

01;05

Особенности нелинейной динамики кубических ферромагнетиков в области магнитоупругого резонанса

© Р.М. Вахитов, О.Г. Ряхова

Башкирский государственный университет,
450074 Уфа, Россия
e-mail: Vakhitov RM@bsu.bashedu.ru

(Поступило в Редакцию 25 июня 2004 г.)

Теоретически исследуются особенности спектра нелинейных магнитоупругих волн в кубических кристаллах типа ферритов-гранатов с индуцированной вдоль оси [111] одноосной анизотропией. Показано, что описание магнитоупругой динамики рассматриваемых магнетиков усложняется вследствие прироста магнитоэластической энергии, обусловленной учетом рассогласования напряжений в соседних доменах. В случае, когда магнитоупругие волны распространяются вдоль оси [111], данная задача сводится к решению тройного уравнения \sin -Гордона. Приводится анализ топологии возможных типов уединенных волн. Выявлены условия, при которых скорость стационарного движения доменных границ может превысить скорость звука в таких материалах.

Известно, что магнитоупругое взаимодействие (МУ), весьма малое для большинства магнетиков, при определенных условиях может значительно усилиться и привести к проявлению некоторых динамических МУ эффектов [1,2]. В частности, в слабых ферромагнетиках типа YFeO_3 в динамическом поведении доменных границ (ДГ) экспериментально наблюдались определенного типа МУ аномалии, сказывающиеся на характере их движения [3]. Такое поведение ДГ объясняется тем, что в этих материалах их предельная скорость достигает значений $V_{\text{lim}} \sim 2 \cdot 10^4$ м/с, что создает условия для возникновения в них МУ резонанса. Подобная ситуация может быть реализована и в других магнетиках этого класса, в которых V_{lim} превышает скорость звука.

На сегодняшний день принято считать, что предельная скорость ДГ в ферромагнетиках (типа ферритов-гранатов), как правило, не превосходит значений $\sim 2 \cdot 10^3$ м/с, что гораздо меньше скорости звука в этих соединениях [4]. Однако при определенных условиях V_{lim} может преодолеть вышеуказанный порог значений для ферромагнитных кристаллов. В этом случае те нелинейные МУ эффекты, которые возникают в слабых ферромагнетиках, могут иметь место и в материалах типа ферритов-гранатов.

В настоящей работе проводится анализ возможных значений предельной скорости ДГ (в зависимости от параметров материала) в кубических кристаллах типа ферритов-гранатов с наведенной вдоль [111] одноосной анизотропией (НОА) (аналог эпитаксиально выращенных пленок ферритов-гранатов с развитой поверхностью (111) — пластина (111) [4]), а также анализируются возможные типы уединенных МУ волн и определяется их структура.

Рассмотрим распространение МУ волн в ферромагнитной пластине типа (111). Будем полагать, что $\mathbf{M} = \mathbf{M}(z, t)$, где $OX \parallel [11\bar{2}]$, $OY \parallel [\bar{1}10]$, $OZ \parallel [111]$. Плотность энергии такого магнетика можно представить

в виде

$$\begin{aligned}
 E = & A \left[(\theta')^2 + \sin^2 \theta (\varphi')^2 \right] + K_u \sin^2 \theta \\
 & + K_1 \left[\frac{1}{4} \sin^4 \theta + \frac{1}{3} \cos^4 \theta + \frac{\sqrt{2}}{3} \sin^3 \theta \cos \theta \cos 3\varphi \right] \\
 & + \frac{K_2}{54} \left[\sin^3 \theta \cos 3\varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \theta (3 \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta) \right]^2 \\
 & + \frac{1}{3} B_1 \left[u'_x \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\sin^2 \theta \cos 2\varphi + \sqrt{2} \sin 2\theta \cos \varphi \right) \right. \\
 & \left. + u'_y \sqrt{2} \sin \theta \sin \varphi \left(\sin \theta \cos \varphi \right) \right. \\
 & \left. + u'_z \sin \theta \sin \varphi \left(\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta \cos \varphi \right) \right. \\
 & \left. + u'_z (3 \cos^2 \theta - 1) + \sqrt{2} \cos \theta \right] + u'_z \left[\right. \\
 & \left. + \frac{1}{3} B_2 \left[u'_x \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sin^2 \theta \cos 2\varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\theta \cos \varphi \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{6} ((u'_x)^2 + (u'_y)^2) (C_{11} - C_{12} + C_{44}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{6} (u'_z)^2 (C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}) \right] \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

где θ, φ — полярный и азимутальный углы вектора намагниченности \mathbf{M} ; A — обменный параметр; K_u — константа НОА; K_1, K_2 — первая и вторая константы кубической анизотропии (КА); u_i — компоненты вектора смещения \mathbf{u} ; B_i, C_{ij} — магнитоупругие и упругие постоянные; M_s — намагниченность насыщения; штрих означает производную по координате z .

