

## Стабилизация вращением подвижного магнита в поле неподвижного

© И.В. Веселитский, В.С. Воронков, Г.Г. Денисов, Р.В. Линьков

Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
603005 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: voronkov@pmk.unn.runnet.ru

(Поступило в Редакцию 6 июля 2004 г.)

Показана возможность обеспечения устойчивого неконтактного состояния равновесия вращающегося тела, содержащего постоянный магнит, в поле неподвижного магнита. Предполагается, что магниты имеют цилиндрическую форму и осевую намагниченность. Моделирование поля магнитов производится двумя витками с постоянными токами, что позволяет аналитически найти силы и моменты сил, действующие на подвижный магнит в поле неподвижного. Неустойчивость состояния равновесия, в котором вес вывешиваемого тела компенсируется силой отталкивания от неподвижного магнита, следует из теоремы Ирншоу. Показана возможность преодоления этой неустойчивости гироскопическими силами, возникающими при вращении вывешиваемого тела. Новым эффектом является стабилизация вращением подвижного магнита не только его угловых, но и поступательных неустойчивых степеней свободы.

### Введение

На основании теоремы Ирншоу [1,2] совокупность неподвижных частиц, взаимодействующих с силами, обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними, не может находиться в устойчивом состоянии равновесия. К таким силам относится взаимодействие между электрическими зарядами, между элементарными токами, между постоянными магнитами, гравитационные силы. Именно благодаря запрету Ирншоу были безуспешны многочисленные попытки создания пассивных неконтактных подвесов с использованием постоянных магнитов. В рассматриваемом случае двух постоянных магнитов цилиндрической формы с осевой намагниченностью существование такого состояния равновесия легко устанавливается практически. Если одноименные полюса магнитов обращены друг к другу, то, закрепив нижний магнит, как показано на рис. 1, можно найти на его оси точку, в которой сила веса верхнего подвижного магнита компенсируется силой отталкивания со стороны нижнего. Это иллюстрируется рис. 2, где отталкивающая сила между соосными магнитами  $F(h)$  приведена в зависимости от расстояния между их центрами. Пересечение  $F(h)$  с прямой постоянного веса  $mg$  дает два состояния равновесия. Устойчивым относительно вертикальных смещений является верхнее (на рис. 2, справа).

Однако в системе есть две двукратные неустойчивости. Подвижный магнит стремится перевернуться на  $180^\circ$  и уйти поперек оси. В [3] показана возможность стабилизации неустойчивого состояния равновесия заряженной частицы в статическом электрическом поле за счет действия достаточно сильного магнитного поля, эквивалентного по своему действию введению гироскопических сил. В работе [4] показано, что введением сил диссипации во вращающейся системе координат консервативная устойчивость этой системы упрочняется до асимптотической.

В настоящей работе показана возможность консервативной устойчивости состояния равновесия подвижного магнита за счет его вращения, когда в отличие от обычных схем гироскопической стабилизации обеспечивается устойчивость не только по угловым, но и по поступательным степеням свободы. Нахождение сил и моментов сил, действующих на подвижный магнит при малых отклонениях от состояния равновесия, проводится с использованием результатов [5], где найдено подемоторное взаимодействие двух постоянных магнитов цилиндрической формы с осевой намагниченностью.

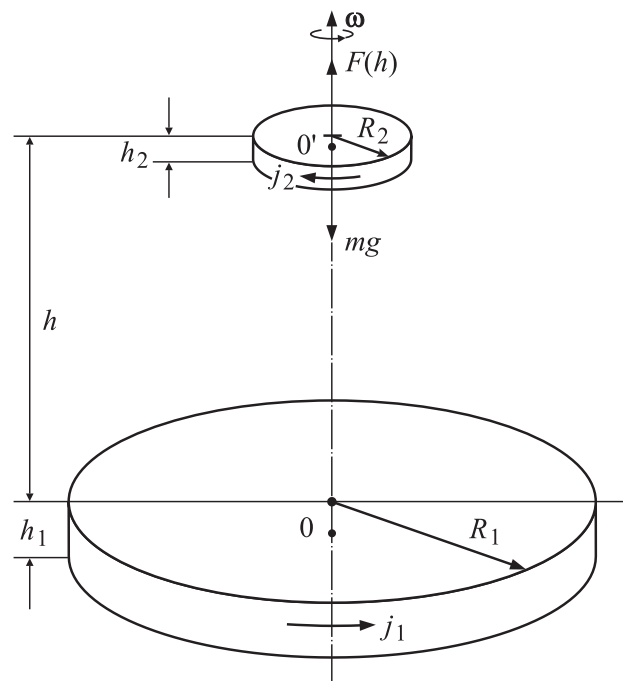


Рис. 1.

