

01;03

## Полностью двумерная модель для анализа характеристик линейного цилиндрического индукционного насоса

© И.Р. Кириллов, Д.М. Обухов

Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова,  
196641 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: kirillir@sintez.niiefa.spb.su

(Поступило в Редакцию 30 сентября 2003 г.)

Предложена полностью двумерная математическая модель для расчета характеристик индукционных магнитогидродинамических (МГД) машин с цилиндрическим каналом. Численным анализом получена картина течения жидкого металла в электромагнитном насосе при наличии МГД неустойчивости, характеризующаяся образованием крупномасштабных вихрей, перемещающихся в продольном и азимутальном направлениях. Сравнение основных расчетных характеристик насоса с экспериментом обнаруживает хорошее их качественное и удовлетворительное количественное совпадение.

### Введение

Потеря устойчивости однородного течения жидкого металла в индукционных МГД машинах интенсивно исследуется теоретически и экспериментально в последнее время [1–6]. Показано, что в таких машинах при определенных условиях (индуцированное в жидком металле магнитное поле сравнимо/больше приложенного, а электромагнитные силы значительно превышают силы трения) имеет место МГД неустойчивость течения. В этих условиях незначительное возмущение электромагнитного поля или гидродинамических характеристик течения приводит к развитию возмущений и потере устойчивости однородного течения. Экспериментально установлено [4–6], что в индукционных электромагнитных насосах (ЭМН) с цилиндрическим каналом следствием проявления МГД неустойчивости течения являются наличие неоднородного по азимуту распределения скорости жидкого металла и магнитного поля, низкочастотные пульсации гидродинамических (давление, расход жидкого металла) и электрических (ток, напряжение) параметров насоса, вибрация канала.

Теоретическое исследование устойчивости индукционных МГД течений в рамках одномерной струйной модели [1,2] подтвердило образование вторичных течений после потери устойчивости однородного течения, позволило качественно оценить возможные профили скорости вторичных течений и асимптотическую величину развиваемого давления. Оценки характеристик ЭМН с использованием указанной модели [7] и ее модификации [8] обнаруживают хорошее качественное совпадение с экспериментальными результатами.

Одномерная турбулентная модель, показав принципиальную возможность существования вторичных течений, не могла в силу своей простоты описать реально наблюдаемый в экспериментах характер течения. Исследование потери устойчивости однородного течения на базе двумерной модели [3] позволило выявить существование вихревых вторичных течений типа вращающегося срыва в высоконапорных компрессорах.

В настоящей работе путем численного решения уравнений электромагнитного поля и Навье–Стокса для двумерной модели получена картина вторичных течений в индукционном ЭМН, выявлена причина низкочастотных пульсаций параметров.

Помимо несомненного интереса исследования проблемы МГД неустойчивости для разработки индукционных МГД машин с металлическим рабочим телом имеется, очевидно, и общетеоретический интерес исследования сложных течений электропроводящих жидкостей в магнитном поле.

### 1. Расчетная модель

Схематический вид модели в координатах  $x, z$  представлен на рис. 1. Жидкий металл течет в направлении оси  $x$  в канале высотой  $2b$ , расположенном между двумя ферромагнитными поверхностями. На одной из них размещена обмотка индуктора, создающая бегущее вдоль оси  $x$  магнитное поле и реально располагающаяся в пазах индуктора. Обмотка заменена тонкими токовыми слоями, причем каждый токовый слой несет полный ток одного паза и занимает его реальный размер в направлении оси  $x$ . Длина активной (обмотанной) зоны

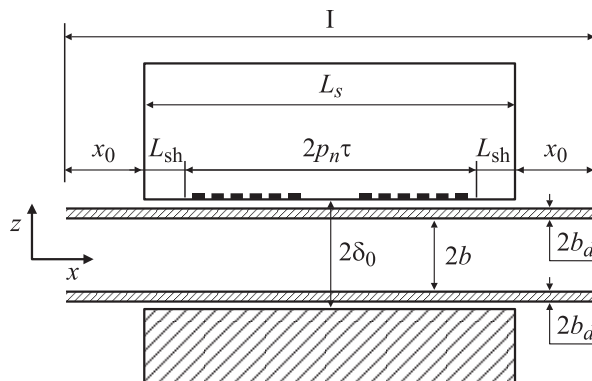


Рис. 1. Схема расчетной области. I — расчетная область.

