01;04;10

Взаимодействие электромагнитных колебаний с потоком заряженных частиц в неоднородных плазмоподобных структурах

© С.И. Ханкина,[1] В.М. Яковенко,[1] И.В. Яковенко[2]

[1] Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
[2] Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт „Молния“,
61013 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 3 ноября 2004 г.)

Построена гидродинамическая теория взаимодействия электромагнитных колебаний с моноэнергетическим потоком заряженных частиц, которые проходят через структуру, содержащую плазменный и диэлектрический слои и обрамленную идеально проводящими плоскостями. Показано, что в такой системе возникают неустойчивости плазменных колебаний, обусловленные преобразованием на границах слоев энергии волн пространственного заряда потока частиц в плазменные колебания. Определены области (зоны) генерации и затухания колебаний.

Одной из важных проблем современной радиофизики является освоение субмиллиметрового и коротковолновой части миллиметрового диапазонов электромагнитных колебаний. На первом месте в этой проблеме стоит задача создания источников генерирования электромагнитных колебаний. Для ее решения используются различные подходы [1,2]. В частности, к ним относится поиск неустойчивых состояний в твердотельных плазмоподобных средах [3,4]. Следует подчеркнуть, что современная технология позволяет создавать проводящие твердотельные структуры: пленки, полупроводники со сверхрешеткой и двумерным электронным газом, структуры типа металл–диэлектрик–полупроводник и др. В этих средах возникают особого рода плазменные колебания, обусловленные наличием границ и их свойствами. Кроме того, в указанных структурах, имеющих субмикронные размеры, реализуются баллистические механизмы переноса заряда. Поэтому в них могут проявляться неустойчивости, в основе которых лежат эффекты черенковского, переходного и тормозного излучения заряженных частиц [4,5].

В предлагаемой работе рассматривается взаимодействие потока заряженных частиц (электронов) с электромагнитными колебаниями в неоднородной плазмоподобной среде. Предполагается, что безграничный нерелятивистский поток частиц, движущийся с постоянной скоростью, пересекает границы структуры, состоящей из слоев с различными электромагнитными свойствами, обрамленных на торцах идеально проводящими поверхностями.

Определяются частоты собственных колебаний электромагнитного поля такой структуры и их декременты (инкременты), обусловленные взаимным преобразованием кинетической энергии частиц пучка и энергии электромагнитного поля.

Механизм взаимодействия потока частиц с ограниченной холодной плазмой может быть описан либо на языке частица–волна (колебание), либо волна–волна. В первом случае для характеристики свойств электронов пучка используется кинетическое уравнение. При этом возмущенный поток частиц представляет собой набор индивидуальных возбуждений [6,7]. Во втором случае используется гидродинамика, а взаимодействие потока с материальной средой реализуется через волны пространственного заряда (ВПЗ). Именно в этом приближении решается поставленная задача на основе уравнений электростатики и гидродинамики. Использование уравнений электростатики оправдано тем, что фазовые скорости исследуемых волн предполагаются малыми по сравнению со скоростью света.

Если в пучке можно пренебречь тепловым движением частиц, то его взаимодействие с материальной средой описывается следующими уравнениями:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0, \qquad \operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi e n, \tag{1}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n_0\mathbf{v} + n\mathbf{v}_0) = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}_0\boldsymbol{\nabla})\mathbf{v} = \frac{e}{m_0}\mathbf{E}. \tag{2}$$

Здесь e, m_0 — заряд и масса электронов пучка; n_0, n, $\mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}$ — постоянные и возмущенные значения их плотности и скорости; $\mathbf{v}_0 \parallel 0Y$.

Вектор электрической индукции $\mathbf{D}$ в каждом слое связан с электрическим полем $\mathbf{E}$ материальным уравнением. В плазменном слое оно имеет вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + 4\pi \int\limits_{-\infty}^{t} \mathbf{j}(t')dt', \tag{3}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость решетки.

Ток электронов проводимости $\mathbf{j} = eN_0\mathbf{u}$ удовлетворяет уравнению непрерывности

$$e\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{j} = 0. \tag{4}$$

Уравнение Пуассона запишется

$$\operatorname{div}\varepsilon_0\mathbf{E} = 4\pi e(N + n). \tag{5}$$

Скорость электронов $\mathbf{u}$ находится из уравнения движения

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{e}{m}\,\mathbf{E}. \qquad (6)$$

Здесь m, N_0, N — эффективная масса, равновесная и возмущенная концентрации электронов проводимости. В диэлектрическом слое, естественно, $N_0 = 0$, а диэлектрической постоянной ε приписывается индекс, соответствующий номеру слоя.

