01;02

Упругое рассеяние электрона на отрицательном ионе лития

© В.В. Семенихина, В.К. Иванов, К.В. Лапкин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ivanov@tuexph.stu.neva.ru

(Поступило в Редакцию 20 мая 2004 г. В окончательной редакции 31 августа 2004 г.)

В рамках теории многих тел получены дифференциальное и полное сечения упругого рассеяния медленных электронов на отрицательном ионе лития Li^-. Вычисления проводились как в одночастичном приближении Хартри–Фока, так и с учетом многоэлектронных корреляций, учитывающих динамическую поляризацию остова. Обнаружены особенности в поведении фаз и сечений для p- и d-парциальных волн, обусловленных резонансным рассеянием электронных волн. Учет динамической поляризации остова, налетающим электроном, усиливает дифракционные особенности в рассеянии. Проводится сравнение этого реального процесса с рассеянием частиц на модельных объектах с отталкивающим потенциалом.

Введение

В последнее время наблюдается большой интерес к исследованиям процессов фотопоглощения отрицательными ионами (ОИ) (см. [1,2] и ссылки в них), что связано как с большой ролью многоэлектронных корреляций в этих процессах, так и с обнаружением в них ряда особенностей по сравнению с фотопоглощением в нейтральных атомах. И хотя в целом ОИ изучены существенно меньше, чем атомы и положительные ионы, что связано с трудностью получения ионных пучков достаточной плотности, в последнее время возросли экспериментальные возможности для более широкого использования мощных источников излучения, в частности синхротронного излучения. Однако процессы рассеяния электронов на отрицательных ионах изучены еще в меньшей степени, чем процессы фотоотрыва, и практически не рассматривались в литературе, хотя они представляют также большой интерес по тем же причинам, что и фотопоглощение. В особенности это касается влияния различных поляризационных эффектов на рассеяние, поскольку отрицательный ион представляет собой достаточно „рыхлую“ систему с большой степенью поляризуемости. Несмотря на преобладание отталкивающего кулоновского взаимодействия между налетающим электроном и ионом, поляризация иона, как оказывается, приводит к существенным изменениям в поведении порциальных фаз и дифференциального сечения рассеяния.

Работа посвящена теоретическому изучению процессов упругого столкновения электронов с отрицательными ионами. В качестве объекта исследований выбран ион лития Li^-, который в последнее время интенсивно исследуется в процессах фотоотрыва [2]. Для определения таких характеристик рассеяния, как фаза, амплитуда, парциальные и полные сечения рассеяния, используются методы теории многих тел, успешно применяемые в нейтральных атомах. В качестве нулевого приближения используется одночастичное приближение Хартри–Фока [3]. Эффекты поляризации остова налетающим электроном, которые весьма существенно влияют на процесс столкновения, учитываются в рамках метода, основанного на применении уравнения Дайсона [4].

Ион Li^- имеет замкнутую наружную оболочку и обладает сферической симметрией. Это обстоятельство позволяет также провести вычисления в рамках простых моделей, сравнение результатов которых с результатами расчетов из первых принципов позволяет глубже понять особенности упругого рассеяния электронов на этом ионе.

В работе используется атомная система единиц $m = e = h/2\pi = 1$, энергия в Ридбергах.

Расчеты в рамках одночастичных приближений

Волновые функции основного состояния отрицательного иона рассчитываются в приближении Хартри–Фока (ХФ). Метод самосогласованного поля ХФ исходит из того, что электроны в атоме движутся независимо друг от друга в некотором среднем поле, и учитывает только часть электрон-электронного взаимодействия [3]. Однако именно метод ХФ, совместимый с представлением о независимом движении отдельных электронов в среднем поле иона, является обычно нулевым приближением для дальнейшего учета многоэлектронных корреляций [5].

Сечение упругого рассеяния электронов энергии E с импульсом $k = \sqrt{E}$ выражается через фазы рассеяния $\delta_l(E)$ парциальных волн l с помощью следующей формулы [6]:

$$\sigma(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left|1 - \exp\left(2i\delta_l(k)\right)\right|^2, \qquad (1)$$

где $\delta_l(k)$ есть фаза упругого рассеяния парциальной волны l.

Она определяется асимптотикой волновой функции рассеивающейся частицы [6]

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)\big[(-1)^l \exp(-ikr) - \exp\big(2i\delta_l(k) + ikr\big)\big]. \tag{2}$$

Имея выражение для волновой функции при $r \to \infty$, можно определить фазы парциальных волн и сечение упругого рассеяния.

