

01;09

Интерференционное сжатие спектра переходного излучения промодулированного электронного потока

© Ю.К. Алексеев, В.В. Ачкасов, Д.С. Кулида, А.П. Сухоруков

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119992 Москва, Россия
e-mail: kulida@nm.ru

(Поступило в Редакцию 26 мая 2004 г.)

Рассмотрен один из видов преобразования энергии промодулированного электронного потока в электромагнитные колебания — переходное излучение при соударении потока с неподвижным металлическим экраном. Проанализировано перераспределение спектрально-угловой плотности энергии излучения, возникающее за счет интерференции волн, возбуждаемых в разных точках экрана, с учетом запаздывания излучения от различных частей наклонного сгустка. Также рассмотрен механизм частотного смещения интерференционных максимумов при изменении угла наклона экрана.

Около 60 лет тому назад В.Л. Гинзбург и И.М. Франк показали, что равномерно движущийся с досветовой скоростью заряд может излучать электромагнитные волны. Такое излучение возникает, если заряд движется в среде с переменными в пространстве или времени характеристиками [1,2]. Переходное излучение представляет собой чисто классический эффект, который полностью описывается уравнением Максвелла.

На практике переходное излучение используется в основном в детекторах релятивистских заряженных частиц и высокоэнергетических пучков. В частности, переходное излучение используется для идентификации лептонов в экспериментах по физике высоких энергий [3]. Также переходное излучение наблюдалось задолго до своего теоретического объяснения в рентгеновских трубках в виде „свечения“ анодов. До создания теории переходного излучения физики не могли объяснить этот эффект.

Дальнейшее свое развитие теория переходного излучения получила в работах [4,5] и многих других. В [6] построена теория переходного излучения и возбуждения поверхностных волн при нормальном падении модулированного электронного пучка на границу плазмы.

Спектрально-угловые характеристики переходного излучения периодической последовательности протяженных электронных сгустков существенно отличаются от переходного излучения отдельного электрона [7]. Интерференционное перераспределение энергии переходного излучения может привести к ее концентрации в узкой частотно-угловой области и вследствие этого к повышению эффективности излучения на некоторой выделенной частоте.

В данной статье рассматривается переходное излучение электронного потока, промодулированного в поле бегущей электромагнитной волны (рис. 1). Такой волной может быть, например, СВЧ луч субмиллиметрового диапазона в свободном пространстве, либо N -я гармоника, получаемая при прохождении СВЧ излучения в нелинейной среде (частоты порядка ТГц), либо сфокуси-

рованный лазерный пучок оптической или ультрафиолетовой частоты. Широкий (по сравнению с длиной волны излучения) ленточный электронный поток 1 пролетает через сфокусированный линейно поляризованный электромагнитный пучок 2 , в котором направление электрического вектора коллинеарно скорости частиц потока. Получив в пучке электромагнитного излучения модуляционный разброс скоростей, электроны при дальнейшем движении группируются в сгустки 3 , которые попадают на неподвижный металлический экран 4 , вызывая при этом переходное излучение 5 . Получены частотные и энергетические характеристики излучения, диаграммы направленности, определены возможности управления частотой интерференционных линий переходного излучения при повороте металлического экрана.

Группировка электронного потока в системе, показанной на рис. 1, имеет такую особенность, что при достаточно большой ширине электронного потока, когда его уже нельзя считать нитевидным в поперечном се-

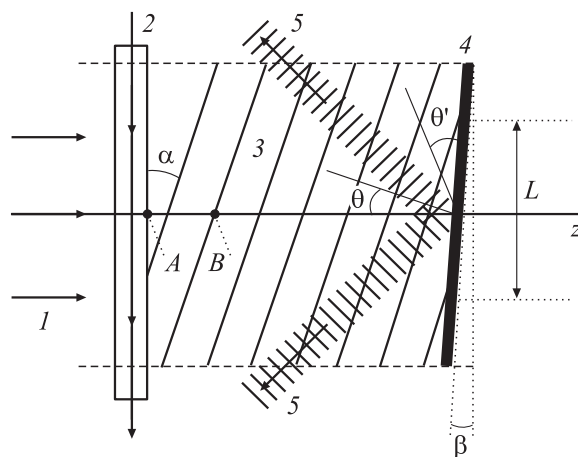


Рис. 1. Сгруппированный в сгустки электронный поток и наклоненный экран: 1 — электронный поток, 2 — электромагнитный пучок, 3 — сгустки электронов, 4 — металлический экран, 5 — переходное излучение электронных сгустков.