МУ динамику рассматриваемых магнетиков исследуем исходя из уравнений Ландау–Лифшица и уравнений для упругой среды, имеющих вид

$$\begin{aligned} \theta \sin \theta &= -\frac{\gamma}{M_s} \left\{ 2A \frac{d}{dz} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \sin^2 \theta \right) + \frac{\partial E_0}{\partial \varphi} \right\}, \\ \dot{\varphi} \sin \theta &= \frac{\gamma}{M_s} \left\{ 2A \left(\frac{d^2 \theta}{dz^2} - \sin \theta \cos \theta \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \right) + \frac{\partial E_0}{\partial \theta} \right\}, \\ \rho \ddot{u}_i &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial E}{\partial u_{ik}} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где E_0 — плотность энергии за вычетом обменного вклада, γ — гиромангнитное отношение.

Решение (2) будем искать в виде стационарных МУ волн, распространяющихся вдоль оси $OZ \parallel [111]$ с постоянной скоростью V (т.е. в виде $\theta = \theta(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$, $u_i = u_i(\xi)$, где $\xi = z - Vt$), исходя из следующих граничных условий

$$\begin{aligned} \theta_0(\xi \rightarrow \pm\infty) &= \pi/2, & \varphi_0(\xi \rightarrow \pm\infty) &= \pm\pi/2, \\ \frac{\partial u_i}{\partial \xi}(\xi \rightarrow \pm\infty) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассматривая асимптотическое поведение решений (2) вблизи точки равновесия ($\sim \exp(-k|\xi|)$, где k — некоторый параметр), определяемой соотношением (3), получим характеристическое уравнение для k [5]

$$4Ak^4 - k^2 \Delta_0^2 [2A(H_2 + H_3) - V^2 M_s^2 / \gamma^2] + \Delta_0^4 [H_2 H_3 - H_1^2] = 0, \quad (4)$$

где $\Delta_0 = 6\sqrt{A/K_2}$ — ширина ДГ в отсутствие МУ взаимодействия [6],

$$\begin{aligned} H_1 &= -\sqrt{2} \left(K_1 + K_2/6 + 3\sqrt{2}b_1 b_2 / 2\xi_1 \right), \\ H_2 &= -K_1 + \frac{K_2}{6} - \frac{2b_1^2 + b_2^2}{\xi_1} - 2K_u^* - 2B_2(B_1 + B_2)/3\xi_2, \\ H_3 &= K_2/3 + 4b_2^2/\xi_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где $K_u^* = K_u - 2\pi M_s^2$ — константа НОА, перенормированная из-за учета размагничивающих полей пластины; $b_1 = (2B_1 + B_2)/3$; $b_2 = \sqrt{2}(B_1 - B_2)/3$;

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{2}{3} (V^2/S_l^2 - 1) (C_{11} - C_{12} + C_{44}); \\ \xi_2 &= \frac{1}{3} (V^2/S_t^2 - 1) (C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}); \end{aligned}$$

$S_l = \sqrt{C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}/3\rho}$, $S_t = \sqrt{C_{11} - C_{12} + C_{44}/3\rho}$ — скорости продольного и поперечного звуков соответственно.

Уравнение (4) является биквадратным и имеет следующие решения:

$$k_{1,2}(V) = (\pm 1) \frac{M_s \Delta_0}{8A\gamma} [\sqrt{z_+} \pm \sqrt{z_-}], \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} z_{\pm} &= V_{\pm}^2 - V^2, \\ V_{\pm}^2 &= \frac{2A\gamma^2}{M_s^2} \left[H_2 + H_3 \pm 2\sqrt{H_2 H_3 - H_1^2} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Исследуем корни характеристического уравнения (4).