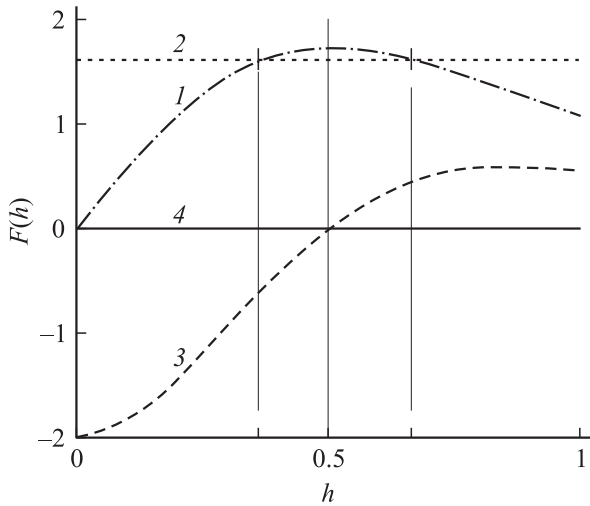


Рис. 2. 1 —  $F(h)$ , 2 —  $mg(h)$ , 3 —  $k(h)$ , 4 —  $o(h)$ .

### 1. Постановка задачи и принятые идеализации

Предполагается, что состояние равновесия подвижного магнита (со скрепленным с ним осесимметричным твердым телом) в поле неподвижного имеет место при их соосном расположении на расстоянии  $h$  между их центрами и что  $h$  заметно больше толщины  $h_{1,2}$  каждого из двух постоянных магнитов. Токи колец, моделирующие магниты, запишутся как  $I_1 = j_1 h_1$ ,  $I_2 = j_2 h_2$ , где  $j_{1,2}$  — плотности поверхностных токов, зависящие от материала постоянных магнитов и создающие их осевую намагниченность. Направление токов в кольцах встречное. На рис. 3 эти кольца с токами показаны с

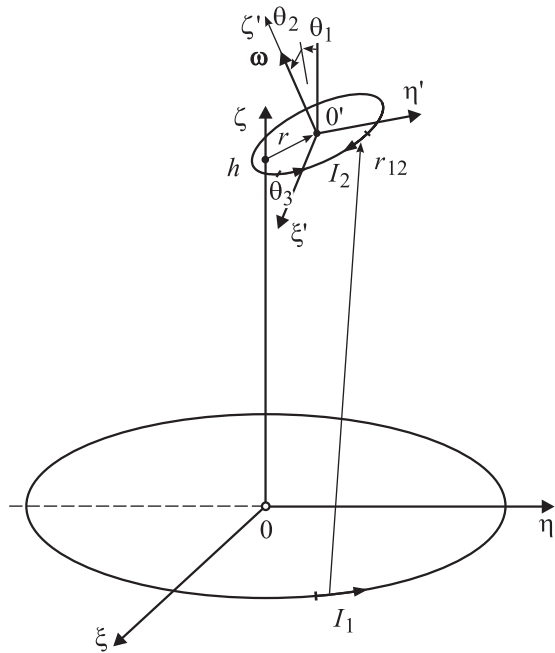


Рис. 3.

учетом поступательных и угловых перемещений (ток  $I_2$  относится к подвижному магниту, ток  $I_1$  — к неподвижному). С неподвижным кольцом связана система координат  $O\xi, \eta, \zeta$ , начало которой помещено в центр кольца 1. С подвижным кольцом связана система координат  $O'\xi', \eta', \zeta'$ , начало которой помещается в центр кольца 2. Подвижному телу ставится в соответствие масса  $m$  с центром масс в центре кольца и моменты инерции: осевой  $C$  и экваториальный  $A$ .