Систему координат выбираем следующим образом. Плоскости $y = -d_1$ и $y = d_2$ являются идеально проводящими. Области 1 $(-d_1 \le y \le -a/2)$ и 2 $(a/2 \le y \le d_2)$ занимают среды с диэлектрическими постоянными ε_1 и ε_2 соответственно. Между ними $(-a/2 \le y\ a/2)$ находится плазменный слой. Электронный пучок движется вдоль оси Y от катода $(y = -d_1)$ к аноду $(y = d_2)$.

Зависимость всех переменных величин в уравнениях (1)–(6) от времени и координат предполагается экспоненциальной $\sim \exp\left[i(\mathbf{qr} - \omega t)\right]$, где ω — частота, $\mathbf{q} = (q_x, q_y, 0)$ — волновой вектор. Колебания вдоль оси Z однородны. Решение системы уравнений в среде 1 имеет вид (множитель $\exp i(q_x x - \omega t)$ опущен)

$$n(y) = \sum_{k=1}^{2} A_k \exp(i q_{yk} y), \qquad (7)$$

$$E_x(y) = E_x^l(y) + E_x^t(y); \quad E_y(y) = -\frac{i}{q_x}\frac{\partial E_x}{\partial y};$$

$$E_x^l(y) = -\frac{4\pi i e q_x}{\varepsilon_1}\sum_{k=1}^{2}\frac{A_k}{q_{yk}^2}\exp(i q_{yk} y);$$

$$E_x^t(y) = \sum_{k=1}^{2} B_k \exp(\chi_k y), \qquad (8)$$

$$\upsilon_x(y) = \upsilon_x^l(y) + \upsilon_x^t(y), \quad \upsilon_y(y) = -\frac{i}{q_x}\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y},$$

$$\upsilon_x^l(y) = \frac{1}{n_0}\sum_{k=1}^{2}\frac{(\omega - q_{yk}\upsilon_0)}{q_{yk}} A_k \exp(i q_{yk} y);$$

$$\upsilon_x^t(y) = \frac{ie}{m_0\omega} E_x^t(y). \qquad (9)$$

В выражениях (7)–(9) введены следующие обозначения: $q_{y1,2} = \omega/\upsilon_0 \pm q_1$, $q_1 = \omega_b/\upsilon_0\sqrt{\varepsilon_1}$, $\chi_{1,2} = \pm q_x$, $\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_0/m_0$; A_k, B_k — произвольные константы.

Аналогичным образом запишутся решения в плазменной среде и диэлектрике 2. Только при этом необходимо ввести новые обозначения для произвольных констант и заменить ε_1 на ε_2 в среде 2 и ε_1 на

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \quad \left(\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N_0}{m}\right)$$

в плазме.

Видно, что в рассматриваемой структуре существуют электростатические поля двух типов: поперечные $(\mathbf{q}\mathbf{E}^t) = 0$ и продольные $\mathbf{E}^l$ поля — быстрые и медленные ВПЗ, для которых $(\mathbf{q}\mathbf{E}^l) \ne 0$.

Для решения поставленной задачи система уравнений (1)–(6) должна быть дополнена граничными условиями. Очевидно, что на поверхности идеально проводящей среды тангенциальные компоненты электрического поля равны нулю, т. е.

$$E_x\Big|_{y=-d_1} = 0, \qquad E_x\Big|_{y=d_2} = 0. \qquad (10)$$

Поскольку существуют ВПЗ, то наряду с обычными электродинамическими граничными условиями необходимо сформулировать граничные условия для гидродинамических величин, т. е. для возмущенных значений концентрации и скорости электронов пучка. Такими условиями являются равенства нулю концентрации и нормальной составляющей скорости электронов на поверхности металла при $y = -d_1$ (на катоде)

$$n_1\Big|_{y=-d_1} = 0, \qquad \upsilon_{y1}\Big|_{y=-d_1} = 0. \qquad (11)$$

Эти условия известны как граничные условия Пирса [8].