чении, модуляция электронов, находящихся на большем расстоянии от источника излучения, чем другие, будет запаздывать на время, равное времени пробега светом этого расстояния. В результате электроны группируются в линейные сгустки, расположенные в пространстве под некоторым углом α к направлению распространения электромагнитного пучка.

Рассчитаем этот угол. Продольное электрическое поле волны монохроматического электромагнитного пучка можно записать в следующем виде:

$$E(x, y, z, t) = E_1(x, y, z) \sin\left(\frac{\omega_0}{c}x - \omega_0 t\right), \quad (1)$$

где E_1 — амплитуда поля, ω_0 — его круговая частота, t — время.

Пусть (x_b, z_b) — координата сгустка B (рис. 1) в плоскости $y = 0$, t_b — момент прибытия электрона в сгусток. Ограничимся двумерной задачей $\partial/\partial y = 0$. Обозначим фазу выходной скорости электронов в точке с координатой $x = x_b$ в момент времени t_0 за $\Phi(x_b)$, тогда

$$\Phi(x_b) = \frac{\omega_0}{c}x_b - \omega_0 t_0 + \psi_0, \quad (2)$$

где ψ_0 — разность между фазой выходной скорости и фазой электромагнитного поля в момент t_0 .

Скорость частицы электрона A на выходе из модулирующего пучка (x_b, z_0) в момент t_0 может быть записана в виде

$$v(x_b, t_0) = v_0 + kE_1(x_b, 0, 0) \sin[\Phi(x_b)], \quad (3)$$

где v_0 — скорость влета электрона в модулированный пучок; k — коэффициент эффективности модуляции скорости в пучке, зависящий от степени его фокусировки, амплитуды и модового состава.

Заметим, что в допускаемом в данной работе приближении об однородности пространства взаимодействия, распределения амплитуды электромагнитного поля и скорости влета электронов вдоль оси x : $\partial n/\partial x = 0$, $\partial E_1(x, y, z)/\partial x = 0$, $\partial v_0/\partial x = 0$, а сдвиг фазы ψ_0 также не зависит от этой координаты.

Время движения частицы от конца модулятора z_0 до сгустка z_b равно

$$t_b - t_0 = \frac{z_b - z_0}{v_0 + kE_1 \sin[\Phi(x_b)]}. \quad (4)$$

Используем закон сохранения заряда для нахождения координаты сгустка $I_0 dt_0 = I_b dt_b$, откуда находим ток сгустка

$$I_b = \frac{I_0}{dt_b/dt_0} = \frac{I_0}{1 - \frac{(z_b - z_0)(-kE_1\omega_0) \cos[\Phi(x_b)]}{\{v_0 + kE_1 \sin[\Phi(x_b)]\}^2}}. \quad (5)$$

Здесь I_0 — конвекционная плотность тока влетающего потока электронов, I_b — плотность тока в сгустке в сечении z_b . Полагая амплитуду модуляции достаточно малой ($kE_1 \ll v_0$), можем записать

$$I_b \approx \frac{I_0}{1 + \frac{kE_1\omega_0}{v_0}(z_b - z_0) \cos[\Phi(x_b)]}. \quad (6)$$

Возьмем в качестве критерия определения координаты сгустка максимальный ток потока $I_b = I_{b \max}$. Это условие выполняется в случае $\cos[\Phi(x_b)] = -1$, т.е. при $\Phi(x_b) = (2n + 1)\pi$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Отсюда находим

$$t_0 = \frac{x_b}{c} - (2n + 1) \frac{\pi}{\omega_0} + \frac{\psi_0}{\omega_0}.$$

Подставив это выражение в (4), получим

$$z_b = -\frac{v_0}{c}x_b + z_0 + v_0 t_b + \frac{\pi v_0}{\omega_0}(2n + 1) - \frac{v_0 \psi_0}{\omega_0}. \quad (7)$$

В результате для фиксированного момента времени t_b получаем пространственное распределение сгустков электронов, показанное на рис. 1. Угол наклона α находим из (7)

$$\operatorname{tg} \alpha = |dz_b/dx_b| = v_0/c. \quad (8)$$

Рассмотрим заряд, движущийся с постоянной скоростью $v < c/n$, где c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления света. В этом случае черенковское излучение отсутствует, также пренебрежем тормозным излучением заряженных частиц на мишени. Кроме того, в настоящей работе ограничимся случаем, когда электроны из вакуума попадают на немагнитный металлический экран, который будем считать идеально проводящим.

