

04;05;12

Влияние проводимости ветвей дендритов в полиэтиленовой изоляции на их рост при приложении высокого напряжения

© М.М. Резинкина

Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт „Молния“
Национального технического университета „Харьковский политехнический институт“,
61013 Харьков, Украина
e-mail: marinar@kpi.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 26 июля 2004 г.)

На основе экспериментальных исследований процессов электрического старения литой полиэтиленовой изоляции под действием высокого напряжения делается вывод о том, что при определенных условиях ветви образующейся при этом дефектной структуры — дендрита могут быть как проводящими, так и непроводящими. Описана методика численного моделирования электрического поля вокруг каналов пробоя. Приведены примеры расчета распределений потенциалов вокруг дендритов, растущих в полиэтиленовой изоляции под действием высокого напряжения различных уровней. Показано, что рост дендритов с непроводящими ветвями замедляется вследствие увеличения их диаметра и падения напряженности электрического поля, а рост дендритов с проводящими ветвями ускоряется из-за того, что высокий потенциал выносится к их тонким окончаниям и напряженность поля возрастает.

Введение

Полиэтилен широко применяется в качестве высоковольтной изоляции, в особенности кабелей, что вызывает интерес к исследованию в нем процессов электрического старения, приводящих к пробоям. Такие процессы связаны с появлением необратимых изменений — так называемых дендритов, или трингов, представляющих собой систему полостей микронного диаметра и миллиметровой длины [1]. Не существует единого мнения и о том, являются ли каналы дендритов проводящими и искажают ли они распределение электрического поля (ЭП). Согласно [1,2], каналы дендрита нельзя рассматривать как продолжение иглы. В то же время В.Я. Ушаков говорит о выносе потенциала высоковольтного электрода к вершине дендритного канала [3]. Г.С. Кучинский указывает величину поверхностного сопротивления каналов дендрита $10^{10} \Omega$ [1, с. 134]. П. Моршуйс приводит такие данные по поверхностному сопротивлению полостей в полиэтилене: в начальной стадии оно равняется $10^{17} \Omega$, а в процессе электрического старения снижается до $10^9 \Omega$ [4]. В [5] на основе исследования воздействия сильных электрических полей на поверхность полимерных диэлектриков делается заключение о том, что длительное воздействие химически активной среды на разогретую разрядом поверхность полимера приводит к образованию радикалов и низкомолекулярных продуктов разложения, которые могут значительно снизить поверхностное сопротивление материала.

В [4,6] при исследовании процесса электрического старения полостей искусственного происхождения, состоящих из трех слоев полиэтилена толщиной 0.1–0.2 mm или 0.4–0.5 mm [6] с отверстием диаметром порядка 5 mm в среднем слое, выявлены три стадии электри-

ческого старения, имеющие различные характеристики частичных разрядов (ЧР): 1) несостаренное включение, разряд носит стримероподобный характер; 2) состаренное включение (наблюдалось после 60-минутной выдержки при приложении электрического поля напряженностью $E = 5 \text{ kV/mm}$): появляется очень тонкий слой оксидированной пленки, резко падает поверхностное сопротивление, большое количество электронов попадает в ловушки, механизм пробоя таунсендовский; 3) стадия образования кристаллов (начиналась после 100-часовой выдержки при $E = 5 \text{ kV/mm}$): разряды сосредоточиваются на этих кристаллах и приобретают строго повторяющийся характер.

В [7] анализируется характер развития дендритов в эпоксидной смоле под действием высокого напряжения. На основе фоторегистрации вспышек при ЧР авторами делается вывод о том, что ветви дендрита могут быть как проводящими, так и непроводящими. Так, в случае кустообразного дендрита вспышка при ЧР заполняет несколько ветвей дендрита и берет свое начало от иглы. Это дендрит с непроводящими ветвями. Для древообразного дендрита вспышки зарегистрированы лишь у самых концов его ветвей, они не заполняют всю ветвь и не начинаются у иглы. Это дендрит с проводящими ветвями. Фотографии в отраженном свете, приведенные в [7], показывают, что непроводящие ветви выглядят белыми, а проводящие — черными, видимо, из-за карбонизации. Согласно [7], поскольку ЧР в непроводящих ветвях заполняют их полностью, они расширяются под действием эрозии. В [7] отмечается, что и в полиэтилене на некоторой стадии роста дендрита наблюдается явление перехода его ветвей из непроводящего состояния в проводящее [8,9].

Экспериментальные исследования процессов развития дендритов

Описанные в [10] экспериментальные исследования процессов развития дендритов в литом полиэтилене также показали, что диаметр каналов дендритов увеличивается в процессе их роста при приложении сравнительно небольших напряженностей электрического поля, близких к начальным напряженностям появления дендритов. Так, при радиусе скругления иглы $R_N = 2 \mu\text{m}$ и расстоянии до заземленного электрода $h = 1.5 \text{ mm}$ в случае приложения напряжения $U_0 = 6$ или 7 kV активный рост дендрита происходит в течение $25\text{--}30 \text{ min}$. При этом ветви дендрита утолщаются у его основания, однако остаются тонкими на концах. Затем наступает стадия почти полного прекращения продвижения дендрита к заземленному электроду, сопровождающаяся появлением и ростом боковых ответвлений и утолщением уже существующих ветвей. При этом ветви дендрита утолщены практически по всей длине. Максимальная толщина ветви составляет порядка $10\text{--}20 \mu\text{m}$.

При тех же R_N и h в случае приложения к игле напряжения $U_0 = 8, 9$ или 10 kV время до пробоя составляет порядка $2\text{--}20 \text{ min}$. Дендрит имеет слаборазветвленную структуру с сильно выраженным развитием одной из его ветвей. При временах $t \geq 3 \text{ min}$ наблюдается утолщение некоторых ветвей дендрита у основания, прилегающего к игле. Максимальная толщина ветвей (порядка $1\text{--}10 \mu\text{m}$) достигается незадолго до пробоя. При этом утолщенные у основания ветви остаются суженными на концах.