На границе диэлектрик–плазменный слой непрерывны тангенциальная составляющая электрического поля и нормальная компонента вектора электрической индукции. Кроме того, должны выполняться условия непрерывности потока вещества и потока импульса, т. е. равны возмущенные концентрации и нормальные компоненты скорости пучка. Чтобы избежать громоздких вычислений, рассматривается плазменный слой малой толщины $q_x a \ll 1$, $a\omega/\upsilon_0 \ll 1$.

В этом случае граничные условия при $y = -a/2$ и $y = a/2$ можно перенести на плоскость $y = 0$. Тогда при $y = 0$ непрерывны величины E_{x1}, n, υ_y

$$E_{x1} = E_{x2}, \qquad n_1 = n_2, \qquad \upsilon_{y1} = \upsilon_{y2}. \qquad (12)$$

Однако нормальная компонента вектора электрической индукции D_y испытывает разрыв, вызванный зарядами, образованными в тонком плазменном слое.

Для нахождения граничных условий на D_y проинтегрируем по толщине a уравнения Пуассона. В результате получим

$$D_y\left(\frac{a}{2}\right) - D_y\left(-\frac{a}{2}\right) + i q_x D_x(0) a = -4\pi e\left[N(0) - n(0)\right] a. \qquad (13)$$

Здесь в качестве D_x, N, n взяты их средние значения, т. е. значения на плоскости $y = 0$.

Интегрируя далее по толщине слоя уравнения непрерывности и принимая во внимание уравнения движения, получим выражения для $N(0)$ и $n(0)$

$$N(0) = \frac{i e q_x N_0}{m\omega} E_x(0); \quad n(0) = \frac{i e q_x n_0}{m_0\omega} E_x(0). \qquad (14)$$

Если $q_x a \ll 1$, $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$ и $\omega_b^2/\omega^2 \ll 1$, соотношение (11) принимает вид

$$D_{y2}(0) - D_{y1}(0) = \frac{i\omega_0^2}{\omega^2} q_x a E_{x1}(0). \tag{15}$$

Из граничных условий находим дисперсионное соотношение, описывающее взаимодействие плазменных колебаний с потоком электронов:

$$\omega^2\big(\varepsilon_1 \operatorname{cth} q_x d_1 + \varepsilon_2 \operatorname{cth} q_x d_2\big) - \omega_0^2 q_x a = 2\,\frac{i\omega_b^2 q_x v_0}{\omega}\,\Gamma,$$

где

$$\Gamma = -\Gamma_0 + \Gamma_1 \exp[i\omega\tau_1] + \Gamma_2 \exp[i\omega\tau_2] + \Gamma_3 \exp[i\omega\tau],$$

$$\Gamma_0 = \operatorname{cth}^2 q_x d_1 + \operatorname{cth}^2 q_x d_2 + \operatorname{cth} q_x d_1 \operatorname{cth} q_x d_1 - 1,$$

$$\Gamma_j = (\operatorname{cth} q_x d_1 + \operatorname{cth} q_x d_2)\,\frac{s_j}{\operatorname{sh} q_x d_j},$$

$$s_j = \cos q_j d_j - i\,\frac{\omega \sin q_j d_j}{2q_j v_0} \quad (j = 1, 2),$$

$$\Gamma_3 = \frac{1}{\operatorname{sh} q_x d_1 \operatorname{sh} q_x d_2}\left[\frac{i\omega}{2q_1 v_0}\sin q_1 d_1 - s_2 \cos q_1 d_1\right],$$

$$d = d_1 + d_2, \quad \tau_j = \frac{d_j}{v_0} \;\; (j = 1, 2), \quad \tau = \frac{d}{v_0}. \tag{16}$$

При выводе уравнения (16) использовались следующие условия:

$$q_x \ll \frac{\omega}{v_0}, \qquad \omega_b^2 \ll \omega^2. \tag{17}$$

Левая часть уравнения (16) определяет спектр собственных колебаний электромагнитного поля в исследуемой структуре в отсутствие пучка.