индуктора  $2p_n\tau$ , где  $2p_n$  — число полюсов индуктора,  $\tau$  — полюсное деление;  $L_{sh}$  — длина шунтирующих зон индуктора, учитывающая рассеяние магнитного потока по краям индуктора;  $x_0$  — длина области расчетной зоны вне индуктора. Цилиндрическая геометрия насоса заменяется плоской с шириной  $2\pi R$ ,  $R$  — средний радиус канала. Погрешность такой замены можно считать незначительной, поскольку средний радиус канала, как правило, значительно больше его высоты  $2b$ . Внешнее и индуцированное в металле магнитные поля имеют в данной модели только  $z$ -компоненты  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0(x, y))$ ,  $\mathbf{b} = (0, 0, b_z(x, y))$ , зависящие от продольной и азимутальной координат и усредненные по высоте немагнитного зазора  $2\delta_0$ . Компоненты скорости  $U = (u, v, 0)$  и давление также зависят от продольной и азимутальной координат и усредняются по высоте канала.

Уравнение для индуцированного в металле магнитного поля, полученное из системы уравнений Максвелла, имеет в данном случае следующий вид:

$$-\frac{R_{me}}{\omega} \frac{\partial(b_z + B_0)}{\partial t} + \frac{\partial^2 b_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 b_z}{\partial \bar{y}^2} - R'_m u^* \frac{\partial(b_z + B_0)}{\partial \bar{x}} - R'_m v^* \frac{\partial(b_z + B_0)}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (1)$$

где  $R_{me} = R'_m(1 + \sigma_k b_k / \sigma b)$ ;  $\sigma_k, \sigma$  — электропроводность стенок канала и жидкого металла;  $2b_k, 2b$  — толщина/высота стенок канала и слоя жидкого металла;  $R'_m = R_{m0}(2b/2\delta')$ ;  $R_{m0} = \mu_0 \sigma \omega / \alpha^2$  — магнитное число Рейнольдса,  $\mu_0$  — магнитная проницаемость,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  — частота тока в обмотке;  $\alpha = \pi/\tau$ ;  $2\delta' = 2\delta_0 k_\delta k_\mu$  — эквивалентный немагнитный зазор,  $k_\delta$  — коэффициент зубчатости индуктора,  $k_\mu$  — коэффициент насыщения магнитной цепи;  $u^* = u(\alpha/\omega)$ ,  $v^* = v(\alpha/\omega)$ ,  $\bar{x} = x\alpha$ ,  $\bar{y} = y\alpha$  — безразмерные скорости и координаты.

Граничные условия для индуцированного поля

$$b_z|_{x=0} = 0, \quad b_z|_{x=\alpha L} = 0, \quad b_z|_{y=0} = b_z|_{y=2\pi R\alpha},$$

$$\frac{\partial b_z}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial b_z}{\partial y} \Big|_{y=2\pi R\alpha}, \quad (2)$$

где  $L = L_s + 2x_0$ .

Индуцированное поле представляется в виде  $\dot{b}_z = b_z^{Re} + i b_z^{Im}$ , а внешнее поле задается как  $\dot{B}_0 = \dot{B}_{0m} \exp(i\omega t)$ , где  $\dot{B}_{0m}(x, y)$  — комплексная амплитуда.

Уравнение (1) в этом случае принимает следующий вид:

$$-\frac{R_{me}}{\omega} \frac{\partial(\dot{b}_z)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \dot{b}_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \dot{b}_z}{\partial \bar{y}^2} - R'_m u^* \frac{\partial(\dot{b}_z)}{\partial \bar{x}} - R'_m v^* \frac{\partial(\dot{b}_z)}{\partial \bar{y}} - i R_{me} \dot{B}_{0m} \exp(i\omega t) - R'_m u^* \frac{\partial(\dot{B}_{0m})}{\partial \bar{x}} \exp(i\omega t) - R'_m v^* \frac{\partial(\dot{B}_{0m})}{\partial \bar{y}} \exp(i\omega t) = 0. \quad (3)$$

Амплитуда внешнего поля  $\dot{B}_{0m}$  определяется из уравнения

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_0$$

как суперпозиция полей от токов в пазах индуктора. Поле тока отдельного паза рассчитывалось по формуле

$$B_{0n}(x) = \begin{cases} c_{1n}, & x \in [x_0, x_n], \\ c_{1n} + \frac{(c_{2n} - c_{1n})}{L_{slot}(x - x_n)}, & x \in [x_n, x_n + L_{slot}], \\ c_{2n}, & x \in [x_n + L_{slot}, x_0 + L_s], \end{cases}$$