Тогда энергия, излучаемая назад, рассчитывается по следующей формуле [2]:

$$W^r(\omega, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 v^2 \sin^2 \theta}{\pi^2 c^3 [1 - (\frac{v}{c})^2 \cos^2 \theta]^2}, \quad (9)$$

где θ — угол между волновым вектром \mathbf{k} переходного излучения и вектором $(-\mathbf{v})$.

В приведенной выше формуле (9) углы представлены в полярной системе координат, в которой полярный радиус отсчитывается от точки падения центра электронного пучка на экран. Ось вращения (полярная ось) данной системы координат совпадает с нормалью к плоскости экрана. Координаты в данной системе задаются соответственно углами θ и φ , а также полярным радиусом r .

Во всех дальнейших выкладках для более удобного представления диаграмм направленности переходного излучения мы будем использовать полярную систему координат, представленную углами θ' , φ' и полярным радиусом r (углы θ и θ' показаны на рис. 1). В новой системе координат полярная ось проходит через точки соударения электронов с экраном и направлена вверх вдоль плоскости экрана. Связь двух систем координат задается следующими формулами:

$$\cos \theta = \sin \theta' \cos \varphi', \quad (10)$$

$$\sin \theta = \sqrt{\sin^2 \theta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \theta'}. \quad (11)$$

В „штрихованной“ системе координат формула (9) примет вид

$$W^r(\omega, \theta') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 v^2 (\sin^2 \theta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \theta')}{\pi^2 c^3 \left[1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right) \sin^2 \theta' \cos^2 \varphi'\right]^2}. \quad (12)$$

Рассмотрим переходное излучение от одного нитевидного сгустка, считая его высоту равной расстоянию между точками падения соседних сгустков, пренебрегая разбросом скоростей частиц в сгустке. Выпишем формулу для запаздывания по фазе излучения точки нитевидного сгустка, смещенной на x от начальной точки, при нормальном падении электронов на экран

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 2\pi \frac{\Delta t_z + \Delta t_d}{T_0} = 2\pi \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{v} \frac{\omega}{2\pi} + \frac{x\omega \sin \theta}{c} \\ &= \frac{x}{c} \omega + \frac{x\omega \cos \theta'}{c} = x \frac{\omega}{c} (1 + \cos \theta'), \end{aligned} \quad (13)$$

где Δt_z — запаздывание, связанное с задержкой во времени прихода электронов к экрану в разных частях сгустка; Δt_d — запаздывание, связанное с разностью расстояний от точек падения электрона на экран до точки наблюдения; $T_0 = 2\pi/\omega_0$ — период поля модулирующего электромагнитного излучения.

Рассчитаем амплитуду поля от участка сгустка между двумя точками касания экрана соседними электронными сгустками. Расстояние между этими точками равно, очевидно, $L = \lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$. Тогда с использованием (13) получаем

$$E(\omega, r, \theta', \varphi') = \int_0^{\lambda_0} \Xi(\omega, r, \theta', \varphi') \cos \left[\frac{\omega}{c} x (1 + \cos \theta') \right] dx, \quad (14)$$

где

$$\Xi(\omega, r, \theta', \varphi') = K \frac{v}{cr} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \theta'}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \theta' \cos^2 \varphi'\right)} \quad (15)$$

— амплитуда поля переходного излучения сгустка с единицы длины экрана на частоте ω под углом θ' в точке, расположенной на расстоянии r от экрана; K — коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств материала экрана и плотности тока пучка.

