ\text{C}$	ϵ'	21.14	16.17	9.75	6.72
	ϵ''	30.92	26.82	18.45	11.55

и заполнен дистиллированной водой при температуре 10°C . Необходимые для расчетов частотная и температурная зависимости комплексной диэлектрической проницаемости дистиллированной воды получались путем полиномиальной аппроксимации по экспериментально измеренным значениям, приведенным в табл. 1. Для сравнения на рис. 2 штриховой кривой показана экспериментально измеренная зависимость.

Как видно из рис. 2, как на теоретической, так и на экспериментальной частотных зависимостях коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор наблюдается резкий минимум в области частот $f \sim 60\text{--}63$ GHz. При этом частоты резонансных минимумов на теоретической и экспериментальной кривых отличаются друг от друга незначительно. Следует отметить, что вышеописанный минимум на зависимости, представленной на рис. 2, обусловлен тем, что на определенной частоте выполняется условие $t_0 \approx t_1$ и, как следствие, величина коэффициента прохождения $T = |t_0 - t_1|^2$ на данной частоте близка к нулю. Таким образом, физической причиной резонансного минимума коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор является то, что каждая из бриллюэновских компонент $E_{y\parallel 0}^+(x, z)$ и $E_{y\parallel 0}^-(x, z)$ (4) волноводной H_{10} -волны при дифракции на капилляре порождает две распространяющиеся волны с одинаковыми z -компонентами и противоположными x -компонентами волновых векторов. Иными словами, после дифракции на капилляре в волноводе имеются четыре плоские волны:

$$\begin{aligned} E_{y\parallel 0}^+(x, z) &= t_0 \frac{E_0^{10}}{2i} \exp\left(i \frac{\pi}{a} x + i\Gamma z\right), \\ E_{y\parallel -1}^+(x, z) &= t_1 \frac{E_0^{10}}{2i} \exp\left(-i \frac{\pi}{a} x + i\Gamma z\right), \\ E_{y\parallel 0}^-(x, z) &= -t_0 \frac{E_0^{10}}{2i} \exp\left(-i \frac{\pi}{a} x + i\Gamma z\right), \\ E_{y\parallel 1}^-(x, z) &= -t_1 \frac{E_0^{10}}{2i} \exp\left(i \frac{\pi}{a} x + i\Gamma z\right) \end{aligned}$$

и в случае выполнения равенства $t_0 = t_1$ волны $E_{y\parallel 0}^+(x, z)$ и $E_{y\parallel 1}^-(x, z)$ (так же, как $E_{y\parallel 0}^-(x, z)$ и $E_{y\parallel -1}^+(x, z)$) взаимно уничтожают друг друга. В то же время следует отметить, что малость коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны в низкочастотной области (теоретическая

кривая) объясняется тем, что на частотах, близких к критической частоте волновода, z -компоненты волновых векторов падающих бриллюэновских волн значительно меньше x -компонент соответствующих волновых векторов. Таким образом, бриллюэновские волны в волноводе падают на область капилляра почти полого, что приводит к малости коэффициента прохождения [16].

Рассмотрим теперь, как изменяется коэффициент прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор при изменении размеров капилляра. На рис. 3–5 представлена зависимость коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны от частоты и размера внешней стенки капилляра при фиксированных значениях температуры дистиллированной воды: $t = 10$ (рис. 3), 15 (рис. 4), 20°C (рис. 5). При этом величина коэффициента прохождения на рис. 3–5 показана разным цветом: более темный цвет соответствует меньшим значениям T (правые панели на рис. 3–5). Слева на рис. 3–5 приведены зависимости коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны от размера стороны внешней стенки капилляра при фиксированных частотах (данные частоты показаны на соответствующих правых панелях вертикальным пунктиром). Для наглядности на рис. 3–5 размеры стороны внешней стенки капилляра D пересчитаны в величины диаметра внешней стенки эквивалентного круглого капилляра D_C . При этом считалось, что размер внутренней стенки капилляра d зависит от размера внешней стенки эквивалентного круглого капилляра D_C линейно

$$d = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\frac{d_{C2} - d_{C1}}{D_{C2} - D_{C1}} (D_C - D_{C1}) + d_{C1} \right]. \quad (25)$$

Здесь $d_{C2} = 1.1$ mm, $D_{C2} = 1.5$ mm, $d_{C1} = 0.7$ mm, $D_{C1} = 1.0$ mm. Данные размеры выбраны исходя из того, что эксперимент проводился на трех видах капилляров, размеры которых описаны в табл. 2. Таким образом, выражение (25) описывает плавный переход от капилляра 1 к капилляру 2.