где

$$c_{1n} = \frac{\mu_0 J_n (L_s - x_n - \frac{L_{slot}}{2})}{L_s}, \quad c_{2n} = -\frac{\mu_0 J_n (x_n + \frac{L_{slot}}{2})}{L_s}.$$

Здесь  $J_n = \sqrt{2} I U_n / 2\delta'$  — амплитуда линейной плотности тока в  $n$ -м пазу,  $U_n$  — число проводников в  $n$ -м пазу,  $I$  — действующее значение тока в  $n$ -м пазу,  $x_n$  — координата начала  $n$ -го паза,  $L_{slot}$  — ширина паза в  $x$ -направлении. Таким образом, комплексная амплитуда внешнего поля определялась по формуле

$$\dot{B}_{0m}(x) = \sum_{n=1}^N B_{0n}(x) \exp(i\phi_n),$$

где  $\phi_n$  — фаза тока в  $n$ -м пазу.

Уравнения (1), (3) позволяют учесть также и зависимость внешнего поля от азимутальной координаты, являющуюся следствием конструктивных особенностей МГД машин,

$$\dot{B}_{0m}(x, y) = \dot{B}_{0m}(x) f(y).$$

Существует возможность задания реальной, наблюдаемой в эксперименте, азимутальной зависимости внешнего поля, которая определяется положением пакетов индуктора. В проведенных расчетах нас интересовали два модельных вида внешнего поля: однородное по азимуту и слабееоднородное — с азимутальной зависимостью вида

$$f(y) = 1 + 0.1 \cos(y/R), \quad y \in [0, 2\pi R].$$

Найденное из уравнения (3) индуцированное поле и соответствующий ему индуцированный ток содержат компоненты в стенках канала (I) и в жидком металле (II). Для расчета электромагнитного давления необходимы лишь компоненты тока в жидком металле (II), комплексные амплитуды которых рассчитываются следующим образом:

$$j_x^{II} = -\frac{\partial \dot{b}_z / \partial y \cdot 2\delta' / \mu_0 + 2b_d \sigma_d v (\dot{b}_z + \dot{B}_0)}{2b(1 + \sigma_d b_d / \sigma b)},$$

$$j_y^{II} = -\frac{\partial \dot{b}_z / \partial x \cdot 2\delta' / \mu_0 + 2b_d \sigma_d u (\dot{b}_z + \dot{B}_0)}{2b(1 + \sigma_d b_d / \sigma b)}.$$

Компоненты электромагнитной силы определяются как произведения вещественных частей комплексных амплитуд токов и магнитных полей

$$f_x = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{Re} j_y^{\text{II}} \operatorname{Re} (b_z + \dot{B}_0) \right\},$$

$$f_y = -\frac{1}{2} \left\{ \operatorname{Re} j_x^{\text{II}} \operatorname{Re} (b_z + \dot{B}_0) \right\}.$$

Двумерная система уравнений Навье–Стокса для турбулентного режима течения в общем виде содержит пульсационные слагаемые. Применяя процедуру осреднения Рейнольдса, выражая пульсационные скорости через осредненные и усредняя уравнения по высоте канала, получаем систему уравнений Навье–Стокса в следующем виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{f_x}{\rho} - \frac{c_f}{2b} u \sqrt{u^2 + v^2},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{f_y}{\rho} - \frac{c_f}{2b} v \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (4)$$

где  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  — продольная и азимутальная осредненные компоненты скорости,  $p$  — давление,  $\nu_{\text{eff}}$  — эффективный коэффициент вязкости (сумма ламинарного  $\nu$  и турбулентного  $\nu_t$  коэффициентов вязкости),  $\rho$  — плотность жидкого металла, последнее слагаемое представляет собой трение на стенках канала,  $c_f$  — локальный коэффициент трения.

Третья компонента скорости принимается равной нулю, а компоненты  $u, v$  связаны между собой уравнением неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Граничные условия для скоростей имеют вид

$$u|_{x=0} = u_0(y), \quad u|_{x=L} = u_s, \quad u|_{y=0} = u|_{y=2\pi R},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=2\pi R},$$

$$v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=L} = 0, \quad v|_{y=0} = v|_{y=2\pi R},$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=2\pi R}.$$

Как и в случае с приложенным магнитным полем, рассматривались два вида входного профиля скорости: однородный,  $u_0 = u_s$  ( $u_s$  — среднерасходная скорость) и неоднородный вида  $u_0 = u_s (1 + 0.1 \cos(y/R))$ .