Подставив (15) в (14), можем записать

$$\begin{aligned} E(\omega, r, \theta', \varphi') &= K \frac{v}{cr} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \theta'}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \theta' \cos^2 \varphi'\right)} \\ &\quad \times \int_0^{\lambda_0} \cos \left[x \frac{\omega}{c} (1 + \cos \theta') \right] dx. \end{aligned}$$

После интегрирования получаем

$$\begin{aligned} E(\omega, r, \theta', \varphi') &= K \frac{v}{cr\omega} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \theta'}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2 \theta' \cos^2 \varphi'\right)} \\ &\quad \times \frac{1}{(1 + \cos \theta')} \sin \left[2\pi \frac{\omega}{\omega_0} (1 + \cos \theta') \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Полученные выше формулы позволяют построить угловые и частотные зависимости амплитуды поля переходного излучения в плоскости падения электронных нитей, а также в перпендикулярной ей плоскости. Приведем диаграммы направленности переходного излучения в плоскости падения для частоты $\omega = 1.1\omega_0$ (рис. 2). На данной диаграмме видно, что переходное излучение одного нитевидного электронного сгустка будет сильно „размазано“ по всем углам. Плотность потока энергии в любом выбранном направлении будет ничтожно мала. В связи с этим рассмотрим интерференционный способ увеличения угловой концентрации излучения и вследствие этого плотности его мощности.

Расчет углового распределения переходного излучения широкого электронного потока (ширина которого многократно превышает длину волны модулирующего пучка) требует учета интерференции от повторяющихся одинаковых участков поверхности металла (их длина $L = \lambda_0$). Легко получить следующее выражение для на-

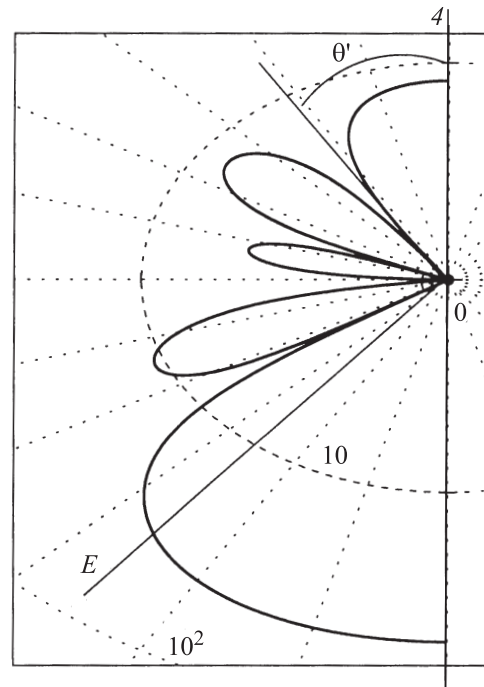


Рис. 2. Диаграмма направленности переходного излучения электронных сгустков-нитей в плоскости падения при $\omega = 1.1\omega_0$, $v = 0.5c$. График построен в полярных координатах (r, θ') с использованием формулы (16), где θ' — угол между плоскостью экрана (4) и волновым вектором переходного излучения, r — поток энергии переходного излучения в логарифмическом масштабе.

правления интерференционного максимума:

$$\cos \theta' = \frac{n\omega_0}{\omega}, \quad (17)$$

где n — целое число (порядок интерференции).

Таким образом, при частотах $\omega < \omega_0$ энергия практически не излучается. При частотах $\omega_0 < \omega < 2\omega_0$ имеется один интерференционный максимум амплитуды излучения.

Подставим (17) в (16), тогда получим

$$E(\omega, r, n, \varphi') = K \frac{vc}{r} \frac{\sqrt{(\omega^2 - n^2\omega_0^2) \sin^2 \varphi' + n^2\omega_0^2}}{\omega^2 c^2 - v^2(\omega^2 - n^2\omega_0^2) \cos^2 \varphi'} \times \frac{\omega^2}{\omega^2 + n^2\omega_0^2} \sin \left[\frac{2\pi}{\omega_0\omega} (\omega^2 + n^2\omega_0^2) \right], \quad (18)$$

при этом направление на n -й интерференционный максимум определяется соотношением $\theta' = \arccos(n\omega_0/\omega)$. Заметим, что при любых значениях угла φ' значение E не обращается в нуль, что говорит о малой зависимости амплитуды поля переходного излучения от этого угла.

Также приведем двумерную диаграмму направленности переходного излучения от последовательности большого количества нитевидных сгустков в направлении $\varphi' = 0$ при вертикально расположенном экране с учетом интерференции до девятого порядка включительно (рис. 3).

На данных диаграммах направленности видно, что из-за интерференции излучения от отдельных сгустков распределение переходного излучения по углам и частотам будет сосредоточено в узких пространственно-угловых участках. Соответственно плотность потока излучения будет существенно увеличена.