В [11–13] установлена корреляция между стадией развития дендрита, его формой и статистическими распределениями фаз появления ЧР относительно фазы приложенного напряжения φ . Проведенные исследования показали, что распределения $n^* = n/n_{\text{max}}$ (где n — частота появления ЧР при данной фазе приложенного напряжения, n_{max} — максимальная наблюдаемая в данном эксперименте частота появления ЧР) на начальной стадии развития, а также при прекращении роста дендрита в длину имеют общие особенности (они несимметричны на положительной и отрицательной полувольте приложенного напряжения) (рис. 1). При приложении больших напряжений на некоторой стадии роста дендрита изменяется характер распределений частот фаз появления частичных разрядов: они становятся сходными на отрицательной и положительной полувольте (положительно асимметричные и слабоагрессивные) (рис. 2). Учитывая данные фоторегистрации свечения при ЧР, полученные в [7], можно заключить, что на начальной стадии роста, а также при развитии кустообразных дендритов их ветви являются непроводящими или слабо проводящими, что обуславливает появление частичных разрядов в газе полостей, образующих дендрит. Следствием этого является несимметричность распределений частот фаз появления ЧР на положительной и отрицательной полуволнах приложенного

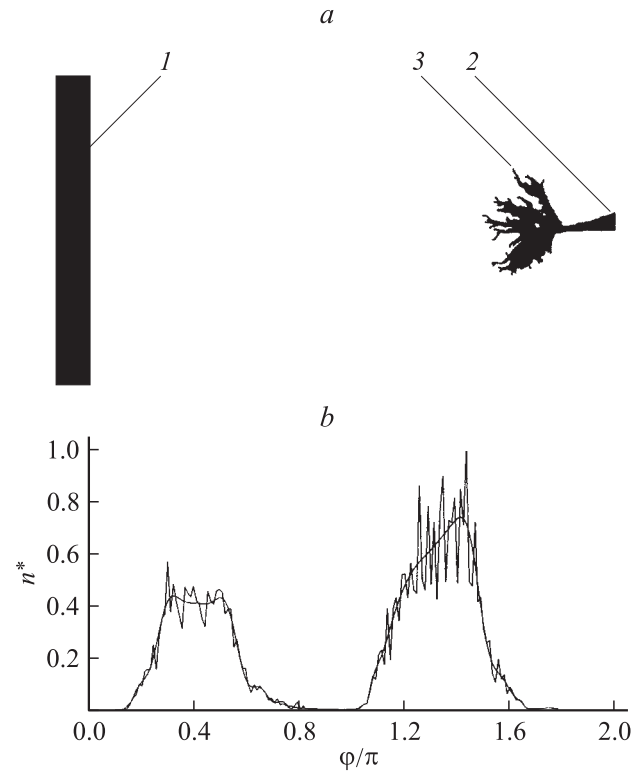


Рис. 1. Дендрит (а) и распределение частот фаз появления ЧР относительно фазы приложенного напряжения φ при $U_0 = 7 \text{ kV}$ (1 — плоскость, 2 — игла, 3 — дендрит) (b).

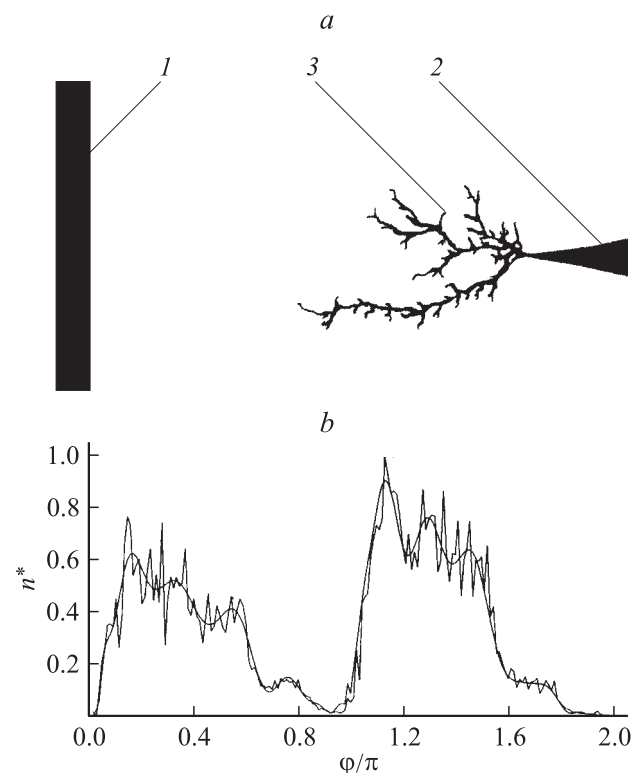


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при $U_0 = 9 \text{ kV}$.

напряжения, вызванная сильной зависимостью величины пробивного напряжения газов в неоднородном поле от полярности электрода. Ветви дендритов, развивающихся при приложении больших напряжений, на определенной стадии становятся проводящими, что определяет изменение характера распределений частот фаз появления ЧР: они становятся сходными на отрицательной и положительной полуволнах приложенного напряжения. Это связано с менее выраженной зависимостью пробивных напряжений полиэтилена от полярности электродов [14], а также их большим разбросом.