Используя уравнения (4), (5), можно получить уравнение Пуассона для расчета давления. Таким образом, имеется замкнутая система уравнений, состоящая из системы уравнений для вещественной и мнимой компонент

индуцированного поля (3), системы Навье–Стокса (4) и уравнения Пуассона. Численный расчет системы уравнений проводился конечно-разностным методом на смещенной равномерной сетке (точки, в которых рассчитывались скорости, смещены относительно точек расчета давления и магнитного поля). Расщепление уравнений (3), (4) проводилось по методу стабилизирующей поправки. Конвективные слагаемые аппроксимировались разностями против потока. Стационарное уравнение Пуассона решалось итерационным методом с использованием последовательной верхней релаксации.

Расчет на каждом временном шаге проходил по следующей схеме: 1) расчет компонент индуцированного в металле поля для исходных значений компонент скорости, вычисление мгновенных значений компонент электромагнитной силы; 2) решение системы уравнений Навье–Стокса — нахождение предварительных значений скоростей  $u', v'$ ; 3) решение уравнения Пуассона для поправки давления итерационным методом; 4) уточнение значений скоростей для их использования на следующем шаге.

В нашей модели использовалось уравнение Пуассона для поправки к давлению  $p'$  [9] вида

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right), \quad (6)$$

где  $\Delta t$  — шаг по времени расчетной схемы, с граничными условиями

$$\frac{\partial p'}{\partial y} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial p'}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad p' \Big|_{y=0} = p' \Big|_{y=2\pi R},$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial p'}{\partial y} \Big|_{y=2\pi R}.$$

При этом значение давления на текущем временном шаге определяется суммой давления на предыдущем шаге и поправки

$$p^n = p^{n-1} + p'.$$

Расчет на данном временном шаге заканчивается уточнением скоростей, найденных из системы уравнений Навье–Стокса:

$$u = u' - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x},$$

$$v = v' - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y}.$$

Под развиваемым насосом давлением  $\Delta p$  в данной модели понимается средний по ширине канала перепад давления между первым и последним по длине узлами сетки.

Выбор начальных условий практически не влияет на конечные результаты, определяя только величину начального/нестационарного периода развития течения. Основным требованием для начальных условий остается их физичность. В данной модели использовались следующие начальные условия: индуцированное поле при  $t = 0$  равнялось нулю, а скорости для всех  $x$  принимались равными скоростям на входе ( $x = 0$ ).

## 2. Исходные данные для расчета

Изложенная выше математическая модель (EMR-MHD2D) использовалась для анализа электромагнитных и гидродинамических характеристик течения жидкого металла (натрия) в электромагнитном насосе с цилиндрическим линейным каналом ЦЛИН-Б. Наличие МГД неустойчивости течения в этом насосе при определенных значениях  $R'_m s$ , выражающееся в неоднородном по азимуту распределении магнитного поля, скорости жидкого металла и низкочастотных пульсациях давления, обнаружено экспериментально [6]. Скорость жидкого металла не измерялась в эксперименте непосредственно, однако о распределении  $x$ -составляющей ее по длине и азимуту можно судить по распределению результирующего магнитного поля, как это показано в [5].

Основные параметры насоса, используемые в расчете, следующие: длина индуктора  $L_s = 0.85$  м, число полюсов  $2p_n = 6$ , длина полюсного деления  $\tau = 0.1398$  м, длина внутренних зубцов  $L_{\text{tooth}1} = 6.3$  мм, длина крайних зубцов  $L_{\text{tooth}2} = 8$  мм, длина паза  $L_{\text{slot}} = 17$  мм, средний диаметр канала  $D = 0.296$  м, суммарная высота стенок канала  $2b_d = 4.5$  мм, высота канала  $2b = 12$  мм, высота немагнитного зазора  $2\delta_0 = 20$  мм, проводимость металла  $\sigma = 6.6 \cdot 10^6$  ( $\Omega \cdot \text{m}$ )<sup>-1</sup>, проводимость стенок канала  $\sigma_d = 1.15 \cdot 10^6$  ( $\Omega \cdot \text{m}$ )<sup>-1</sup>, частота питающего напряжения  $f = 50$  Hz, магнитное число Рейнольдса  $R_{m0} = 5.44$ .