1. Предположим, что МУ взаимодействие малое. В этом случае существуют два характерных значения параметров V_+ и V_- : при $V > V_+$ величина k становится чисто мнимой. Эта область отвечает спектру спиновых волн, а параметр V_+ соответствует их минимальной фазовой скорости. При $V < V_-$, где k вещественная, может существовать решение типа уединенной ДГ; здесь V_- — ее предельная скорость стационарного движения [5].

В случае, когда $K_u < 0$ (легкоплоскостной магнетик) и $|K_u| \gg K_{1,2}$, возможные типы полученных решений определяются уравнениями вида [6]

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2|K_u^*|} \left[\frac{M_s V}{\gamma} \varphi' - \frac{\sqrt{2}}{3} \left(K_1 + \frac{1}{6} K_2 \right) \cos 3\varphi \right], \\ \varphi'' + \frac{1}{\Delta_0^2} \sin 6\varphi &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В резонансном случае ($\theta = \pi/2$) при $K_2 > 0$ решение системы (8) соответствует волне поворота магнитного момента (кинк или антикинк) и описывает движение 60-градусной ДГ, разделяющей два домена, в одном из которых $\mathbf{M} \parallel [10\bar{1}]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow -\infty} = -\pi/6$), а в другом — $\mathbf{M} \parallel [01\bar{1}]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow +\infty} = \pi/6$) [6]. В случае, когда $K_2 < 0$, $\mathbf{M} \parallel [11\bar{2}]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0$) и $\mathbf{M} \parallel [\bar{1}2\bar{1}]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow +\infty} = \pi/3$).

Следует отметить, что и для общего случая $\theta \neq \pi/2$, и для случая $\theta = \pi/2$ тип решений и ширина ДГ (Δ_0) определяются только величиной K_2 и не зависят от K_1 . Это объясняется тем, что первая константа КА не вносит вклад в анизотропию направлений \mathbf{M} в плоскости (111), такая анизотропия возникает только при учете второй константы КА.

В отсутствие МУ взаимодействия значения предельной скорости ДГ (V_-) и минимальной фазовой скорости спиновых волн (V_+) в ферритах-гранатах, определяемые материальными параметрами образца, могут превысить скорость звука в них. Это связано с тем, что в таких материалах имеется возможность в широких пределах изменять M_s (от 0 до $\geq 1.5 \cdot 10^5$ J/m [4]) и параметр K_u (от -10^4 до 10^4 J/m³ [4]).

Если производить оценку V_- , исходя из следующих параметров (при условии $|K_u| \gg K_{1,2}$, что характерно для некоторых типов эпитаксиально выращенных пленок ферритов-гранатов): $A \approx 6 \cdot 10^{-10}$ J/m², $\gamma \approx 3 \cdot 10^5$ s⁻¹ · (A/m)⁻¹, $M_s \approx 8 \cdot 10^2$ A/m, $|K_u| \approx 10^4$ J/m³ [4,7], то ее значение достигает $V_- \approx 1 \cdot 10^4$ m/s, тогда как скорость продольного звука в ферритах при тех же температурных условиях составляет $S_l \approx 7 \cdot 10^3$ m/s.

Отметим, что для ферритов-гранатов типа Sm₃Fe₅O₁₂ и Tb₃Fe₅O₁₂ величина K_2 на порядок может превышать значение K_u (например, для Sm₃Fe₅O₁₂ $K_2 = 21 \cdot 10^4$ J/m³ при $T = 77$ K [7]). Таким образом, K_2 становится одним из определяющих параметров величины V_- , которая при этом уже будет составлять $V_- \approx 2 \cdot 10^4$ m/s (при тех же значениях параметров A , K_u , M_s , γ). Вблизи же точки компенсации магнитного

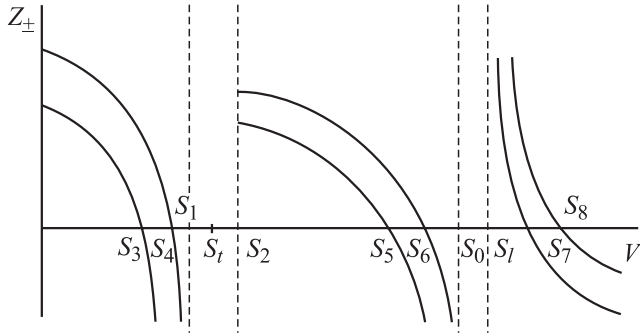


Рис. 1. Зависимость величины z_{\pm} от скорости стационарного движения (показано схематически).