Если диэлектрические проницаемости сред 1 и 2 не зависят от частоты, т.е. $\varepsilon_1 = \text{const}$, $\varepsilon_2 = \text{const}$, то частота собственных колебаний определяется из условия

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2 q_x a}{\varepsilon_1 \operatorname{cth} q_x d_1 + \varepsilon_2 \operatorname{cth} q_x d_2}. \tag{18}$$

При $a = 0$ колебания существуют в случае частотной дисперсии диэлектрической проницаемости сред ε_1, ε_2 (или одной из сред) при условии, что одна из этих величин отрицательна. Такая ситуация может быть реализована в структуре металл–диэлектрик–полупроводник–металл ($a = 0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_d = \text{const}$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 - \Omega^2/\omega^2$). Тогда

$$\omega^2 = \frac{\Omega^2}{\varepsilon_d \operatorname{cth} q_x d_1 + \varepsilon_0 \operatorname{cth} q_x d_2}. \tag{19}$$

Правая часть уравнения (16) описывает взаимодействие плазменных колебаний с потоком заряженных частиц, движущихся в неоднородной среде. Первый член не содержит экспоненциальных множителей и характеризует процесс преобразования поперечных колебаний структуры в ВПЗ на границе $y = 0$. Действительно, для уединенной границы, когда $q_x d_{1,2} \gg 1$, $q_{1,2} d_{1,2} \gg 1$, все члены, кроме первого в правой части (16), исчезают. В этом случае поток частиц, налетающих на границу раздела диэлектрик–полупроводник, является гладким по плотности. Его модуляция поперечным полем происходит на границе. Возникшие на ней возмущения электронной концентрации уносятся потоком частиц в глубь среды $y > 0$, что и приводит к затуханию плазменных колебаний. Частота и декремент колебаний равны ($\omega = \omega' + \delta\omega$, $\delta\omega/\omega' \ll 1$)

$$\omega' = \omega_0 \left(\frac{q_x a}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)^{1/2}, \tag{20}$$

$$\operatorname{Im}\delta\omega = -\frac{2\omega_b^2 v_0}{\omega_b^2 a}. \tag{21}$$

Если ввести поверхностную плотность $N_s = N_0 a$, то

$$\operatorname{Im}\delta\omega = -\frac{2n_b v_0}{N_s}. \tag{22}$$

Заметим, что бесстолкновительное затухание имеет место только при выполнении условия $2\omega_b^2 v_0/\omega_0^2 a \geq \nu/2$, где ν — характерная частота электронов проводимости.

Учет влияния конечных размеров слоев 1 и 2 приводит к возникновению обратной связи ВПЗ с поперечными колебаниями, которая обусловлена их взаимными преобразованиями на границах $y = -d_1$, $y = d_2$. Эти процессы характеризуются соответствующими экспоненциальными множителями. Нарастание или затухание колебаний зависит от соотношений между периодом колебаний и временем пролета частицей соответствующих расстояний.

Проанализируем влияние границ $y = -d_1$, $y = d_2$ в различных частных случаях. Предположим, что выполняются условия $q_x d_1 \gg 1$, $q_1 d_1 \gg 1$ и $q_2 d_2 \ll 1$. Тогда частота, инкремент (декремент) плазменных колебаний имеют вид

$$\omega'^2 = \frac{\omega_0^2 q_x a}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \operatorname{cth} q_x d_2}, \tag{23}$$

$$\operatorname{Im}\delta\omega = \frac{\omega_b^2 v_0}{\omega^2 a}\,\Gamma, \tag{24}$$

где

$$\Gamma = \frac{1 + \operatorname{cth} q_x d_2}{\operatorname{sh} q_x d_2}\,\varphi(q_x, \omega\tau_2);$$

$$\varphi(q_x, \omega\tau_2) = \cos\omega\tau_2 + \frac{\omega\tau_2}{2}\sin\omega\tau_2 - \operatorname{ch} q_x d_2.$$

Функция $\varphi(q_x, \omega\tau_2)$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Области положительных значений $\varphi(q_x, \omega\tau_2)$ соответствуют нарастанию амплитуды колебаний (или зонам генерации). Так, $\varphi(q_x, \omega\tau_2) > 0$, если $\sin\omega\tau_2 > 0$; $\omega\tau_2/2 \gg \operatorname{ch} q_x d_2$.