В работе фазы рассеяния находятся двумя способами: а) из решения уравнения ХФ для налетающего электрона в поле замороженного остова (т. е. отрицательного иона, полученного в приближении ХФ) и б) из решения интегрального уравнения, учитывающего поляризационный потенциал остова. Фаза парциальной l-волны упругого рассеяния электрона, налетающего с импульсом k, находится по стандартной формуле [5]

$$\delta_l = \arcsin\left(-\sqrt{\frac{\pi}{k}}\int\limits_0^{\infty} J_l(kr)V(r)P_{N+1}(r)dr\right), \tag{3}$$

где $J_l(kr)$ — функция Бесселя; рассеивающий потенциал $V(r)$ определяется через комбинации интегралов от радиальных волновых функций $P_j(r) = rR_j(r)$ [5], где индекс j пробегает значения от 1 до S (S — число оболочек в основном состоянии иона)

$$V(r) = \frac{2}{r}\big[Z - Y(r)\big], \tag{4}$$

$$Y_i(r) = \sum_{j=1}^{S} N_j Y_{jj}^0(r) - \sum_{j=1}^{S}\frac{2}{N_{j+1}}\sum_{\mu>0}\gamma_\mu(S+1,\,j)Y_{jj}^{\mu}(r), \tag{5}$$

$$Y_{ij}^{\mu}(r) = r\int\limits_0^{\infty}\frac{r_<^{\mu}}{r_>^{\varpi+1}}P_i(r')P_j(r')dr'. \tag{6}$$

Здесь Z — заряд ядра отрицательного иона, $\gamma_\mu(S+1,\,j)$ — угловые коэффициенты прямого взаимодействия налетающего электронами j-оболочки, N_j — число электронов на j уровне.

Метод фазовых функций

Для объяснения некоторых особенностей в поведении ХФ фазы были использованы модели, упрощенно представляющие структуру отрицательного иона. В работе решены две модельные задачи: рассеяние электрона на равномерно заряженном шаре и на равномерно заряженной сфере. Радиусы шара и сферы взяты равными среднему радиусу отрицательно заряженного иона Li^-, т. е. $R = 1.89$ a.u., а заряды — равными $Z = -1$. Так называемая короткодействующая часть потенциала равномерно заряженного шара имеет простой вид $U(r) = (3R^2 - r^2)/3R^3$, $r \le R$. За пределами равномерно заряженного шара потенциал равен кулоновскому $V(r) = 1/r$, $r > R$.

Метод фазовых функций заключается в переходе от уравнения Шредингера к уравнению непосредственно для искомой величины, фазы рассеяния [7]. Для этого в рассмотрение вводят две новые функции: $\delta_l(r)$ и $A(r)$, которые имеют физический смысл фаз рассеяния и асимптотических амплитуд волновых функций при рассеянии на последовательности „обрезанных“ потенциалов различного радиуса действия. Асимптотическое значение функции $\delta_i(r)$ при $r \to \infty$ равно искомой фазе рассеяния на всем потенциале $\delta_l(\infty) = \delta_l$. Более того, уравнение для фазовой функции не зависит от амплитудной функции $A(r)$, это значительно упрощает решение задачи

$$\frac{d}{dr}\delta_l(r) = -\frac{1}{k}U(r)\big[\cos\delta_l(r)F_l(kr,\eta) + \sin\delta_l(r)G_l(kr,\eta)\big]^2,$$

$$\delta_l(0) = 0. \tag{7}$$

Здесь $U(r)$ отвечает короткодействующей части потенциала. Подчеркнем, что данная фаза зависит также от параметра кулоновского взаимодействия ввиду интерференции с короткодействующим потенциалом. В данном уравнении используются кулоновские функции [8] $F_l(kr,\eta)$, $G_l(kr,\eta)$, являющиеся регулярным и нерегулярным в точке $r = 0$ решениями уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом, $\eta = 1/k$ — кулоновский параметр данной задачи. Уравнение (7) обладает быстрой сходимостью решений к искомым значениям $\delta_l(\infty)$.