В качестве компонент вектора  $\mathbf{q}$  обобщенных координат подвижного тела выбираются поступательные перемещения  $\xi, \eta, \zeta - h$  его центра масс, углы Крылова  $\vartheta_1, \vartheta_2$  наклона его оси  $O'\xi'$  к вертикальной оси  $O\xi$  неподвижного магнита (кольца 1) и угол  $\vartheta_3$  собственного вращения относительно оси  $O'\xi'$  симметрии подвижного магнита. В неконтактном состоянии равновесия (рис. 1) обобщенные координаты (степени свободы) подвижного магнита имеют следующие значения:

$$\xi_0 = \eta_0 = 0, \quad \zeta_0 = h; \quad \vartheta_{10} = \vartheta_{20} = 0; \quad \vartheta_3 = \vartheta_{30}. \quad (1.1)$$

### 2. Уравнения движения подвижного магнита

Для вывода уравнений движения запишем функцию Лагранжа [6] через отклонения обобщенных координат от состояния равновесия

$$L(q) = \frac{m}{2} \left[ \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left( \frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left( \frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] + \frac{A}{2} \left[ \left( \frac{d\vartheta_2}{dt} \right)^2 \cos^2 \vartheta_1 + \left( \frac{d\vartheta_1}{dt} \right)^2 \right] + \frac{C}{2} \left( \frac{d\vartheta_3}{dt} - \frac{d\vartheta_2}{dt} \sin \vartheta_1 \right)^2 + U(q) - mg\xi, \quad (2.1)$$

где

$$U(q) = L_{1,2}(q_i) I_1 I_2. \quad (2.2)$$

— силовая функция ponderomotorного взаимодействия двух колец с токами  $I_1, I_2$ , аналогичная рассмотренной в [5]. Здесь  $L_{1,2}(q_i)$  — коэффициент взаимоиנדукции колец с токами  $I_1, I_2$ , зависящий от всех обобщенных координат подвижного магнита, за исключением угла  $\vartheta_3$ . Если пренебречь рассеянием энергии при движении свободно ввешенного тела то уравнения Лагранжа будут такими:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} - \frac{dU}{d\xi} = Q_1, \quad m \frac{d^2 \eta}{dt^2} - \frac{dU}{d\eta} = Q_2, \\ m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} - \frac{dU}{d\zeta} + mg = Q_3, \\ A \left[ \frac{d^2 \vartheta_1}{dt^2} + \left( \frac{d\vartheta_2}{dt} \right)^2 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1 \right] + H_0 \frac{d\vartheta_2}{dt} \cos \vartheta_1 - \frac{\partial U}{\partial \vartheta_1} = Q_4,$$

$$A \left( \frac{d^2 \vartheta_2}{dt^2} \cos^2 \vartheta_1 - 2 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} \frac{d\vartheta_2}{dt} \right) - H_0 \cos \vartheta_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} - \frac{\partial U}{\partial \vartheta_2} = Q_5, \quad (2.3)$$

где

$$H_0 = C \left( \frac{d\vartheta_3}{dt} - \frac{d\vartheta_2}{dt} \sin \vartheta_1 \right) = \text{const} \quad (2.4)$$

— модуль вектора кинетического момента вращающегося вывешенного тела.

Его постоянство обусловлено тем, что угол  $\vartheta_3$  (поворот магнита вокруг оси симметрии) является циклической координатой. В дальнейшем предполагается, что диссипация и обобщенные силы  $Q_i$  отсутствуют. Целью задачи является обеспечение устойчивости в консервативном приближении. Для использования уравнений (2.3) необходимо еще определить силовую функцию  $U$ .

### 3. Силовая функция и линеаризованные уравнения движения

Задача нахождения силовой функции  $U(\mathbf{q})$ , входящей в уравнения движения (2.3) свободно вывешенного магнита, сводится к нахождению контурного интеграла

$$U(q) = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint \frac{dl_1 dl_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}, \quad (3.1)$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  $I_1 dl_1$ ,  $I_2 dl_2$  — дифференциальные элементы токов в неподвижном и подвижном кольцах;  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$  — расстояние между этими элементами токов.