Рассмотрим переходное излучение при падении промодулированного пучка на экран, наклоненный по отношению к оси модулирующего пучка, на угол β . Для расстояния между точками падения соседних сгустков на экран получаем следующее выражение:

$$L = \frac{\lambda_0 \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)}, \quad (19)$$

где α — угол между сгустком и электромагнитным пучком (рис. 1).

Таким образом, при необходимости получения излучения на частоте задающего пучка или меньшей мы можем подобрать угол β так, что максимум амплитуды излучения будет приходиться на интересующую нас частоту.

Направление максимума переходного излучения при наклоненном экране будет отличаться от направления максимума при вертикальном экране. Вместо (17) получаем

$$\cos \theta' = \frac{n\omega_0}{\omega} \frac{\lambda_0}{L}. \quad (20)$$

После подстановки (19) в (20) можем записать

$$\cos \theta' = n \frac{\omega_0}{\omega} (1 - \text{ctg } \alpha \text{ tg } \beta) = n \frac{\omega_0}{\omega} \left(1 - \frac{c}{v} \text{tg } \beta \right). \quad (21)$$

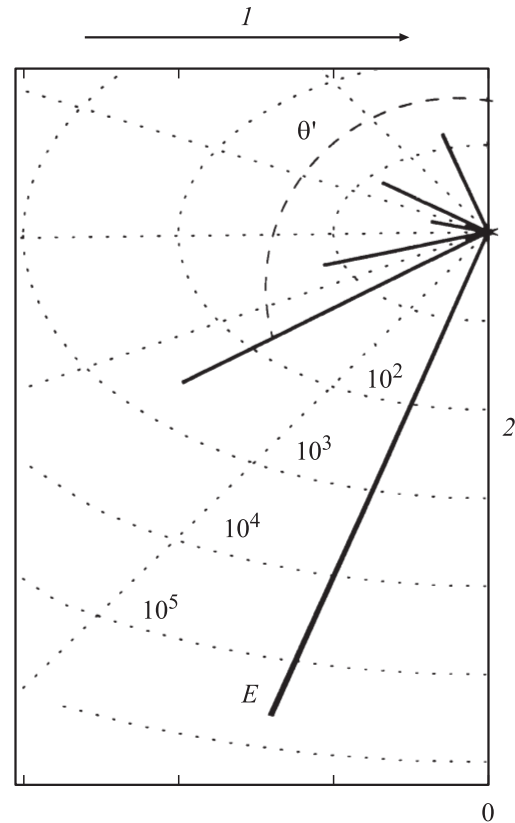


Рис. 3. Двумерная диаграмма направленности переходного излучения последовательности наклонных сгустков электронов на частоте $\omega = 3.1\omega_0$ при вертикально расположенном экране, формулы (17), (18). График представлен в полярных координатах. По радиусу отложен поток энергии переходного излучения в соответствующем направлении в логарифмическом масштабе. Учитывается интерференция до девятого порядка включительно. 1 — направление полета, 2 — линия падения электронов на экран.

Из формулы (21) можно сделать вывод, что если $\beta \rightarrow \alpha$ (рис. 1), то не будет существовать интерференционного максимума. При $\beta = \alpha - \pi/2$ будет наблюдаться максимум частоты интерференционной линии первого порядка.

Рассмотрим, как меняется направление интерференционной линии в зависимости от угла наклона экрана. По формулам (18), (21) и с учетом того, что нормальная компонента скорости электронов при наклоне экрана на угол β изменяется в $\cos \beta$ раз, получаем

$$E(\omega, r, \theta', \varphi') = K \frac{v \cos \beta}{cr\omega} \frac{\sqrt{\sin^2(\theta') \cos^2 \varphi' + \cos^2 \theta'}}{\left(1 - \frac{v^2 \cos^2 \beta}{c^2} \sin^2 \theta' \cos^2 \varphi' \right)} \times \frac{1}{(1 + \cos \theta')} \sin \left[2\pi \frac{\omega}{\omega_0} (1 + \cos \theta') \right], \quad (22)$$

где $\theta' = \arccos \left[n \frac{\omega_0}{\omega} (1 - c/v \text{tg } \beta) \right]$.