момента V_- может принимать значения на несколько порядков выше указанного. Таким образом, в рассматриваемых материалах при определенных условиях величина V_- может значительно превысить скорость звука.

2. Рассмотрим корни характеристического уравнения с учетом МУ взаимодействия. В интервале скоростей $0 < V \ll V_l$ слагаемые, содержащие ξ_2^{-1} , пренебрежимо малы по сравнению с $K_{1,2}$, K_u . Тогда в выражении для V_{\pm} параметры H_1, H_2, H_3 примут вид

$$\begin{aligned} H_1 &= -\sqrt{2} \left(K_1 + K_2/6 + 3\sqrt{2}b_1b_2/2\xi_1 \right), \\ H_2 &= -K_1 + K_2/6 - (2b_1^2 + b_2^2) / \xi_1 - 2K_u^*, \\ H_3 &= K_2/3 + 4b_2^2/\xi_1. \end{aligned} \quad (9)$$

В интервале $S_t \ll V < S_l$ $\xi_1^{-1} \ll 1$, тогда выражение (5) примет вид

$$\begin{aligned} H_1 &= -\sqrt{2}(K_1 + K_2/6), \\ H_2 &= -K_1 + K_2/6 - 2K_u^* - 2B_2(B_1 + B_2)/3\xi_2, \\ H_3 &= K_2/3. \end{aligned} \quad (10)$$

Зависимость величины z_{\pm} от скорости стационарного движения приведена на рис. 1 (схематически), где

$$\begin{aligned} S_3 &= S_1 - O_1(h), & S_4 &= S_1 - O_2(h), \\ S_5 &= S_2 + O_3(h), & S_6 &= S_0 - O_4(h), \\ S_7 &= V_- + O_5(h), & S_8 &= V_+ + O_6(h). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} S_0 &= S_l [1 - B_2(B_1 + B_2)/K_u^*(C_{11} + 2C_{22} + 4C_{44})]^{1/2}, \\ S_1 &= S_t [1 - 3(3b_2^2 - 3b_1^2)/K_u^*(C_{11} - C_{12} + C_{44})]^{1/2}, \\ S_2 &= S_t [1 + (18b_2^2/K_2(C_{11} - C_{12} + C_{44})) \\ &\quad \times (1 + K_2(2b_2^2 - 3b_1^2)/12b_2^2K_u^*)]^{1/2} \end{aligned}$$

(при $|K_u^*| \gg K_{1,2}$).

Исходя из анализа корней уравнения (4) получаем, что в рассматриваемом классе магнетиков (при условии

$V_- > S_{t,l}$) могут реализоваться те же типы МУ волн, что и в слабых ферромагнетиках [8]:

а) движущаяся ДГ (ДДГ) реализуется в интервалах скоростей (рис. 1) $0 \leq V \leq S_3$, $S_2 < V < S_5$, $S_1 < V < S_7$; б) МУ солитон — $S_3 < V < S_4$, $S_5 < V < S_6$, $S_7 < V < S_8$ и $0 \leq V \leq S_3$, $S_2 < V < S_5$, $S_1 < V < S_7$ (рис. 1); в) черенковски излучающая МУ уединенная волна — $S_4 < V < S_1$, $S_6 < V < S_0$, $S_1 < V < S_t \cup S_t < V < S_2$ (рис. 1); д) связанная МУ волна — $V > S_8$ (рис. 1).

Структура возможных решений системы (2) с граничными условиями (3) описывается уравнениями вида

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2|K_u^*|} \left[\frac{M_s V}{\gamma} \varphi' - \frac{\sqrt{2}}{3} \left(K_1^* + \frac{1}{6} K_2 \right) \cos 3\varphi - \frac{2b_1b_2}{\xi_1} \cos \varphi \right], \end{aligned}$$

$$\left(\frac{V^2}{\bar{s}^2} - 1 \right) \varphi'' = d_1 \sin 6\varphi - \frac{2}{3} d_2 \sin 4\varphi - \left(d_3 + \frac{d_2}{3} \right) \sin 2\varphi, \quad (12)$$