## 3. Полученные результаты

Некоторые параметры модели требуют предварительного определения. Одним из таких параметров является длина шунтирующей зоны, которая складывается из реальной и эквивалентной, учитывающей затухание магнитного поля вне индуктора. Длина эквивалентной шунтирующей зоны принималась здесь равной  $2\delta'$ , что соответствует экспоненциальному характеру затухания магнитного поля на концах индуктора (подробнее о выборе  $L_{\text{sh}}$  см. в [8]). Длина зон вне индуктора  $x_0$  должна быть достаточно большой, чтобы граничные условия не оказывали сильного влияния на параметры течения в области индуктора. В данном расчете после ряда оптимизационных прикидок использовалось значение  $x_0 = 4\tau$ .

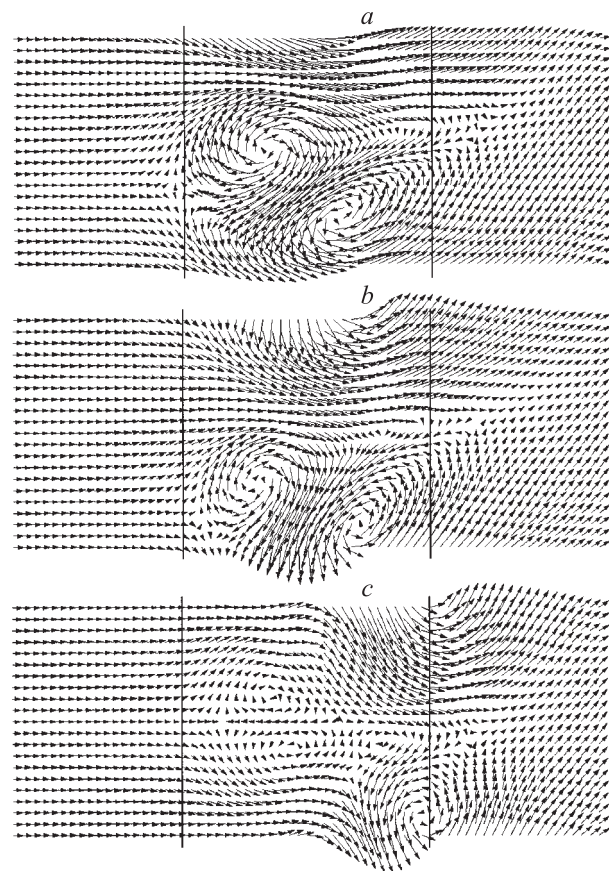
Значение местного коэффициента трения  $c_f$  для турбулентного режима течения в уравнении (4), являющегося функцией скорости, точно определить не представляется возможным. Поэтому в качестве  $c_f$  было использовано соотношение для коэффициента сопротивления  $\lambda$  гладкой трубы при турбулентном режиме течения. Существует ряд полуэмпирических зависимостей для  $\lambda$  (логарифмический закон сопротивления). В данном расчете использовалась формула [10]

$$c_f = 1/4 / (1.81 \lg(|V| \cdot 4b/\nu) - 1.64)^2,$$

где  $|V|$  — локальное значение скорости.

Значение коэффициента турбулентной вязкости  $\nu_t$  в уравнении (4) на несколько порядков превосходит значение вязкости ламинарной  $\nu$  [11] и в общем случае является функцией производной скорости по координате. В данном расчете использовалось постоянное во всей области значение эффективного коэффициента вязкости, на два порядка превышающее  $\nu$ . Влияние коэффициента турбулентной вязкости на результаты расчета предполагается исследовать более подробно.

В результате расчета описанная выше модель демонстрирует два вида установившегося режима течения жидкого металла по истечении некоторого нестационарного периода. Для  $R'_m s$ , меньших некоторого критического значения  $(R'_m s)_{\text{cr}} \approx 1.5$ , реализуется установившееся/стационарное поле скоростей. Поле скоростей является полностью однородным ( $v = 0$  во всей расчетной области) при отсутствии неоднородности внешнего магнитного поля и скорости на входе и слабонеоднородным при наличии такой неоднородности. Степень неоднородности поля скоростей имеет тот же порядок, что и степень неоднородности внешнего магнитного поля или входного профиля скорости. При этом развиваемое насосом давление помимо не зависящей от времени составляющей содержит компоненту, пульсирующую с удвоенной частотой питающего напряжения  $2f$ .