По физическому смыслу контурный интеграл в (3.1)

$$L_{12}(q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{dl_1 \cdot dl_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$$

является коэффициентом взаимоиנדукции двух контуров, который зависит от вектора  $\mathbf{q}$  обобщенных координат. Токи  $I_1, I_2$  предполагаются постоянными и не зависящими от обобщенных координат. В общем случае контурный интеграл сводится к эллиптическому. Однако при условиях малости выражений  $R_2/h, \xi/h, \eta/h, \xi/h, \vartheta_1, \vartheta_2 \ll 1$  он допускает аналитическое представление, аналогичное найденному в [5]. В этом случае силовая функция (3.1) с точностью до членов второго порядка малости обобщенных координат имеет вид

$$U = \frac{\pi\mu_0}{4} I_1 I_2 R_1^2 R_2^2 \left[ \frac{6h\xi}{(R_1^2 + h^2)^{5/2}} + \frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}{(R_1^2 + h^2)^{3/2}} + \frac{3}{2} \frac{4h^2 - R_1^2}{2(R_1^2 + h^2)^{7/2}} (\xi^2 + \eta^2 - 2\xi^2) \right] + \frac{\pi\mu_0}{4} I_1 I_2 R_1^2 R_2^2 3h \frac{\eta\vartheta_1 - \xi\vartheta_2}{(R_1^2 + h^2)^{5/2}}. \quad (3.2)$$

Функция (3.2) позволяет получить аналитические выражения сил и моментов сил, действующих на подвижный магнит со стороны магнитного поля неподвижного магнита при малых отклонениях от состояния равновесия (1.1). В состоянии равновесия сила тяжести уравновешивается силой отталкивания магнитов и в соответствии с третьим уравнением (2.3) равна

$$mg = \frac{\pi\mu_0}{4} \frac{I_1 I_2 R_1^2 R_2^2 6h}{(R_1^2 + h^2)^{5/2}}.$$

Обозначим  $d\vartheta_3/dt = \omega$ . Уравнения Лагранжа выпишем в комплексных переменных  $\theta = \vartheta_1 + i\vartheta_2$ ,  $u = \xi + i\eta$  и сделаем их нормировку введением масштаба времени и расстояния

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g}} \tau, \quad L = \sqrt{\frac{A}{m}}, \quad u \rightarrow u/L, \quad \xi_1 = \frac{\xi}{L}.$$

Тогда получим безразмерные уравнения движения в виде

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} - ku - i\theta = 0, \quad \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + iH \frac{d\theta}{d\tau} - \Xi\theta + iu = 0, \quad \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + 2k\xi_1 = 0, \quad (3.3)$$

где

$$k = \frac{4h^2 - R_1^2}{R_1^2 + h^2} \frac{L}{h}, \quad H = \frac{C\omega}{A} \sqrt{\frac{2L}{g}}, \quad \Xi = \frac{2}{3} \frac{R_1^2 + h^2}{hL}.$$

Сделаем ряд замечений по поводу силовой функции (3.2) и полученным уравнениям (3.3). Во-первых, в полном соответствии с теоремой Ирншоу сумма продольной и двух поперечных жесткостей равна нулю. Параметры системы должны выбираться так, чтобы в равновесном состоянии продольная жесткость была положительной (т.е.  $k > 0$ ) и уравнение для продольной координаты  $\xi_1$  было устойчивым. По поперечным координатам  $u$  жесткость вдвое меньше и отрицательная, что является причиной неустойчивости. Другой причиной неустойчивости является опрокидывающий момент, возникающий при наклоне оси вывешиваемого магнита. Эта неустойчивость по угловым переменным может подавляться гироскопической стабилизацией за счет вращения. Во-вторых, существует взаимосвязь между поперечными поступательными и угловыми координатами (член с  $\eta\theta_1 - \xi\theta_2$  в силовой функции (3.2)). Именно наличие такой связи позволяет надеяться, что можно добиться стабилизации вращением и по угловым, и по поперечным поступательными координатами. Задачей статьи по сути и является показать, что такая стабилизация возможна. В-третьих, традиционная гироскопическая стабилизация имеет место, если скорость вращения превышает некоторую величину ( $\omega > \omega_1$ ). В нашей же задаче должна существовать частота ( $\omega_2$ ), выше которой устойчивость пропадает, поскольку при  $\omega \rightarrow \infty$  отклонения по углам стремятся к нулю, а вместе с