где $d_1 = 1/\Delta^2$; $d_2 = \sqrt{2}\beta b_1b_2/A\xi_1|K_u^*|$; $d_3 = (b_1 \times b_2/|K_u^*|\xi_1^2 - b_2^2/\xi_1^2)/A$; $\beta = K_1^* + K_2/6$; $\bar{s} = 2\gamma \times \sqrt{A|K_u^*|/M_s}$; $K_u^* = K_u - 2\pi M_s^2 - B_2(B_1 + B_2)/3\xi_2$, $K_1^* = K_1 + 3b_1b_2/\sqrt{2}\xi_1$ — константы НОА и КА, штрих означает производную по новой переменной ξ ; величина Δ в коэффициенте d_1 определяет эффективную ширину ДГ и выражается в виде

$$\Delta = \Delta_0 [1 - \beta(6K_1^*/K_2 + 1)/|K_u^*|]^{-1/2}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что зависимость Δ от скорости стационарного движения имеет особенности в областях движения ДГ со скоростями, близкими к S_3, S_5, S_7 . Здесь структура ДГ будет претерпевать существенные изменения вплоть до полного разрушения при ее движении со скоростью, близкой к скоростям $S_{t,l}$ (рис. 2).

Как видно из уравнения (12), наличие МУ взаимодействия существенно усложняет динамику рассматриваемого магнетика, описание которой уже сводится к тройному уравнению sin-Гордона (в отличие от слу-

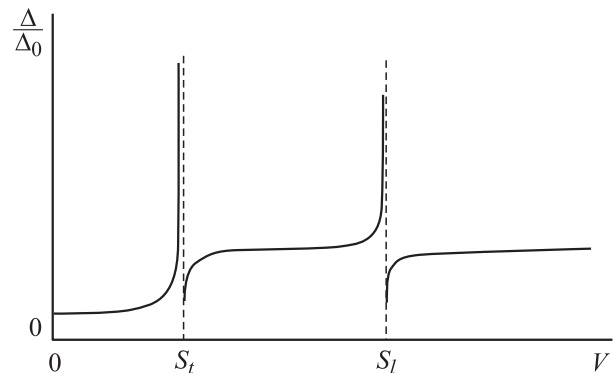


Рис. 2. График, иллюстрирующий поведение ширины доменной границы от скорости ее стационарного движения (показан схематически).

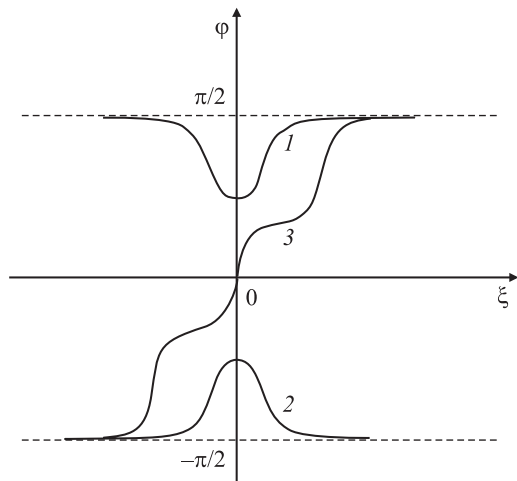


Рис. 3. Профиль возможных типов уединенных волн в случае а) при следующих значениях параметров: $A \approx 6 \cdot 10^{-10} \text{ J/m}$, $M_s \approx 8 \cdot 10^2 \text{ A/m}$, $|K_u| \approx 10^4 \text{ J/m}^3$, $K_1 \approx -10^5 \text{ J/m}^3$, $K_2 \approx 2 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$.

чая 1). Это связано с дополнительным магнитоэстрономным вкладом в энергию (1), обусловленным учетом рассогласования напряжений в соседних доменах, что в свою очередь налагает ограничения (в виде граничных условий (3)) на возможность существования того или иного типа волн из широкого спектра решений (12).

Исследование нелинейных МУ волн в указанном спектре скоростей движения показывает, что в интервале, который отвечает случаю а), наряду с ДДГ (рис. 3, кривая 3) возможно существование решений, соответствующих МУ солитонам (рис. 3, кривые 1, 2). Необходимо отметить, что топология решения ДДГ в отличие от работы [8] представляет собой магнитную неоднородность, соответствующую 180-градусной ДГ с точками перегиба в области метастабильных осей (которые являются „легкими“ в отсутствие МУ взаимодействия [6]). Возникновение таких „перетяжек“ в структуре ДГ является следствием учета МУ взаимодействия, которое приводит к связанному состоянию трех 60-градусных ДГ с образованием „перетяжек“ в местах „сшивки“ решений.