По формуле (22) построим график зависимости плотности потока переходного излучения от угла наклона

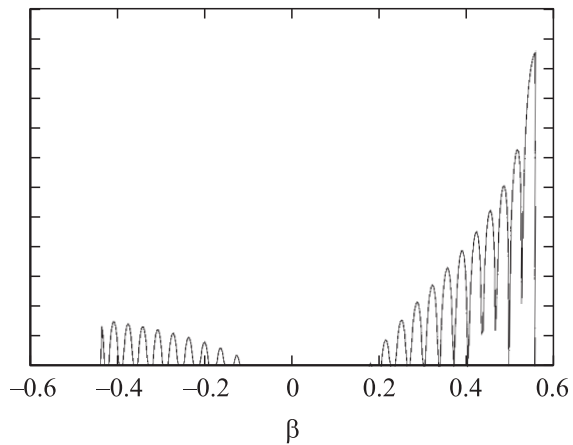


Рис. 4. График потока энергии переходного излучения широкого потока электронов в зависимости от угла наклона экрана β (построен с использованием (22)). Отношение $\omega/\omega_0 = 7.1$. Потенциал потока 1.5 kV, модуляция производится рубиновым лазером с длиной волны 694 nm. Поток энергии представлен в направлении интерференционного максимума амплитуды поля.

экрана β при отношении частот $\omega/\omega_0 = 7.1$ (рис. 4). Для простоты восприятия график построен для первого порядка интерференции. Тенденции, просматривающиеся на данном графике, являются схожими для всех порядков интерференции.

На рис. 4 хорошо видно, что наибольшая часть энергии излучения приходится на узкую частотную полосу. Ясно, что можно подобрать угол наклона экрана так, чтобы значительно увеличить мощность переходного излучения на интересующей нас частоте. Подобная гибкость привлекательна при проектировании излучателя с широким диапазоном плавного изменения частоты.

Максимальная частота переходного излучения ограничена свойствами металла экрана. Например, как следует из справочной литературы, для меди имеем, что на частотах свыше $\omega = 2.3 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$ переходное излучение практически не возникает из-за изменения свойств металла на данных частотах. Если модуляция производится рубиновым лазером с длиной волны 694 nm и соответственно частотой $\omega_0 = 2.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, то переходное излучение будет возникать на частотах до $8\omega_0$. Как видно из рис. 3 и 4, вся мощность излучения будет сосредоточена в нескольких узких угловых максимумах, что существенно увеличивает плотность потока переходного излучения в направлении этих максимумов по сравнению с аналогичной плотностью потока от непромодулированного пучка в отсутствие интерференции. Изменение угла наклона экрана или начальной скорости электронного потока дает широкие возможности для вариации положения максимумов амплитуды как по оси частот, так и по их угловому положению.

Приведенные в данной статье результаты указывают на возможность использования переходного излучения в источниках электромагнитных волн с плавной пере-

стройкой частоты. Рассмотрены способы концентрации энергии переходного излучения на некоторых выделенных частотах и в определенных пространственных направлениях. За рамками статьи осталась оценка мощности и эффективности переходного излучения. Также особого внимания заслуживает учет конечной ширины электронного сгустка и его влияния на интерференционную картину. С точки зрения практического применения следует оценить влияние теплового разброса скоростей электронов на ширину и время жизни электронного сгустков. Подлежит теоретическому или экспериментальному исследованию когерентность переходного излучения (а следовательно, и возможность учета интерференции) при неровной поверхности металлического экрана. Следует подчеркнуть, что этот вопрос не может быть решен точно, его решением может быть либо результат эксперимента, либо построение вероятностной модели распределения неровностей на экране и учет этих модельных закономерностей при изучении свойств излучения.

Статья написана при поддержке Президента РФ ведущих научных школ (грант № НШ-1949.2003.02).

Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. Вып. 1. С. 15–28.
- [2] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
- [3] Савельев В.И. // Математическое моделирование. 2002. Т. 14. № 11. С. 93–112.
- [4] Гарибян Г.М. К теории переходного излучения // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. Вып. 1. С.527–533.
- [5] Рязанов М.И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 12. С. 569–571.
- [6] Анисимов И.А., Левитский С.М. // РИЭ. 1986. Т. 31. С. 614–615.
- [7] Болотовский Б.М., Серов А.В. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 1. С. 3–7.