ними пропадает и взаимодействие между угловыми и поступательными координатами. В-четвертых (рис. 2, где показана зависимость подъемной силы  $F(h)$  и осевой жесткости  $k(h)$  от нормированной высоты  $h = h/R_1$ ), осевая жесткость, будучи отрицательной вблизи поддерживающего магнита, уменьшается по величине по мере смещения вверх, достигает нулевого значения и далее становится положительной. Здесь в небольшом удалении от „нулевой точки“ и находится область, где тело может быть стабилизировано вращением. Но в „нулевой точке“ подъемная сила имеем максимум и для высококоэрцитивных материалов она намного превосходит вес вывешиваемого магнита. Появляется широкая возможность распорядиться избыточной массой для того, чтобы попасть по высоте в точку, где жесткость имеет требуемую величину, а также подобрать необходимую величину поперечного момента инерции  $A$  (и нормирующего множителя  $L$ ). В-пятых, поскольку в самой „нулевой точке“ как продольная, так и поперечная жесткости равны нулю, возникает идея обнаружить устойчивость состояния равновесия в нелинейном приближении (критический, по Ляпунову, случай линейного приближения). Это, однако, противоречит одному из основных свойств гармонической функции  $U$ , по которому ее минимальное или максимальное значение не может достигаться внутри области где  $\Delta U = 0$ . Следовательно, разложение силовой функции по степеням малых отклонений до любого порядка не приведет к успеху.

Если отыскать решение системы (3.3) в виде  $ae^{ist}$ , то характеристические уравнения данной системы приводятся к виду

$$s^4 - Hs^3 + s^2(k + \Xi) - kHs + k\Xi - 1 = 0, \quad (3.4)$$

$$-s^2 + 2k = 0. \quad (3.5)$$

Для устойчивости подвеса необходимо, чтобы корни уравнений (3.4), (3.5) были действительными. Для устойчивости (3.5) по продольной координате  $\xi$  необходимо, чтобы  $k > 0$ , т.е.  $4h^2 - R_1^2 > 0$ . Что выполняется для верхнего состояния равновесия. Можно показать, что существует конечная область устойчивости и для (3.4). Действительно, при условии  $k\Xi - 1 = 0$  уравнение (3.4) имеет нулевой корень, а характеристическое уравнение сводится к уравнению третьей степени. Известно, что уравнение третьей степени имеет действительные корни в случае, если его дискриминант меньше нуля [7]. Нетрудно показать, что для этого должны выполняться условия

$$H_1 < H < H_2, \quad H_{1,2}^2 = -k + \frac{5}{2k} + \frac{1}{8k^3} \pm \frac{1}{8} \left( \frac{1}{k^2} - 8 \right)^{3/2}.$$

Из этих условий видно, что, для того чтобы  $H_{1,2}$  было действительным, необходимо, чтобы  $k^2 < 1/8$ . Из условия  $k\Xi - 1 = 0$  следует, что высота подвеса должна иметь значение  $h = 0.632R_1$ . Для устранения нулевого

корня предполагается, что  $k\Xi - 1 = \mu \ll 1$ . При этом условии приближенное значение наименьшего корня характеристического уравнения равно  $s_1 = \mu/Hk$ . Характеристический полином делится на  $s - s_1$ , причем члены со степенями  $s_1$  более первой опускаются. В результате деления он может быть представлен в виде

$$s^3 + (b + s_1)s^2 + (c + bs_1)s + d + cs_1 = 0.$$

Здесь  $b = -H$ ,  $c = k + 1/k + \mu/k$ ,  $d = -Hk$ . Условия действительности корней имеют вид

$$H_1^2 < H^2 < H_2^2,$$

$$H_{2,1}^2 = -k + \frac{5}{2k} + \frac{1}{8k^3} + \mu \left( \frac{2}{k} + \frac{1}{2k^3} \right) \pm \frac{1}{8} \sqrt{\left( \frac{1}{k^2} - 8 \right)^3 + \frac{8\mu}{k^2} \left( \frac{1}{k^2} - 8 \right)^2}.$$

Таким образом, характеристическое уравнение (3.4) имеет конечную область устойчивости по параметрам  $k, \mu, H$ .