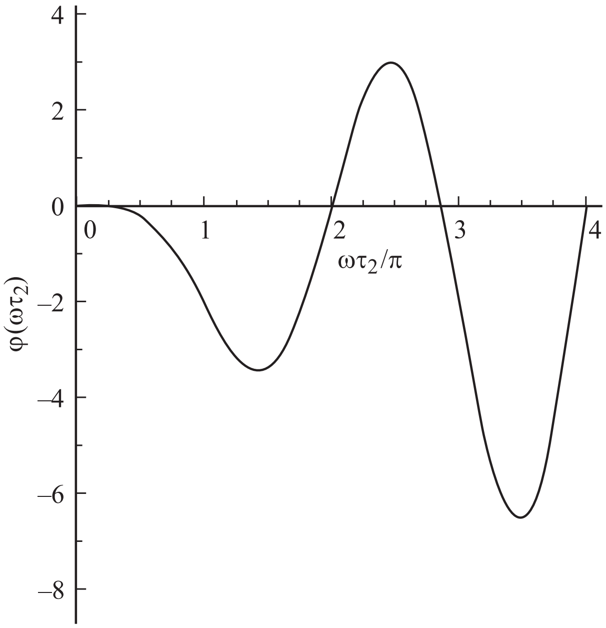

Рис. 1. Области затухания и нарастания колебаний в структуре металл–диэлектрик–полупроводник–диэлектрик–металл при $d_1 \to \infty$, $q_x d_2 \ll 1$.

На рис. 1 приведена зависимость $\varphi(\omega\tau_2)$, когда $q_x d_2 \ll 1$. Из рисунка видно, что первая зона генерации плазменных колебаний возникает при выполнении неравенств $2\pi < \omega\tau_2 < 3\pi$. В каждой зоне генерации $\varphi(\omega, \tau_2)$ имеет максимальные значения, а следовательно, и инкремент колебаний является наибольшим, если $\omega\tau_2 = (\pi/2) + 2\pi l$, $l = 1, 2, \dots$ (l — номер зоны). Такая ситуация может быть реализована, например, при прохождении потока электронов через тонкую металлическую пластину с отверстиями. В такой пластине, как известно, существуют плазменные колебания [9].

Если $a = 0$ и диэлектрическая проницаемость среды 2 обладает частотной дисперсией $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$, то в структуре вакуум–полупроводник–металл при $q_x d_1 \gg 1$ осуществляется взаимодействие потоков электронов с колебаниями, частота и инкремент которых равны

$$\omega' = \frac{\Omega}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_d \,\mathrm{th}\, q_x d_2)}, \tag{25}$$

$$\mathrm{Im}\,\delta\omega = \frac{i\omega_b^2 q_x v_0}{\Omega^2}\,\Gamma. \tag{26}$$

Экспериментально взаимодействие потока частиц с колебаниями (25) можно осуществить, пропуская его через отверстия полупроводниковой пластины, расположенной на металлической подложке. Поскольку граничные гидродинамические условия на плоскостях $y = -d_1$ и $y = 0$ слабо различаются, то аналогичная картина возникает в структуре металл–диэлектрик–полупроводник, когда $q_x d_2 \gg 1$, $q_2 d_2 \gg 1$. В этом случае частота и инкременты (декременты) описываются выражениями (23)–(26), в которых надо заменить d_2 на d_1, ε_1 на ε_2, а ε_2 на ε_1.

Наконец, в структуре металл–диэлектрик–плазменный слой–диэлектрик–металл ($\varepsilon_1 = \mathrm{const}$, $\varepsilon_2 = \mathrm{const}$) при $q_x d_{1,2} \ll 1$, $q_{1,2} d_{1,2} \ll 1$ частота собственных колебаний оказывается равной

$$\omega' = \omega_0 q_x \left(\frac{a d_1 d_2}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}\right)^{1/2}. \tag{27}$$

При прохождении тока через такую структуру имеем

$$\mathrm{Im}\,\delta\omega = \frac{\omega_b^2 v_0}{\omega_0^2 a q_x^2 d_1 d_2}\,\psi(\omega\tau_1, \omega\tau_2; \omega\tau). \tag{28}$$

Здесь

$$\psi(\omega\tau_1, \omega\tau_2, \omega\tau) = \frac{d}{d_1}\left(\cos\omega\tau_1 + \frac{\omega\tau_1}{2}\sin\omega\tau_1 - 1\right) + \frac{d}{d_2}\left(\cos\omega\tau_2 + \frac{\omega\tau_2}{2}\sin\omega\tau_2 - 1\right) - \left(\cos\omega\tau + \frac{\omega\tau}{2}\sin\omega\tau - 1\right).$$

Зависимость $\psi = \psi(\omega\tau_2)$ при различных соотношениях между d_1 и d_2 приведена на рис. 2. Сравнение поведения функции ψ с функцией $\varphi(\omega\tau_2)$ (рис. 1) ($d_1 \to \infty$) показывает, что конечная величина d_1 приводит к более благоприятным условиям для генерации плазменных колебаний — первая зона генерации возникает раньше, на интервале $0 < \omega\tau_2 < \pi$.