При движении МУ волн со скоростями, близкими к S_3 , S_5 , S_7 (интервал б), возникает решение, которому соответствует уединенная волна типа кинка. В областях же, близких к скоростям звука, в бездиссипативном приближении уравнение (12) имеет точки бифуркации, при которых „исчезают“ решения, удовлетворяющие условию (3).

Анализ решений характеристического уравнения показал, что в спектре скоростей уединенных МУ волн, так же как и в [8], вблизи скоростей звука существуют МУ щели, которые определяются следующим образом: в области S_l

$$h_{1l} = 3(2b_1^2 + b_2^2)/K_u^*(C_{11} - C_{12} + C_{44}),$$

$$h_{2l} = (18b_2^2/K_2(C_{11} - C_{12} + C_{44})) \times (1 + K_2(2b_2^2 - 3b_1^2)/12b_2^2K_u^*),$$

а вблизи S_l

$$h_l = B_2(B_1 + B_2)/K_u^*(C_{11} + 2C_{22} + 4C_{44}).$$

В указанных областях значений МУ щелей в отсутствие затухания имеют место не затухающие на бесконечности связанные магнитоупругие волны [8].

Из приведенных соотношений следует также, что значительный вклад в величину МУ щелей вносят параметры K_2 и K_u . В случае, если НОА индуцирована внешним напряжением $\sigma \parallel [111]$, приложенным вдоль кристаллографического направления [111], возникает возможность управлять параметрами МУ щелей.

Аналогично [8] можно предположить, что при учете диссипативных процессов в магнитной или упругой подсистемах МУ щели (при определенных условиях) в спектре скоростей МУ волн в ферритах наблюдаться не будут, но на кривой зависимости скорости стационарного движения от внешнего магнитного поля возможно возникновение аномалий.

Таким образом, приведенные исследования показывают, что наличие МУ взаимодействия усложняет описание динамики магнетика. В этом случае анализ реализуемых типов МУ волн сводится к исследованию возможных решений тройного уравнения sin-Гордона с граничными условиями, налагающими ограничения на широкий спектр решений.

В отличие от возможных типов волн, реализуемых в легкоплоскостных магнетиках [8] (например, 180-градусная ДГ), в материалах с более сложной симметрией возможно возникновение аномалий („перетяжки“) в топологии 180-градусной ДГ. Одновременно с решением типа движущейся ДГ возникают решения в виде солитонов, равновесное значение \mathbf{M} которых определяется $\mathbf{M} \parallel [1\bar{1}0]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow \infty} = \pi/2$) и $\mathbf{M} \parallel [\bar{1}10]$ ($\varphi_0|_{\xi \rightarrow -\infty} = -\pi/2$).

В результате анализа асимптотического поведения решений системы уравнений, описывающих МУ динамику магнетика, выявлено, что предельное значение скорости стационарного движения ДГ может быть сравнимо, а в некоторых случаях (например, в точке компенсации магнитного момента) и превышать ранее принятые для таких материалов значения [4].

Список литературы

- [1] Туров Е.А., Шавров В.Г. // УФН. 1983. Т. 140. Вып. 3. С. 429–462.
- [2] Беляева О.Ю., Зарембо Л.К., Карпачев С.Н. // УФН. 1991. Т. 162. № 2. С. 107–138.
- [3] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Четкин М.В. // УФН. 1985. Т. 146. Вып. 3. С. 417–458.
- [4] Рандошкин В.В., Червоненкис А.Я. Прикладная магнитооптика. М., 1990. 320 с.
- [5] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Сукстанский А.Л. // ФТТ. 1978. Т. 20. Вып. 7. С. 2177–2187.
- [6] Вахитов Р.М. // Изв. вузов. Физика. 2002. № 10. С. 35–38.
- [7] Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практические применения. М., 1987. 419 с.
- [8] Бучельников В.Д., Шавров В.Г. // ФММ. 1984. Т. 58. № 5. С. 845–850.