Как видно из рис. 3–5, с ростом размера стороны внешней стенки капилляра резонансный минимум на частотной зависимости коэффициента прохождения смещается в более низкочастотную область (благодаря возрастанию нулевых пространственных гармоник диэлектрической проницаемости $\epsilon_{2\parallel 0}$, $\epsilon_{3\parallel 0}$, $\epsilon_{4\parallel 0}$). Кроме того, зависимость коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны от частоты и размера внешней стенки капилляра имеет четко выраженный минимум как по частоте, так и по размеру капилляра (иными словами,

Таблица 2. Диаметры внешних и внутренних стенок капилляров, использовавшихся в эксперименте

Капилляр	D_C , mm	d_C , mm
1	1.0	0.7
2	1.5	1.1
3	2.3	1.8

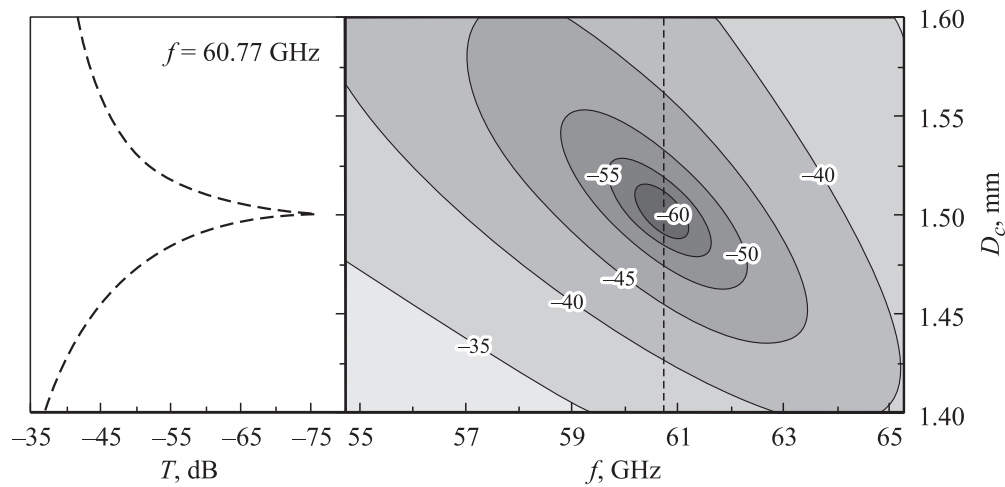


Рис. 3. Рассчитанная зависимость энергетического коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны от частоты волны f и размера внешней стенки капилляра D при температуре дистиллированной воды в капилляре $t = 10^\circ\text{C}$.

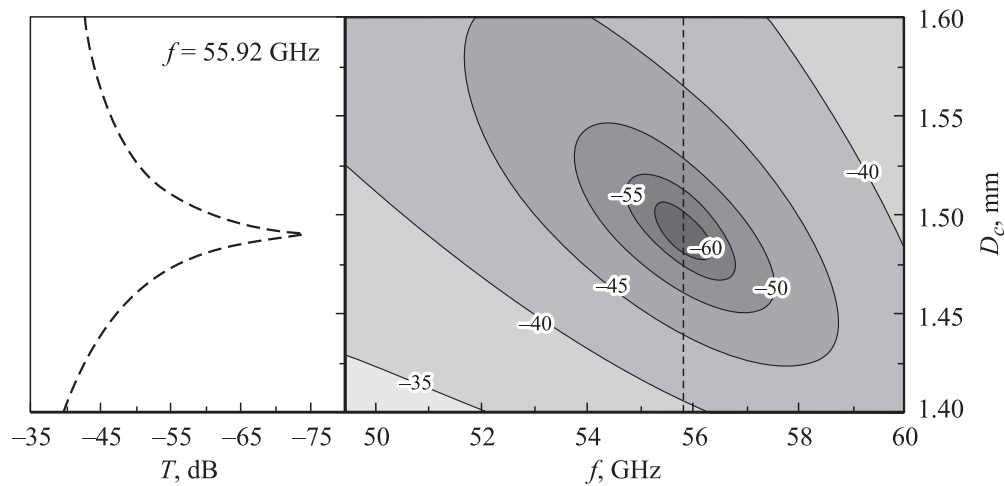


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, при $t = 15^\circ\text{C}$.