Итак, на определенной стадии роста дендрита, развивающегося в условиях повышенных напряженностей электрического поля, его ветви становятся проводящими. В то же время вновь образовавшиеся дендриты, а также дендриты, растущие при приложении напряженностей электрического поля, близких к начальным напряженностям появления дендритов, имеют непроводящие или очень слабо проводящие ветви. При приложении больших напряженностей электрического поля в условиях действия больших поперечных сил происходит карбонизация стенок полостей, приводящая к резкому повышению их проводимости [7]. Поскольку для проводящих дендритов частичные разряды начинаются у их концов, а не у основания иглы, ЧР не пересекают ветви по всей длине и не вызывают увеличения их диаметра. Если же напряженности и силы не столь велики, происходит лишь расширение полостей за счет многократного пересечения частичными разрядами ветвей дендрита по всей их длине. Таким образом, рост дендритов при больших напряженностях происходит в условиях положительной обратной связи: ветви дендрита остаются тонкими и становятся проводящими, что приводит к еще большему увеличению напряженности поля и усилению роста дендрита к противоположному электроду. Рост же дендритов при малых напряженностях, близких к начальным напряженностям их появления, происходит в условиях отрицательной обратной связи: ветви остаются непроводящими, а их диаметр увеличивается. Это приводит к снижению темпов роста подобных дендритов и даже полному его прекращению, поскольку при ЧР напряженность ЭП вокруг наполненных плазмой непроводящих ветвей дендритов падает и пробой новых областей полиэтилена происходит неактивно или не происходит вовсе. Этот вывод подтверждается полученными экспериментальными данными. Так, при описанных выше условиях проведения экспериментов существует резкое отличие характера роста дендритов: при приложении к игле напряжения $U_0 \leq 7 \text{ kV}$ их рост неактивен, при $U_0 \geq 8 \text{ kV}$ пробой происходит за единицы–десятки минут.

Математическое моделирование электрического поля дендритов

Математическое моделирование процессов роста проводящих и непроводящих ветвей дендритов при приложении различных напряжений описывалось ранее [15].

В [7] также предложена математическая модель процессов развития ЧР в проводящих и непроводящих ветвях дендрита. Однако расчеты распределений электрических полей в данных моделях выполнены при упрощенном представлении полостей, из которых состоит дендрит. Так, в [7] это совокупность окружностей диаметром $50 \mu\text{m}$ (расчет ЭП выполнен в двумерной постановке). В [15] расчет ЭП выполнен в трехмерной постановке, однако дендрит представлялся в виде последовательности кубических ячеек со стороной $10 \mu\text{m}$. В действительности ветви дендрита представляют собой ряд цилиндрических микрополостей, сечение которых близко к кругу, а диаметр D_0 может колебаться в пределах $1\text{--}20 \mu\text{m}$. Причина упрощенного представления дендритов при расчетах ЭП понятна: ведь они являются вытянутыми телами, длина которых намного превышает их диаметр, а расчет ЭП подобных тел, расположенных в неоднородной среде, является непростой задачей.

Для расчетов ЭП в различных разрядных промежутках часто используют численные методы, в частности метод конечных разностей (МКР) (см., например, [16,17]). Использование МКР позволяет учесть неоднородность электрических свойств среды, а также их изменение в процессе роста канала разряда. При использовании МКР для расчета ЭП таких структур возникает проблема выбора шага расчетной сетки Δ . Для того чтобы учесть влияние радиуса разрядной структуры R_0 на распределение ЭП, величина шага должна быть не меньше, чем R_0 . Однако длина разрядной структуры может на несколько порядков превышать ее диаметр. При решении трехмерной задачи использование шага $\Delta < R_0$ привело бы к резкому увеличению порядка решаемой при расчете ЭП системы уравнений и сделало бы задачу нерешаемой даже на самых современных вычислительных средствах. Поэтому обычно размер пространственной решетки выбирается гораздо большим, чем R_0 , например равным средней длине шага при росте разрядной структуры, как в [16].

Разрядные структуры при пробое различных диэлектрических промежутков могут быть представлены в виде совокупности так называемых проволок — цилиндрических проводящих тел с круговым поперечным сечением, длина которых намного превышает их радиус. В [18] предложен подход, позволяющий рассчитать электромагнитное поле в присутствии тонкой проволоки с круговым поперечным сечением, диаметр которой намного меньше поперечных размеров ячейки расчетной сетки. При решении задачи используется информация о том, что поле бесконечного проводящего цилиндра убывает по логарифмическому закону. Однако в [18] приводится решение задачи лишь для случая бесконечной проволоки и только в двумерной постановке. Метод, предложенный в [18], может быть расширен применительно к расчету распределений трехмерных ЭП в системах, содержащих тонкие проволоки, в том числе конечной длины, в том числе расположенных под углом к координатным осям. Из таких элементарных проволок могут быть составлены дендриты различной

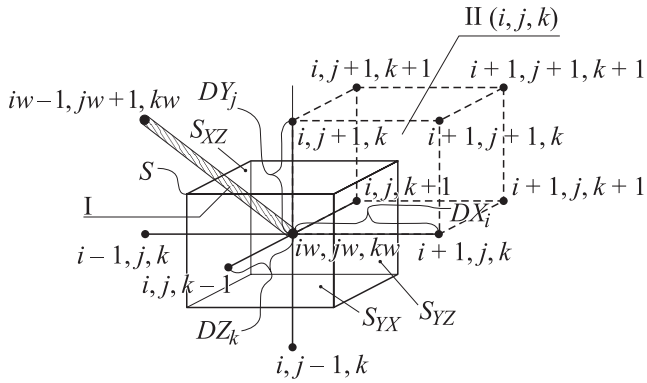


Рис. 3. Ячейка расчетной схемы (I — проволока, II — ячейка).

пространственной конфигурации, а также другие каналы разрядов, образующихся при пробое диэлектрических промежутков.