**Рис. 2.** Развитие поля скоростей при сильнонеоднородном режиме течения,  $s = 0.782$ . Вход канала слева. Вертикальными линиями обозначены границы индуктора. Момент времени:  $a - 0$ ,  $b - 0.1$ ,  $c - 0.2$  с.

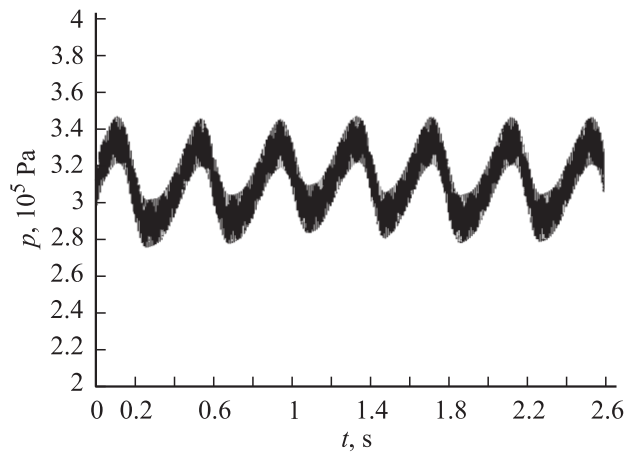


Рис. 3. Развиваемое насосом давление,  $s = 0.782$ .

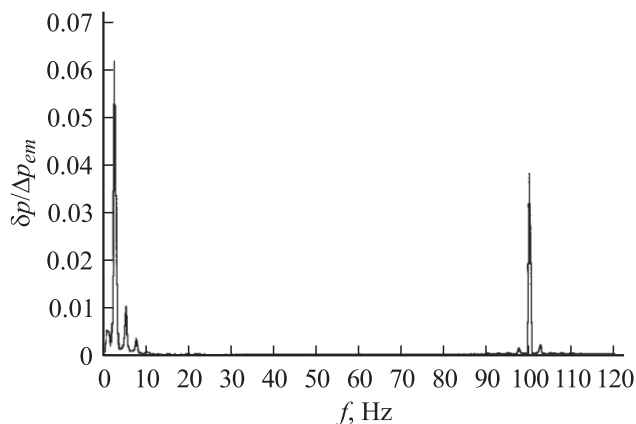


Рис. 4. Частотный спектр развиваемого насосом давления,  $s = 0.782$ .

Для  $R'_m s$ , больших критического значения, режим течения также полностью однородный в рамках настоящей модели при отсутствии внешней неоднородности. Однако при наличии неоднородности внешнего магнитного поля и/или скорости на входе устанавливается сильнонеоднородный режим течения с возникновением крупных вихрей в области индуктора, перемещающихся от входа насоса к выходу и смещающихся в азимутальном направлении. Пример развития вихрей представлен на рис. 2. Вихри образуются в области индуктора на расстоянии от входа порядка полюсного деления и с продольной скоростью, близкой к средне расходной, смещаются к выходу индуктора. Смещение вихрей в азимутальном направлении усиливается при приближении к выходу индуктора, где азимутальная скорость вихря может превышать продольную. Режимы с большими  $R'_m s$  демонстрируют более развитую неоднородность течения. Это выражается в том, что азимутальные скорости вихрей становятся сравнимыми с продольными сразу после их образования. В таком режиме течения азимутальные смещения вихрей достигали  $360^\circ$ . Развиваемое насосом давление при неоднородном режиме течения содержит как высокочастотные, так и низкочастотные

колебания (рис. 3). Частотный спектр давления для сильнонеоднородного режима представлен на рис. 4 и качественно хорошо совпадает с экспериментально полученным в [6]. Характер течения качественно совпадает и с результатами расчета в [6], хотя математические модели различаются существенно.