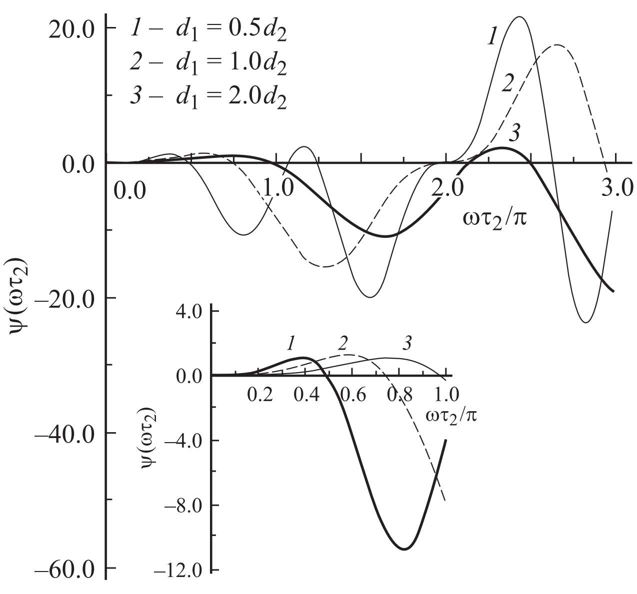

Рис. 2. Сравнение инкрементов (декрементов) колебаний при различных соотношениях размеров диэлектрических слоев, отделяющих проводящую пластину от металла.

Приведем некоторые оценки. На частоте $\omega' \approx \approx 3 \cdot 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ при $q_x = 10^3\,\mathrm{cm}^{-1}$ $a \sim d_1 \sim d_2 \approx 10^{-4}\,\mathrm{cm}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 4$ концентрация электронов проводимости должна достигать величины $N_0 \sim 10^{20}\,\mathrm{cm}^{-3}$. При инжекции электронов, скорость которых $\upsilon_0 \approx 3 \cdot 10^8\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, а плотность $n_b \sim 10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$, инкремент неустойчивости плазменных колебаний $\mathrm{Im}\,\delta\omega \sim 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$. Для развития неустойчивости необходимо, чтобы величина $\mathrm{Im}\,\delta\omega$ превосходила затухание, связанное с частотой столкновений электронов $(\mathrm{Im}\,\delta\omega > \nu/2)$.

Таким образом, при прохождении потока заряженных частиц через структуру, содержащую слои с различными электромагнитными свойствами, возможно генерирование плазменных колебаний. Возникновение генерирования зависит от отношения периода колебаний к времени пролета частицей расстояния между границами раздела слоев. Частота колебаний определяется свойствами плазменного слоя. Механизм генерирования обусловлен процессами преобразования на границах энергии ВПЗ в плазменные колебания.

Список литературы

[1] *Андронов А.В., Захарьин А.О., Ясиевич И.Н., Зиновьев Н.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 79. Вып. 8. С. 448–451.

[2] *Морозов Ю.А., Нефедов И.С., Алешкин В.Я.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 5. С. 71–76.

[3] *Михайловский А.В.* Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1970. 294 с.

[4] *Белецкий Н.Н., Булгаков А.А., Ханкина С.И., Яковенко В.М.* Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. Киев: Наукова думка, 1984. 192 с.

[5] *Белецкий Н.Н., Светличный В.Я., Халамейда Д.Д., Яковенко В.М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. Киев: Наукова думка, 1991. 216 с.

[6] *Яковенко В.М., Яковенко И.В.* // Радиофизика и радиоастрономия. 1999. Т. 4. № 4. С. 376–387.

[7] *Яковенко В.М., Яковенко И.В.* // ДАН Украины. 2000. № 1. С. 70–74.

[8] *Pierce J.J.* // Appl. Phys. 1944. Vol. 15. P. 7211.

[9] *Ebbesen* et al. // Nature. 1998. Vol. 391. P. 667. УФН. 1999. Т. 169. № 11. С. 1272.