#### 4. Расчет области устойчивости

Предполагается, что уравнение (3.5) устойчиво, т.е.  $k > 0$ . Область устойчивости ищется из условия, что корни (3.4) действительны. Уравнение (3.4) четвертого порядка имеет три параметра  $k, \Xi, H$ , которыми можно характеризовать безразмерные величины поперечной жесткости, опрокидывающего момента, скорости вращения. Расчет области устойчивости проводился численным нахождением корней. Задавалось значение  $\Xi$ , затем для некоторого диапазона  $k$  находились граничные значения  $H_1, H_2$ , при которых корни оставались действительными. Прогонка по  $k, \Xi, H$  позволяет выявить область устойчивости по этим параметрам. Результаты приводятся в табл. 1.

Как показывают расчеты, существует нижняя граница для  $\Xi$ , она равна примерно 2.62 (еще принадлежит области устойчивости  $\Xi = 2.63, k = 0.451, H_1 = 2.9407, H_2 = 2.9417$ ). При значениях  $\Xi$  выше минимального существуют конечные диапазоны по  $k$  и по  $H$ , которые принадлежат области устойчивости. В табл. 1 наибольшее значение коэффициента  $k$  берется возможно ближе к верхней границе области устойчивости, а наименьшее  $k$  близко к нижней границе, если для нее  $k > 0.01$ . Вблизи граничных значений  $k$  граничные  $H_1$  и  $H_2$  практически сливаются.

#### 5. Расчет параметров для конкретной системы

В качестве примера рассмотрим возможную реализацию подвеса с использованием постоянных магнитов из самарий-кобальта ( $j_0 = 600 \text{ kA/m}$ ) или феррита

Таблица 1. Граничные значения  $H_1, H_2$  в зависимости от  $\Xi, k$ 

$\Xi = 2.9$			$\Xi = 3.1$			$\Xi = 3.4$			$\Xi = 4.0$		
$k$	$H_1$	$H_2$	$k$	$H_1$	$H_2$	$k$	$H_1$	$H_2$	$k$	$H_1$	$H_2$
0.333	3.147	3.150	0.220	3.2812	3.2825	0.05	3.473	3.474	0.01	3.850	4.010
0.340	3.149	3.156	0.250	3.289	3.300	0.10	3.482	3.497	0.04	3.852	4.043
0.350	3.152	3.164	0.337	3.303	3.401	0.20	3.495	3.577	0.08	3.854	4.096
0.360	3.154	3.175	0.370	3.386	3.486	0.335	3.790	3.881	0.15	3.858	4.218
0.380	3.159	3.202	0.380	3.520	3.525	0.336	3.805	3.887	0.24	3.863	4.489
0.403	3.198	3.249				0.377	3.826	3.892	0.27	4.017	4.654
0.409	3.257	3.267				0.343	3.927	3.931	0.285	4.758	4.783
$\Xi = 7.0$			$\Xi = 14.0$			$\Xi = 30.0$			$\Xi = 60.0$		
0.01	5.235	7.866	0.01	7.465	21.104	0.01	10.949	67.096	0.01	15.490	202.49
0.04	5.236	8.109	0.02	7.465	21.639	0.02	10.949	71.781	0.015	15.490	222.49
0.12	5.236	9.122	0.03	7.465	22.247	0.03	10.949	78.821	0.018	223.652	243.51
0.15	7.586	9.869	0.05	7.465	23.789	0.035	66.511	84.592	0.0187	251.89	252.18
0.16	10.193	10.301	0.07	7.465	26.214	0.037	87.007	88.231			
0.161	10.325	10.361	0.08	28.425	28.541	0.0374	89.130	89.253			

Таблица 2. Параметры магнитов и волчка

$j_1, j_2,$ kA/m	$d_2,$ mm	$m_{max},$ g	$m_1,$ g	$m_2,$ g	$R_2,$ cm	$A,$ gcm <sup>2</sup>	$C,$ gcm <sup>2</sup>	$L,$ cm	$\Xi$	$k$	$H_1, H_2$	$f,$ Hz
600	16	395	8.2	375	9.97			4.99	0.92	Неустойчив		
600	10	154	3.2	140	6.1			3.05	1.50	»		
600	5	39	0.8	30	2.82	59.6	119	1.41	3.25	0.26, 0.28	3.41–3.47	5.06–5.15
250	20	32	8.6	20	2.30	37.3	57.2	1.14	7.3	0.13, 0.14	5.66–10.03	12.2–21.6
250	16	21	5.5	12	1.78	16.5	20.8	0.97	8.6	0.10, 0.11	5.83–12.28	16.5–34.8