Наиболее значимая низкая частота колебаний давления соответствует времени продольного перемещения вихря, определяемого среднерасходной скоростью ( $f_H = u_s / L_{vor}$ , где  $L_{vor}$  — область, захватываемая вихрями). Расчетные данные из табл. 1 подтверждают, что такая оценка  $f_H$  достаточно точна (для ЦЛИН-Б  $L_{vor} \approx 1$  m и несколько превышает длину индуктора  $L_s$ ). Увеличение скольжения, т.е. уменьшение среднерасходной скорости, приводит к уменьшению основной низкой частоты колебаний давления. Наблюдаемые на рис. 4

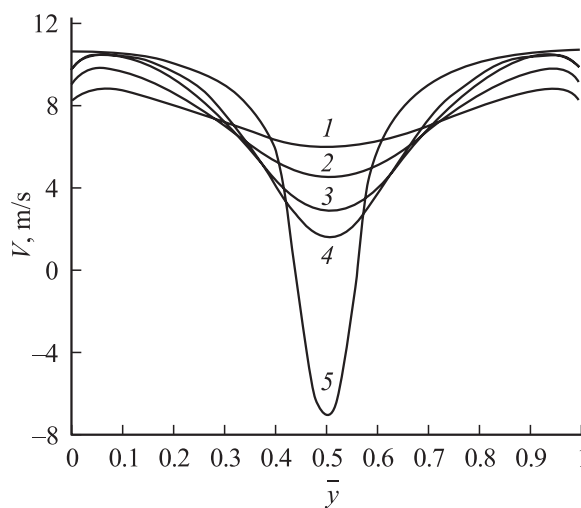


Рис. 5. Мгновенные профили скорости жидкого металла,  $s = 0.466$ . 1 — четверть длины индуктора, 2 — середина индуктора, 3 — три четверти индуктора, 4 — конец индуктора, 5 — расчет по одномерной струйной модели.

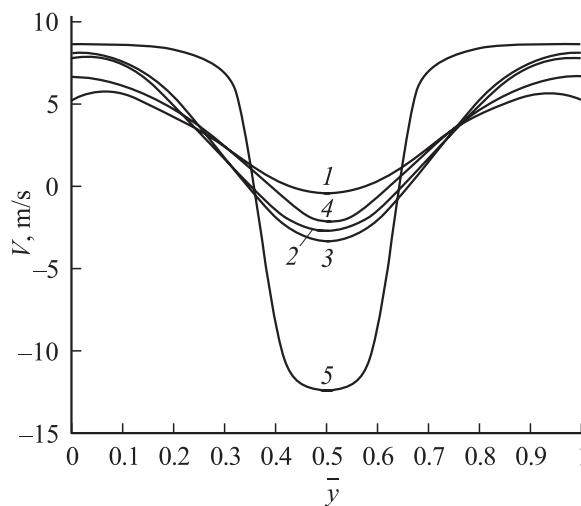


Рис. 6. Усредненные по времени профили скорости жидкого металла,  $s = 0.782$ . 1–4 — то же, что и на рис. 5.

**Таблица 1.** Значение основной частоты колебаний давления (в области низких частот) для двух режимов течения

Скольжение, $s$	Средне расходная скорость $u_s$ , м/с	Основная низкая частота колебаний давления, Hz		
		эксперимент	$f_n = u_s/L_{\text{vor}}$	расчет по двумерной модели
0.715	3.99	3.6	4	4
0.782	3.05	2.9	3	2.5

**Таблица 2.** Развиваемое насосом давление

Скольжение, $s$	$\Delta p$ , $10^5$ Pa		
	эксперимент	расчет по одномерной модели	расчет по двумерной модели
0.466	2.12	2.42	2.19
0.715	2.78	2.99	2.94
0.782	2.87	3.14	3.12

**Таблица 3.** Отношение амплитуд пульсаций давления основной низкой частоты к электромагнитному давлению

Скольжение, $s$	$p_{\text{low}}/\Delta p_{\text{em}}$	
	эксперимент	расчет по двумерной модели
0.715	0.05	0.012
0.782	0.052	0.059

**Таблица 4.** Отношение амплитуд пульсаций давления двойной частоты к электромагнитному давлению

Скольжение, $s$	$p_{2f}/\Delta p_{\text{em}}$		
	эксперимент	расчет по одномерной модели	расчет по двумерной модели
0.466	0.026	0.125	0.076
0.715	0.015	0.127	0.050
0.782	0.013	0.123	0.036

помимо основной низкой частоты дополнительные пики в области низких частот связаны, по-видимому, с азимутальным перемещением вихрей.