Динамический поляризационный потенциал

Приближение ХФ и рассмотренные выше модели не учитывают многоэлектронные эффекты, в частности поляризацию остова налетающим электроном, хотя хорошо известно, что отрицательные ионы обладают большой поляризуемостью в силу достаточно малой энергии связи наружных электронов. Поэтому для адекватного описания и определения фаз, амплидут и сечения упругого рассеяния необходимо выйти за рамки одночастичного приближения. В работе динамическая поляризация отрицательного иона налетающим электроном учитывалась в рамках метода, основанного на применении уравнения Дайсона [4,9]. Уравнение Дайсона для определения приводимой собственно энергетической части одночастичной функции Грина $\tilde{\Sigma}(\mathbf{r},\mathbf{r}',E)$ в матричном виде записывается [4,9]

$$\langle E_1 l|\tilde{\Sigma}(E)|E_2 l\rangle = \langle E_1 l|\Sigma(E)|E_2 l\rangle + \nu p\int\langle E_2 l|\Sigma(E)|E'l\rangle\langle E'l|\tilde{\Sigma}(E)|E_2 l\rangle\frac{dE'}{E - E'}, \tag{8}$$

где $|El\rangle$ — одночастичные волновые функции электрона, $\langle|\Sigma(E)|\rangle$ — неприводимая собственно энергетическая часть функции Грина, а интеграл берется в смысле главного значения.

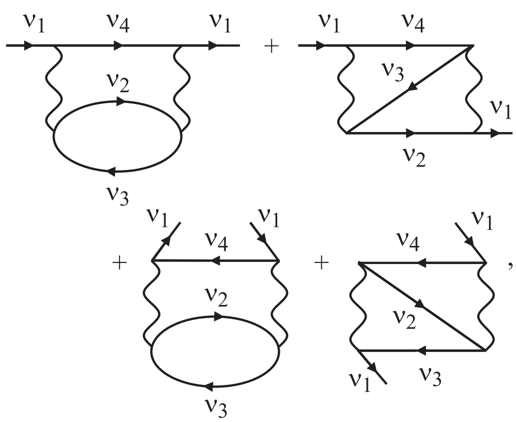
Неприводимая собственно энергетическая часть $\Sigma(E)$ имеет смысл нелокального, зависящего от энергии E электрона, поляризационного потенциала, полностью включающего в себя корреляционное взаимодействие электрона с остовом.

Неприводимую собственно энергетическую часть $\Sigma(E)$ одночастичной функции Грина удобно разбить на две части: хартри-фоковскую и определяемую корреляционным взаимодействием [4]

$$\Sigma(E) = \Sigma^{\mathrm{HF}}(E) + \Sigma^{\mathrm{cor}}(E). \tag{9}$$

Собственно энергетическая часть в приближении ХФ Σ^{HF} есть самосогласованное среднее поле, которым атом (ион) действует на рассеиваемый электрон, при этом она определяется, как и фаза рассеяния электрона δ_l^{HF}, при вычислении волновых функций из системы уравнений ХФ.

Таким образом, задача состоит в вычислении корреляционной части потенциала. Поскольку первый порядок теории возмущений по кулоновскому взаимодействию учтен в рамках ХФ приближения, то матричный элемент $\Sigma^{\mathrm{cor}}(E)$ в низшем порядке теории возмущений может быть представлен следующим графическим рядом [4]:



(10)

где линия со стрелкой направо соответствует налетающему электрону $(\nu_1 = (E, l))$ и возбужденным электронам иона (ν_2), а со стрелкой налево — образовавшейся вакансии (дырке), волнистая линия соответствует кулоновскому взаимодействию. Как показывают результаты предыдущих вычислений [4,5], вклад диаграмм третьего порядка в собственно энергетическую часть обычно составляет менее 10% по сравнению с вкладом второго порядка. Поэтому в данной работе вычисление корреляционного поляризационного потенциала ограничивается диаграммами (10).

Поправка к ХФ фазе рассеяния определяется через матричный элемент приводимой собственно энергетической части (8), при вычислении которой в неприводимую собственно энергетическую часть включено уже только корреляционное взаимодействие

$$\Delta\delta_l(E) = \mathrm{arctg}\big(-\pi\langle El|\tilde{\Sigma}(E)|El\rangle\big). \tag{11}$$

В работе при вычислении поправки (11) использовались модифицированные вычислительные программы, ранее используемые в атомных расчетах [5]. Вначале вычислялись волновые функции основного состояния ОИ лития в приближении ХФ. Затем определялись ХФ волновые функции и фазы рассеяния налетающего электрона в „замороженном“ ХФ поле ОИ лития. Известно, что эти волновые функции образуют полный ортонормированный базис для определения многоэлектронных корреляций [5]. ХФ волновые функции вычислялись в настоящей работе с относительной точностью $\sim 10^{-7}$, а соответствующая ХФ фаза находилась с точностью $\leq 5\%$. Используя эти волновые функции, рассчитывается матричный элемент $\Sigma^{\mathrm{cor}}(E)$ во втором порядке теории возмущений (10) с учетом переданных монопольных, дипольных и квадрупольных моментов ($\Delta l = 0, 1, 2$) по кулоновскому взаимодействию аналогично вычислениям, проведенным в работе [4]. Затем определяется приводимая собственно энергетическая часть функции Грина путем решения интегрального уравнения (8) и находятся поправки к фазе рассеяния.