Для нахождения распределения электрического поля с помощью метода конечных разностей рассматриваемая область, содержащая расположенные в диэлектрической среде тонкие проводящие проволоки, была разбита на ячейки-параллелепипеды. Данное разбиение произведено так, что узлы расчетной сетки (i, j, k) лежат на границах раздела сред и на осях проволок (рис. 3), причем вершинами (i, j, k) -й ячейки служат узлы (i, j, k) , $(i + 1, j, k)$, $(i + 1, j + 1, k)$, $(i, j + 1, k)$, $(i, j + 1, k + 1)$, $(i + 1, j + 1, k + 1)$, $(i + 1, j, k + 1)$, $(i, j, k + 1)$, в которых определяются неизвестные потенциалы. В пределах каждой из ячеек, кроме тех, которые примыкают к проволоке, свойства среды полагались однородными. Для каждого узла расчетной сетки уравнение для скалярного электрического потенциала записывалось в виде

$$\oint_S \varepsilon \cdot \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) \cdot ds = 0, \quad (1)$$

где

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot k^x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon \cdot k^y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \cdot k^z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

S — поверхность параллелепипеда, грани которого делят пополам расстояния между соседними узлами (рис. 3); k^x, k^y, k^z — коэффициенты; ε — относительная диэлектрическая проницаемость; $E_n = -\partial \varphi / \partial n$ — компонента вектора напряженности электрического поля, нормальная к элементу поверхности ds ; φ — скалярный электрический потенциал.

Для решения с помощью МКР уравнения вида (1) записывались для каждого узла расчетной сетки в разностном виде. Граничными условиями при расчете были однородные условия Неймана $\partial \varphi / \partial n = 0$ на границах $X = \text{const}$, $Z = \text{const}$, а также $\varphi = 0$ при $Y = 0$; $\partial \varphi / \partial n = E_0$ при $Y = Y_{\text{max}}$; $\varphi = U_0$ при $X = XN$, $Y = Y_{\text{max}}$, $Z = ZN$ (где XN , Y_{max} , ZN — координаты основания иглы). Для решения полученной системы уравнений

был использован итерационный метод переменных направлений [19], модифицированный применительно к решению систем трехмерных эллиптических уравнений (подробнее метод решения описан в [20]).

Для уменьшения громоздкости записей рассмотрим случай кубической расчетной сетки с шагом Δ . Отрезки проволоки, непараллельные координатным осям, могут быть направлены по диагонали кубической ячейки расчетной сетки или соединять противоположные узлы граней, расположенных в одной из плоскостей $X = \text{const}$, $Y = \text{const}$ или $Z = \text{const}$. Будем присваивать узлам, принадлежащим проволоке, индекс w . Для определенности остановимся на варианте отрезка проволоки, соединяющей узлы (iw, jw, kw) и $(i - 1, jw + 1, kw)$ (рис. 3). Поверхности S , охватывающие каждый из принадлежащих проволоке узлов, пересекают ее. Выразим в разностном виде поток в S_1 — сечение участка проволоки, соединяющей данные узлы плоскостями $X = \text{const}$, $Y = \text{const}$ поверхности S через разность потенциалов в этих узлах, площадь сечения проволоки и удельную проводимость ее материала γ_w

$$\Lambda \varphi_{iw, jw, kw}^w = k_w \cdot (\varphi_{i-1, jw+1, kw} - \varphi_{iw, jw, kw}), \quad (3)$$

где $k_w = S_1 \cdot 1/d_1 \cdot k_1 = \gamma_w \cdot \pi \cdot D_0^2 / (8 \cdot \Delta)$; $S_1 = 0.5 \times \pi \cdot (D_0 \cdot \sqrt{2})^2 / 4$; D_0 — диаметр проволоки; $d_1 = \Delta \sqrt{2}$ — расстояние между узлами $\varphi_{i-1, jw+1, kw}$ и $\varphi_{iw, jw, kw}$; $k_1 = 1/\sqrt{2}$ — коэффициент, учитывающий снижение уровня потока вектора напряженности ЭП при проецировании на сечения $X = \text{const}$, $Y = \text{const}$.

Слагаемое (3), содержащее потенциал $\varphi_{i-1, jw+1, kw}$, будем полагать известным, а его значение будем брать с предыдущей итерации.

Распишем в разностном виде интеграл уравнения (1), представляющий собой поток вектора индукции электрического поля через поверхность ячейки S ,

$$\Lambda_x \varphi_{i,j,k} + \Lambda_y \varphi_{i,j,k} + \Lambda_z \varphi_{i,j,k} = f_{i,j,k},$$

где

$$\Lambda_x \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i-1,j,k} \cdot AX_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k} \cdot CX_{i,j,k} + \varphi_{i+1,j,k} \cdot BX_{i,j,k},$$

$$AX_{i,j,k} = \Delta (k_{i-1,j-1,k-1}^x \cdot \varepsilon_{i-1,j-1,k-1} + k_{i-1,j-1,k}^x \cdot \varepsilon_{i-1,j-1,k} + k_{i-1,j,k-1}^x \cdot \varepsilon_{i-1,j,k-1} + k_{i-1,j,k}^x \cdot \varepsilon_{i-1,j,k}) / 4,$$

$$BX_{i,j,k} = \Delta (k_{i,j-1,k-1}^x \cdot \varepsilon_{i,j-1,k-1} + k_{i,j-1,k}^x \cdot \varepsilon_{i,j-1,k} + k_{i,j,k-1}^x \cdot \varepsilon_{i,j,k-1} + k_{i,j,k}^x \cdot \varepsilon_{i,j,k}) / 4,$$

$$CX_{i,j,k} = AX_{i,j,k} + BX_{i,j,k} + k_{wx},$$

$$\Lambda_y \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i,j-1,k} \cdot AY_{i,j,k}$$

$$- \varphi_{i,j,k} \cdot CY_{i,j,k} + \varphi_{i,j+1,k} \cdot BY_{i,j,k},$$

$$AY_{i,j,k} = \Delta (k_{i-1,j,k-1}^y \cdot \varepsilon_{i-1,j,k-1} + k_{i-1,j,k}^y \cdot \varepsilon_{i-1,j,k} + k_{i,j,k-1}^y \cdot \varepsilon_{i,j,k-1} + k_{i,j,k}^y \cdot \varepsilon_{i,j,k}) / 4,$$