На рис. 5,6 представлены усредненные по времени профили скорости жидкого металла в различных точках по длине канала, рассчитанные по настоящей модели. Для сравнения приводится расчет по одномерной струйной модели (EMP2D-JET [8]). Для двумерной модели для режима  $s = 0.466$  ( $R'_m s = 1.4$ ) усредненные значения скоростей совпадают с мгновенными значениями. Период усреднения для  $s = 0.782$  выбирался равным четырехкратному периоду низкочастотных колебаний давления при данном режиме. Расчет показывает, что для режима  $s = 0.466$  степень неоднородности профиля скорости равномерно увеличивается от входа к выходу индуктора. Для режима  $s = 0.782$  ( $R'_m s = 2.3$ )

неоднородность профиля скорости более сильная, она увеличивается приблизительно до 3/4 длины индуктора, а затем несколько уменьшается. Значения скоростей по двумерной модели достаточно физичны, особенно в сравнении с одномерной моделью, у которой скорости в области обратного тока слишком завышены. Ширина области обратного тока для обеих моделей приблизительно одинакова, однако появление области обратного тока для двумерной модели происходит при больших скольжениях, чем для одномерной.

Результаты расчета усредненных по времени профилей скорости по двумерной модели качественно хорошо согласуются с измеренным распределением результирующего магнитного поля в [6], которое, как показано в [5], может служить индикатором распределения скорости жидкого металла.

В количественном отношении полностью двумерная модель EMP-MHD2D демонстрирует следующие результаты. Развиваемое насосом давление (не зависящая от времени составляющая) на 3–9% превышает экспериментальные значения и примерно совпадает с результатами расчета по одномерной модели EMP2D-JET (табл. 2).

Амплитуды основной низкой частоты  $p_{\text{low}}$  отличаются от экспериментальных значений, что вполне объяснимо, так как модельная неоднородность внешнего магнитного поля, принятая в расчете, отличается от реальной (табл. 3). Одномерная модель не позволяет рассчитать низкочастотные пульсации давления.

Амплитуды пульсаций давления двойной частоты  $p_{2f}$  по двумерной модели превышают экспериментальные данные в 3–4 раза (табл. 4), однако результат расчета по двумерной модели значительно точнее одномерной струйной модели.

Электромагнитное давление насоса  $\Delta p_{\text{em}}$  рассчитывается интегрированием  $x$ -составляющей электромагнитной силы по объему расчетной области.

## Выводы

На основании полностью двумерной математической модели получена картина течения жидкого металла в электромагнитном насосе с цилиндрическим каналом при проявлении МГД неустойчивости. Течение характеризуется наличием двумерных вихрей, перемещающихся от входа насоса к выходу и в азимутальном направлении. Наличие указанных вихрей является источником низкочастотных пульсаций давления насоса.

Расчетный анализ режимов течения в насосе ЦЛИН-Б показывает, что переход от слабонеоднородного к сильнонеоднородному режиму течения имеет место при значении  $R'_m s \approx 1.5$ . В эксперименте переход к неоднородному режиму течения происходит при  $R'_m s \approx 1.3-1.4$ , о чем свидетельствует значительное увеличение амплитуд низкочастотных пульсаций давления.

Модель демонстрирует хорошее качественное и удовлетворительное количественное совпадение с экспериментом большинства рассчитываемых характеристик, за исключением амплитуд пульсаций давления.

## Список литературы

- [1] Половко Ю.А., Романова Е.П., Тропп Э.А. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 36–44.
- [2] Половко Ю.А., Романова Е.П., Тропп Э.А. // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 6. С. 5–9.
- [3] Polovko Y.A., Romanova E.P., Tropp E.A. // Third Intern. Conf. on Transfer Phenomena in MagnetoHydroDynamic and Electroconducting Flows. France, 1997. Vol. 2. P. 451–456.
- [4] Кириллов И.Р. и др. // Магнитная гидродинамика. 1980. № 2. С. 107–113.
- [5] Кириллов И.Р., Остапенко В.П. // Магнитная гидродинамика. 1987. № 2. С. 95–107.
- [6] Araseki H. et al. // Nuclear Engineering and Design. 2004. N 227. P. 29–50.
- [7] Валдамане Р.А. и др. // Магнитная гидродинамика. 1982. № 3. С. 98–104.
- [8] Kirillov I.R., Obukhov D.M. // Energy Conversion and Management. 2003. N 44. P. 2687–2697.
- [9] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. // Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 2. 728 с.
- [10] Идельчик И.Е. // Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960. 464 с.
- [11] Лойцянский Л.Г. // Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.