стронция (21CA320  $j_0 = 250$  kA/m) с инертной массой волчка из плексигласа (плотность  $1.2$  g/cm<sup>3</sup>) (табл. 2). Габариты нижнего магнита из самарий-кобальта возьмем  $55 \times 15$  mm (диаметр, высота), а из феррита стронция —  $100 \times 15$  mm. Высота вывешиваемого магнита берется  $5$  mm, а цилиндрической инерционной массы  $1$  cm. Для различных диаметров вывешиваемого магнита ( $d_2$ ) вычислим максимальную подъемную силу (и соответствующую ей массу  $m_{max}$ ), массу вывешиваемого магнита ( $m_1$ ). Зададимся величиной инерционной массы ( $m_2$ ), так чтобы ее сумма с массой магнита была несколько меньше максимальной. Вычислим радиус инерционной массы ( $R_2$ ), моменты инерции и приведенный радиус ( $L$ ), а по нему  $\Xi$ . По найденному значению  $\Xi$  и данным табл. 1 можно судить о попадании в область устойчивости, о допустимых значениях  $k$ , а также о допустимой области скоростей вращения в случае устойчивой вывески. В табл. 2 для  $\Xi$ , попадающего в область устойчивости, были взяты два значения  $k$ , при которых допустимый интервал скоростей вращения достаточно большой. Вычисленный допустимый интервал скоростей вращения, общий для обоих  $k$ , приводится как в безразмерном ( $H_{1,2}$ ), так и размерном ( $f$ , Hz) виде.

Из табл. 2 следует, что для самарий-кобальтового магнита диаметром  $10, 16$  mm параметр  $\Xi < 2.62$  и

устойчивости нет. При диаметре магнита  $5$  mm устойчивость достигается при достаточно большом  $k$ , но в очень узком частотном диапазоне. Для феррита стронция (с большим диаметром нижнего магнита) получается умеренная величина опрокидывающего момента ( $\Xi = 7.3, 8.6$ ) и устойчивость имеет место в достаточно большом интервале скоростей вращения и при не очень малой величине поперечной жесткости.

## Заключение

В [3] был дан пример, когда запрет теоремы Ирншоу на устойчивое удержание заряда в поле других зарядов был преодолен введением магнитного поля. Возникающая сила Лоренца по своему действию аналогична гироскопическим силам. Стабилизация возможна, если степень неустойчивости четная. В соответствии с этим знаки и конфигурация зарядов берутся такими, чтобы для смещений вдоль оси зарядов была устойчивость, а для двух поперечных смещений неустойчивость. В нашей задаче ситуация аналогичная, но несколько сложнее. Для двух встречных магнитов также имеет место устойчивость по осевому смещению и неустойчивость по двум поперечным, к тому же добавляется неустойчивость по двум углам. Неустойчивость по углам традиционным

образом стабилизируется гироскопически вращением волчка. В отличие от [3] здесь „гироскопические силы“ действуют по угловым, а не по поперечным поступательным координатам. Однако стабилизация последних возможна за счет силовой взаимосвязи угловых и поперечных координат. Реальность такой возможности показана в настоящей работе. Устойчивость достигается в некотором конечном интервале скоростей вращения. Принципиально важно, что стабилизация поперечной неустойчивости вращением возможна, если только есть неустойчивость по углам. Легко указать конфигурацию магнитов, в которой при наличии поперечной неустойчивости действует не опрокидывающий, а восстанавливающий момент. Для этого достаточно поменять магниты местами, и сделать согласную ориентацию полей. В такой системе стабилизация вращением не реализуется.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 02-01-00921, 04-01-81009).

## Список литературы

- [1] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. Издание 9.
- [2] *Линьков Р.В., Миллер М.А.* Ирншоу теорема. Физическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1990. Т. 2. С. 216.
- [3] *Мартыненко Ю.Г.* // Соросовский образовательный журнал. 1996. № 3. С. 82–86.
- [4] *Денисов Г.Г.* // Изв. РАН МТТ. 1998. № 2. С. 183–190.
- [5] *Веселитский И.В., Воронков В.С., Сигунов С.А.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 152–161.
- [6] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Краткий курс теоретической физики. Кн. 1. Механика, электродинамика. М.: Наука, 1969. 276 с.
- [7] *Бронштейн Н.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.