$$\begin{aligned}
BY_{i,j,k} &= \Delta(k_{i-1,j,k-1}^y \cdot \varepsilon_{i-1,j,k-1} + k_{i-1,j,k}^y \varepsilon_{i-1,j,k} \\
&\quad + k_{i,j,k-1}^y \cdot \varepsilon_{i,j,k-1} + k_{i,j,k}^y \cdot \varepsilon_{i,j,k})/4, \\
CY_{i,j,k} &= AY_{i,j,k} + BY_{i,j,k} + k_{WY}, \\
\Lambda_z \Phi_{i,j,k} &= \Phi_{i,j,k-1} \cdot AZ_{i,j,k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad - \Phi_{i,j,k} \cdot CZ_{i,j,k} + \Phi_{i,j,k+1} \cdot BZ_{i,j,k}, \\
AZ_{i,j,k} &= \Delta(k_{i-1,j-1,k-1}^z \cdot \varepsilon_{i-1,j-1,k-1} + k_{i-1,j-1,k}^z \cdot \varepsilon_{i-1,j-1,k} \\
&\quad + k_{i-1,j,k-1}^z \cdot \varepsilon_{i-1,j,k-1} + k_{i,j,k-1}^z \cdot \varepsilon_{i,j,k-1})/4, \\
BZ_{i,j,k} &= \Delta(k_{i-1,j-1,k}^z \cdot \varepsilon_{i-1,j-1,k} + k_{i,j-1,k}^z \cdot \varepsilon_{i,j-1,k} \\
&\quad + k_{i-1,j,k}^z \cdot \varepsilon_{i-1,j,k} + k_{i,j,k}^z \cdot \varepsilon_{i,j,k})/4, \\
CZ_{i,j,k} &= AZ_{i,j,k} + BZ_{i,j,k} + k_{WZ},
\end{aligned}$$

$f_{i,j,k} = -(k_{WX} + k_{WY} + k_{WZ}) \cdot \Phi_{i-1,j,w+1,kw}$, $k_{WX} = k_{WY} = k_{WZ} = k_W$ для ячеек, охватывающих проволоку, для остальных ячеек $k_{WX} = k_{WY} = 0$, $k_{WZ} = 0$ (поскольку для рассматриваемого случая проволока лежит в плоскости $Z = \text{const}$ и не пересекает ее); $\varepsilon_{i,j,k}$ — относительная диэлектрическая проницаемость материала (i, j, k) -й ячейки; $k_{i,j,k}^x$, $k_{i,j,k}^y$, $k_{i,j,k}^z$ — величины соответствующих коэффициентов для (i, j, k) -й ячейки, входящие в выражение для тензора диэлектрической проницаемости ε (см. (2)).

Получим выражения для коэффициентов k^x , k^y , k^z . Потенциал тонкой заряженной нити длиной $2C$, параллельной оси OY [21],

$$\varphi(x, y, z) = k_Q \ln \frac{\sqrt{(y_1 + C)^2 + x_1^2 + z_1^2} + y_1 + C}{\sqrt{(y_1 - C)^2 + x_1^2 + z_1^2} + y_1 - C}, \quad (4)$$

где $k_Q = Q/8\pi\varepsilon_0\varepsilon C$, $\varepsilon_0 = 0.885 \cdot 10^{-11}$ F/m; Q — заряд нити; x, y, z — координаты точки наблюдения; x_1, y_1, z_1 — расстояния между центром нити и точкой наблюдения в направлениях X, Y, Z соответственно.

Для случая равномерной пространственной сетки, когда проволока расположена под углом $(-\pi/4)$ к оси OX , запишем

$$x_1 = [(x - x_0) + (y - y_0)] \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$y_1 = [-(x - x_0) + (y - y_0)] \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad z_1 = z,$$

где x_0, y_0, z_0 — координаты центра заряженной нити.

Чтобы расписать уравнение (1) для узлов, расположенных на оси проволоки или вокруг нее, получим выражение для производной потенциала по направлению x

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} \right).$$

После некоторых преобразований, используя (4), окончательно получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{k_Q}{\sqrt{2}} K_x, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}
K_x &= K_1 - K_2, \\
K_1 &= \frac{x_1}{x_1^2 + z_1^2} \left(\frac{(y_1 - C)}{\sqrt{(y_1 - C)^2 + x_1^2 + z_1^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(y_1 + C)}{\sqrt{(y_1 + C)^2 + x_1^2 + z_1^2}} \right), \\
K_2 &= \frac{1}{\sqrt{(y_1 - C)^2 + x_1^2 + z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{(y_1 + C)^2 + x_1^2 + z_1^2}}.
\end{aligned}$$

Для случая $R_0 \ll \Delta$, распишем k_Q через разность потенциалов в узле, лежащем на оси проволоки, и соседним с ним в направлениях X или Y , используя формулу (4),

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta} \Big|_{R_0 \ll \Delta} \approx \frac{k_Q}{\Delta} \ln \left(\frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \frac{\Delta/\sqrt{2}}{R_0} \right).$$

Откуда

$$k_Q \approx \frac{\Delta \varphi}{\Delta} \frac{\Delta}{\ln \left(\frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \frac{\Delta/\sqrt{2}}{R_0} \right)}. \quad (6)$$

Проинтегрируем (5) по поверхности $X = \text{const}$ S_{yz} (рис. 3) габаритами $\Delta \times \Delta$

$$\int_{S_{yz}} -\frac{\partial \varphi}{\partial x} ds = -k_Q \cdot K_{xx}, \quad (7)$$

где

$$K_{xx} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} K_x dy dz. \quad (8)$$

Подставив (6) в (7), получим

$$\int_{S_{yz}} -\frac{\partial \varphi}{\partial x} ds = -\frac{\Delta \varphi_x}{\Delta} \Delta^2 \cdot k^x,$$