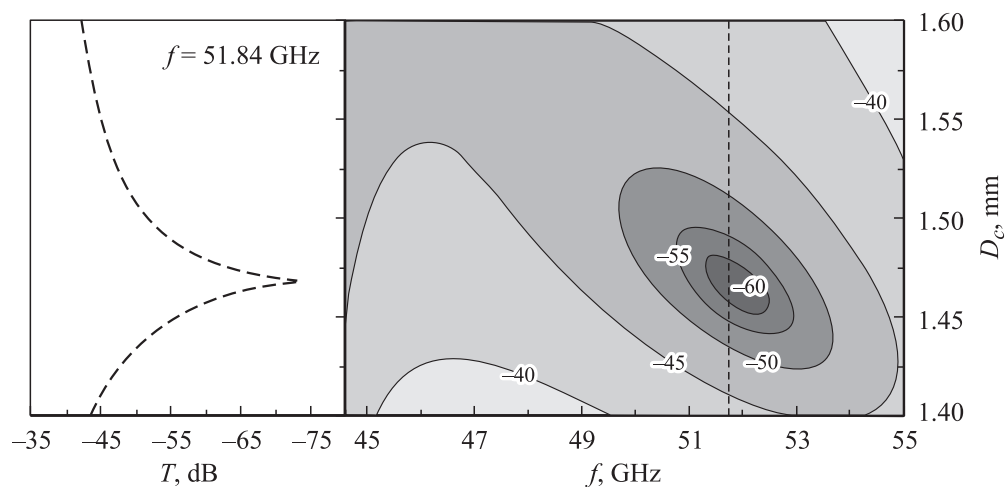


Рис. 5. То же, что и на рис. 3, при $t = 20^\circ\text{C}$.

существует оптимальный размер капилляра, обеспечивающий наиболее выраженный резонансный минимум). При этом данный оптимальный размер капилляров при температуре воды $t = 10^\circ\text{C}$ составляет $D_C \approx 1.5\text{ mm}$ (слева на рис. 3). Таким образом, наименьшее значение коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны наблюдается при размерах капилляра, приблизительно соответствующих капилляру 2 (табл. 2). Данное явление может объяснить тот факт, что при использовании в эксперименте капилляров 1 и 3 резонансный минимум на частотной зависимости коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны был виден нечетко. Следует отметить, что при повышении температуры дистиллированной воды частота резонансного минимума смещается в низкочастотную область, а оптимальный размер капилляра при этом уменьшается. Так, минимум коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ располагается при $f \approx 55.9\text{ GHz}$, $D_C \approx 1.49\text{ mm}$ (рис. 4), а при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ — при $f \approx 51.9\text{ GHz}$, $D_C \approx 1.47\text{ mm}$ (рис. 5).

Заключение

Таким образом, в работе было теоретически исследовано прохождение волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор, состоящий из капилляра квадратного поперечного сечения, заполненного сильнопоглощающей жидкостью и расположенного в одномодовом волноводе параллельно его узким стенкам и посередине широкой стенки (в области максимума электрического поля H_{10} -волны). Задача была решена путем построения зеркальных изображений капилляра в узких стенках волновода и последующего рассмотрения дифракции волноводной H_{10} -волны на периодической „решетке капилляров“. Показано, что на частотной зависимости энергетического коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор наблюдается резонансный минимум. Физическая природа существования данного резонансного минимума состоит в том, что на определенной резонансной частоте распространяющиеся дифракционные гармоники находятся в противофазе и, следовательно, интерференционно уничтожают друг друга. Сравнение теоретической и экспериментальной частотных зависимостей коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны через волноводно-капиллярный резонатор дает приемлемое совпадение. В работе также теоретически предсказано существование оптимального размера капилляра, при котором резонансный минимум на частотной зависимости коэффициента прохождения волноводной H_{10} -волны выражен наиболее четко.

Автор выражает благодарность В.И. Луценко за предоставленные экспериментальные данные, А.И. Носичу за результативное обсуждение постановки задачи и А.Я. Кириченко за помощь и интерес к работе.

Работа выполнена при поддержке Научно-технического центра Украины (проект № 2051).

Список литературы

- [1] Девятков Н.Д. // РИЭ. 1978. Т. 23. № 9. С. 1882–1890.
- [2] Ахадов А.Ю. Диэлектрические свойства бинарных растворов. М.: Наука, 1977. 400 с.
- [3] Беляков Е.В. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 9 (393). С. 3–5.
- [4] Бакаушина Г.Ф., Беляков Е.В., Зиновьева Н.Б., Храпко А.М. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 9 (393). С. 54–56.
- [5] Беляков Е.В., Храпко А.М. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 10 (394). С. 34–36.
- [6] Беляков Е.В. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 7 (401). С. 51–53.
- [7] Беляков Е.В., Храпко А.М. Ячейка для измерения параметров жидких диэлектриков А.С. № 1307315 СССР. G01 N 22/00. 1987. БИ. № 16.
- [8] Hsu C.G., Auda H.A. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1986. Vol. 34. № 8. P. 883–891.
- [9] Gesche R., Löchel N. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1988. Vol. 36. № 1. P. 137–144.
- [10] Gesche R., Löchel N. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. Vol. 37. № 6. P. 962–968.
- [11] Valero A., Ferrando M. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1999. Vol. 47. № 10. P. 1997–2002.
- [12] Polevski M., Lech R., Mazur J. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 2004. Vol. 52. № 5. P. 1508–1516.
- [13] Беляков Е.В. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1989. Вып. 10 (424). С. 59–61.
- [14] Велиев Э.И., Шестопалов В.П. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 6. С. 1167–1176.
- [15] Hyatt H.A. // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1970. Vol. 10. P. 217–247.
- [16] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.