где

$$k^x = \frac{K_{xx}}{\Delta \sqrt{2} \ln \left(\frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \frac{\Delta/\sqrt{2}}{R_0} \right)}. \quad (9)$$

Аналогично получим выражения для остальных коэффициентов

$$\int_{S_{xz}} -\frac{\partial \varphi}{\partial y} ds = -\frac{\Delta \varphi_y}{\Delta} \Delta^2 \cdot k^y,$$

$$k^y = \frac{K_{yy}}{\Delta \sqrt{2} \ln \left(\frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \frac{\Delta/\sqrt{2}}{R_0} \right)}, \quad (10)$$

$$\int_{xy} -\frac{\partial \varphi}{\partial z} ds = -\frac{\Delta \varphi_z}{\Delta} \Delta^2 \cdot k^z,$$

$$k^z = \frac{K_{zz}}{\Delta \ln \left(\frac{4}{3 + 2\sqrt{2}} \frac{\Delta/\sqrt{2}}{R_0} \right)}, \quad (11)$$

где

$$K_y = K_1 + K_2, \quad K_{yy} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} K_y dx dz, \quad (12)$$

$$K_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{z_1}{x_1^2 + z_1^2} \left[\frac{y_1 - C}{\sqrt{(y_1 - C)^2 + x_1^2 + z_1^2}} - \frac{y_1 + C}{\sqrt{(y_1 + C)^2 + x_1^2 + z_1^2}} \right],$$

$$K_{zz} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} K_z dx dy. \quad (13)$$

Коэффициенты k^x, k^y, k^z в случае, когда проволока параллельна одной из координатных осей (например, Y), были получены аналогично. Для узлов, расположенных на проволоке, $-k_{iw,jw,kw}^y = 10^6$ [20], кроме крайнего узла проволоки, для которого

$$k^y = \frac{K_y}{2\Delta \ln(\Delta/R_0)}, \quad (14)$$

где

$$K_y = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \ln \left[\frac{\Delta/2 + \sqrt{(\Delta/2 + 2C)^2 + x^2 + (\Delta/2)^2}}{-\Delta/2 + \sqrt{(\Delta/2 + 2C)^2 + x^2 + (\Delta/2)^2}} \right] \times \frac{-\Delta/2 + \sqrt{2(\Delta/2)^2 + x^2}}{\Delta/2 + \sqrt{2(\Delta/2)^2 + x^2}} dx. \quad (15)$$

Для коэффициентов $k^x = k^z$

$$k^x = \frac{K_x}{2\Delta \ln(\Delta/R_0)}, \quad (16)$$

где

$$K_x = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \frac{\Delta/2}{(\Delta/2)^2 + z^2} \left[\sqrt{(y + \Delta/2 - C)^2 + (\Delta/2)^2 + z^2} - \sqrt{(y - \Delta/2 - C)^2 + (\Delta/2)^2 + z^2} - \sqrt{(y + \Delta/2 + C)^2 + (\Delta/2)^2 + z^2} + \sqrt{(y - \Delta/2 + C)^2 + (\Delta/2)^2 + z^2} \right] dz. \quad (17)$$

Таким образом, учет наличия тонкой проводящей цилиндрической проволоки, а также влияние ее диаметра на распределение ЭП осуществлялись путем задания коэффициентов k^x, k^y, k^z (см. (9)–(11), (14), (16)) компонент тензора ε для узлов, окружающих проволоку или расположенных на ней, для остальных узлов $-k^x = k^y = k^z = 1$. Интегралы (8), (12), (13), (15),

(17) берутся численно с помощью любой стандартной подпрограммы.

Были проведены расчеты потенциалов φ в соответствии с описанной выше методикой, а также по формулам из тестового решения [22] для находящегося во внешнем однородном ЭП проводящего вытянутого сфероида, расположенного под углом 45° к оси OY . Рассматривался случай, когда при шаге расчетной сетки $\Delta = 50 \mu\text{m}$ варьировалась величина радиуса проволоки R_0 . Сравнение результатов численного и аналитического расчетов φ в узлах расчетной сетки показало, что при $2R_0/\Delta < 0.02$ обеспечивается относительная погрешность менее 1%, при $2R_0/\Delta = 0.2$ величина относительной погрешности равна 1.4%.

Расчет ЭП дендритов

В качестве примера применения описанного подхода рассчитано распределение напряженности электрического поля дендрита в системе игла–плоскость, использованной при экспериментальном исследовании электрического старения твердой полимерной изоляции. На рис. 4 представлено сечение данной системы плоскостью $Z = \text{const}$. Для подачи на иглу высокого напряжения используется иглодержатель 1, представляющий собой металлическую пластину, в которой перпендикулярно ее поверхности закреплена игла 2. Поскольку ширина иглодержателя гораздо больше, чем диаметр иглы и расстояние до заземленной плоскости 3, исследуемая система может быть представлена состоящей из двух параллельных плоскостей. Одна из этих плоскостей заземлена и имеет нулевой потенциал, а на другую, где расположена игла 2, подается высокое напряжение U_0 . Изоляцией служит полиэтилен 4, погруженный в трансформаторное масло 5, от иглы растет дендрит 6. Расстояние от иглы до плоскости $h_0 = 2.5 \text{ mm}$, длина части иглы, введенной в полиэтилен, $b = 3 \text{ mm}$, расстояние между плоскостями 1 и 3 $d_{\text{max}} = 10 \text{ mm}$. Поскольку длина системы в направлениях X и Z , а также длина

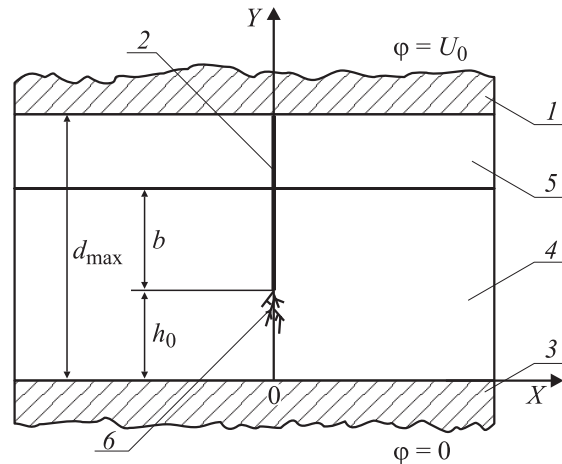


Рис. 4. Расчетная система плоскость с иглой–плоскость.

иглы 2 в несколько раз больше, чем h_0 , на границах расчетной области $X = X_{\min}$, $X = X_{\max}$, $Z = Z_{\min}$, $Z = Z_{\max}$, $Y = Y_{\max}$ были использованы поглощающие граничные условия [18]. Использование такого подхода позволило существенно уменьшить расчетную область, приблизив ее границы к зоне роста дендрита. Для поглощающих слоев выражение (2) для тензора относительной диэлектрической проницаемости записывалось в виде

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot 1/k^x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon k^x & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon k^x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon k^y & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon \cdot 1/k^y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon k^y \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \varepsilon k^z & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon k^z & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \cdot 1/k^z \end{bmatrix}.$$

Полагалось, что коэффициенты в данном выражении изменяются внутри поглощающего слоя по степенному закону $k^p = 1 + (k_{\max} - 1) \cdot (p/d)^m$ (где p — координата x , y или z ; $m = 3$ — показатель степени; $k_{\max} = 300$ — максимальное значение k^p ; $d = N \cdot \Delta$ — толщина поглощающего слоя; $N = 5$ — количество разбиений поглощающего слоя; данные параметры выбраны в соответствии с рекомендациями [18]). Граничные условия при расчете были следующими: на границах $X = \text{const}$, $Z = \text{const}$ $\partial\varphi/\partial n = 0$; при $Y = 0$ $\varphi = 0$; при $Y = Y_{\max}$ $\partial\varphi/\partial n = k_{\max} \cdot E_0$ ($E_0 = U_0/d_{\max}$) (подробнее о виде этого граничного условия см. [23]), $\varphi|_{X=XN, Y=Y_{\max}, Z=ZN} = U_0$ (где XN , Y_{\max} , ZN — координаты пересечения иглы с верхней границей расчетной области: $Y = \text{const} = Y_{\max}$).

Расчет был выполнен при следующих условиях: приложенное напряжение $U_0 = 6$ кВ, диаметр канала дендрита $D_0 = 10 \mu\text{m}$ (что соответствует экспериментальным данным для данного напряжения), величина шага пространственной сетки при расчете МКР $\Delta = 50 \mu\text{m}$. E_{\max} — максимальные уровни напряженности ЭП, усредненные по объему расчетной ячейки $\Delta \times \Delta \times \Delta$, они достигаются на концах заполненных плазмой ветвей и составляют $E_{\max}^* = E_{\max}/E_0 = 55.2$. Распределения ЭП рассчитаны также для случая роста дендритов при больших напряженностях, когда тонкая доминирующая ветвь дендрита является проводящей. При этом $U_0 = 10$ кВ, $D_0 = 1 \mu\text{m}$ (что соответствует экспериментальным данным для данного напряжения), $\Delta = 50 \mu\text{m}$. Максимальная усредненная напряженность ЭП достигается на конце доминирующей ветви и составляет $E_{\max}^* = 85.3$. Таким образом, вследствие увеличения диаметра ветвей дендрита, наличия нескольких каналов пробоя одновременно, а также меньших напряжений, при которых развиваются подобные дендриты, абсолютное значение усредненной по объему расчетной ячейки максимальной напряженности E_{\max} при $U_0 = 6$ кВ в 2.6 раз меньше, чем при $U_0 = 10$ кВ. При этом максимальные напряженности, достигаемые на поверхности крайней точки дендрита, отличаются в 16.7 раз.

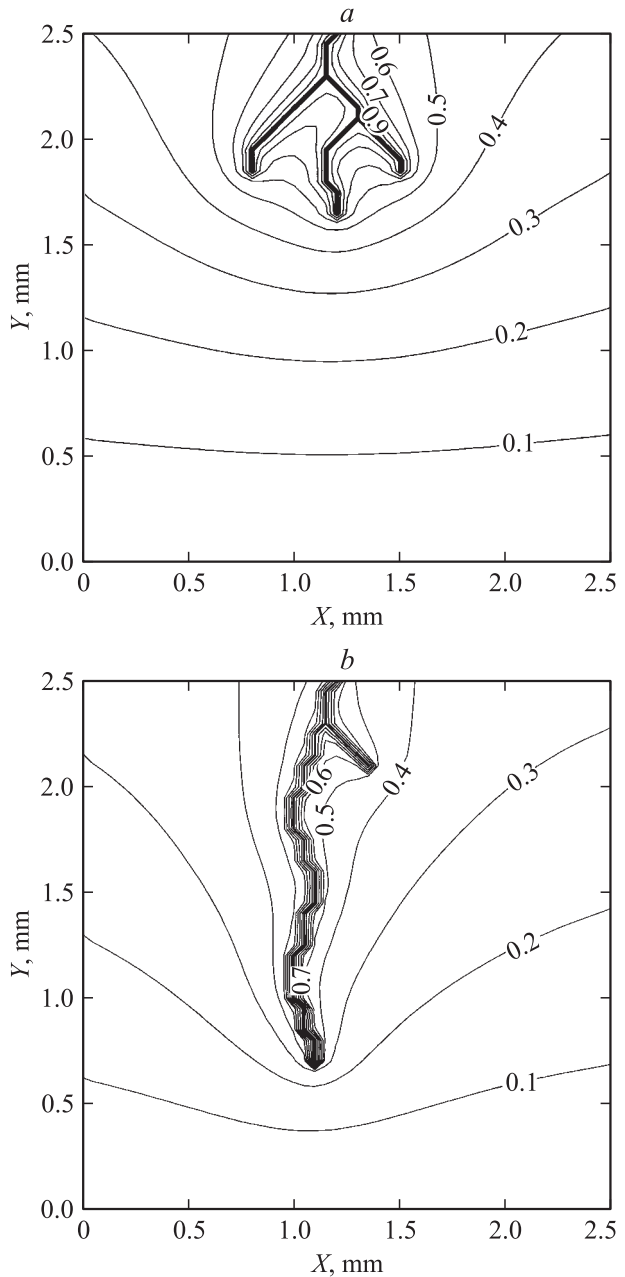


Рис. 5. Рассчитанные распределения линий равного потенциала при приложении $U_0 = 6$ (a) и 10 кВ (b).

На рис. 5 представлены рассчитанные для этих случаев картины линий равного потенциала $\varphi^* = U/U_0$ в сечении $Z = \text{const}$, проходящем через дендрит, для части прилегающей к нему расчетной области.

Выводы

1. Анализ данных экспериментальных исследований процессов образования в полиэтиленовой изоляции под действием высокого напряжения дендритов, а именно их геометрической формы в процессе роста, локализации мест вспышек в них частичных разрядов, а также распре-

делений фаз появления ЧР относительно фазы приложенного напряжения, показывает, что на начальной стадии развития дендритов, а также при напряженностях, близких к начальным напряженностям их появления, ветви дендритов являются непроводящими. При приложении больших напряженностей ЭП на определенной стадии развития отдельные ветви дендритов становятся проводящими, что вызывает ускорение их роста в длину. При приложении малых напряженностей ЭП, в результате прохождения частичных разрядов через непроводящие ветви дендритов, их диаметр увеличивается, что приводит к замедлению или полной остановке роста непроводящего дендрита в длину.

2. Предложенный подход к расчету методом конечных разностей распределения трехмерного электрического поля при пробое диэлектрических промежутков, когда каналы пробоя представляются в виде совокупности вытянутых проводящих цилиндров, позволяет осуществить численный расчет распределения напряженности электрического поля для случая, когда диаметр разрядной структуры в пять и более раз меньше шага используемой пространственной сетки. Разработанная расчетная методика допускает возможность учета изменения диаметра канала пробоя по его длине.

3. Выполненные численные расчеты распределения напряженности электрического поля дают основание полагать, что для кустообразного дендрита, растущего при приложении малых напряжений ($U_0 = 6 \text{ kV}$), уровни максимальной напряженности, усредненной по объему расчетной ячейки, в 2.6 раза ниже, чем для древовидного дендрита, образующегося при приложении больших напряжений ($U_0 = 10 \text{ kV}$).

Список литературы

- [1] Кучинский Г.С. Частичные разряды в высоковольтных конструкциях. Л.: Энергия, 1979. 233 с.
- [2] Wei Z., Kalner W. // Proc. of 7th Intern. Symposium on High Voltage Engineering. Dresden, 1991. Vol. 2. P. 249–252.
- [3] Ушаков В.Я. Физика и техника мощных импульсных систем. М.: Энергоатомиздат, 1987. С. 295–311.
- [4] Morshuis P. // Proc. of 9th Intern. Symposium on High Voltage Engineering. Graz (Austria), 1995. Vol. 5. P. 5644.1–5644.4.
- [5] Александров Г.Н., Соловьев Э.П. // Изв. вузов. Сер. Энергетика. 1971. № 9. С. 31–34.
- [6] Krivda A., Gulski E. // Proc. of 9th Intern. Symposium on High Voltage Engineering. Graz (Austria), 1995. Vol. 5. P. 5643.1–5643.4.
- [7] Champion J.V., Dodd S.J. // J. Phys. D. 2001. N 34. P. 1235–1242 (www.iop.org/Journals/jd).
- [8] Densley R.J. // IEEE Trans. Electr. Insul. 1979. N 14. P. 148–158.
- [9] Laurent C., Mayoux C. // IEEE Trans. Electr. Insul. 1980. N 15. P. 33–42.
- [10] Резинкина М.М. // Вестник ХГПУ. Харьков, 1998. Вып. 21. С. 48–51.
- [11] Резинкина М.М., Резинкин О.Л., Носенко М.И. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 3. С. 69–71.

- [12] Резинкина М.М., Резинкин О.Л., Носенко М.И. // Вестник ХГПУ. Харьков, 1999. Вып. 66. С. 107–111.
- [13] Резинкина М.М., Резинкин О.Л., Носенко М.И. // Вестник ХГПУ. Харьков, 1999. Вып. 65. С. 42–46.
- [14] Электрические свойства полимеров / Под ред. Б.И. Сажи-на. Л.: Химия, 1977. 192 с.
- [15] Резинкина М.М. // ПЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 5. С. 37–41.
- [16] Дульзон А.А., Лопатин В.В., Носков М.Д. и др. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 4. С. 48–53.
- [17] Dissado L.A., Fothergill J.C., Wise N. et al. // J. Phys. D. 2000. N 33. P. L109–L112.
- [18] Taflove A., Hagness S. Computational Electrodynamics: the Finite Difference Time Domain Method. Boston; London: Artech House, 2000. 852 p.
- [19] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.
- [20] Резинкина М.М. Электричество. 2003. № 8. С. 50–55.
- [21] Круг К.А. Физические основы электротехники. М.; Л.: Гос. энергетическое изд-во, 1946. Т. 1. 472 с.
- [22] Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.; Л.: ОГИЗ, Гостехиздат, 1948. 539 с.
- [23] Резинкина М.М., Щерба М.М. Техническая электродинамика. Тематический выпуск. 2004. Ч. 5. С. 3–6.