Обсуждение результатов

На первом этапе работы фазы и парциальные сечения рассеяния находились в рамках метода ХФ и полученные результаты сравнивались с известным рассеянием на кулоновском поле отталкивания. Фаза рассеяния кулоновским полем в общем случае (с учетом орбитального момента l) определяется через гамма-функцию [10]

$$\eta_l = \arg\Gamma\left(l + 1 + i\,\frac{1}{k}\right). \tag{12}$$

Фазы рассеяния различных парциальных волн на кулоновском поле отталкивания представляют собой гладкие функции энергии налетающего электрона и при стремлении $k = \sqrt{\varepsilon} \to 0$ фаза $\delta_l \to 0$. ХФ фаза s-волны также монотонно убывает с ростом энергии электрона. Однако, в энергетической зависимости ХФ фаз рассеяния p- и d-волн было получено поведение отличное от кулоновского: так, для p-волны появился скачок в фазе порядка $\pi/4$ при энергии $\varepsilon \approx 5.4\,\mathrm{eV}$ (рис. 1, 2).

Для определения роли обменного взаимодействия в поведении фаз и, в частности, обнаруженной особенности в p- и d-волне был проведен расчет фаз рассеяния электронов в приближении Хартри (без учета обменного взаимодействия). Сравнение результатов расчетов в рамках ХФ и Хартри показало, что пренебрежение обменным взаимодействием практически не влияет на величину скачка в p- и d-фазе, однако смещает эту особенность на 3.4 eV в область больших энергий налетающего электрона (кривая *3* на рис. 2). Аналогичное смещение получают кривые фаз рассеяния s-волны, что можно объяснить притягивающим характером обменного потенциала в уравнениях ХФ. Однако отметим, что при энергиях налетающего электрона свыше 13 eV имеется существенное различие в величине фазовых сдвигов между результатами модельных и ХФ расчетов, что, очевидно, связано с различным поведением кулоновского и ХФ потенциалов на малых расстояниях. Чтобы в этом убедиться, в работе рассчитывалась поправка к p-фазе по теории возмущений [10]

$$\Delta\delta_l = -\int_0^\infty \Delta U(r)\left[J_{l+1/2}(kr)\right]^2 r dr, \tag{13}$$

где $\Delta U(r)$ — разность между кулоновским и хартриевским потенциалами, $J_{l+1/2}(kr)$ — функция Бесселя.

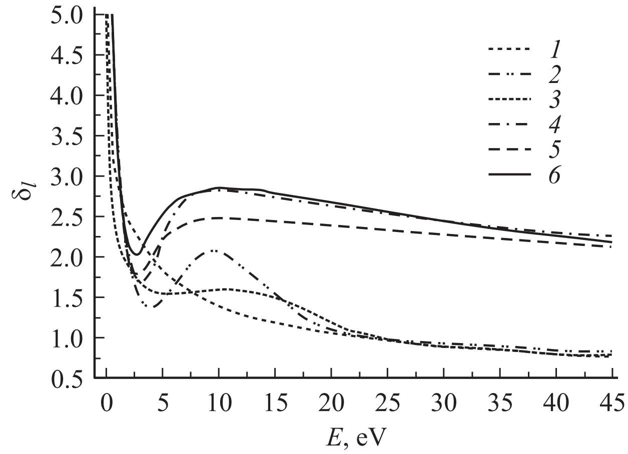


Рис. 1. Зависимость фазы рассеяния от энергии для парциальной p-волны в различных приближениях. Модельные расчеты: *1* — кулоновское поле отталкивания, *2* — равномерно заряженный шар, *3* — равномерно заряженная сфера. Расчеты рассеяния на ОИ Li^-: *4* — локальный параметрический потенциал, учитывающий поляризацию остова налетающим электроном ($\alpha = 162$ a.u., $r_0 = 5.2$ a.u.); *5* — приближение Хартри–Фока; *6* — метод уравнения Дайсона.

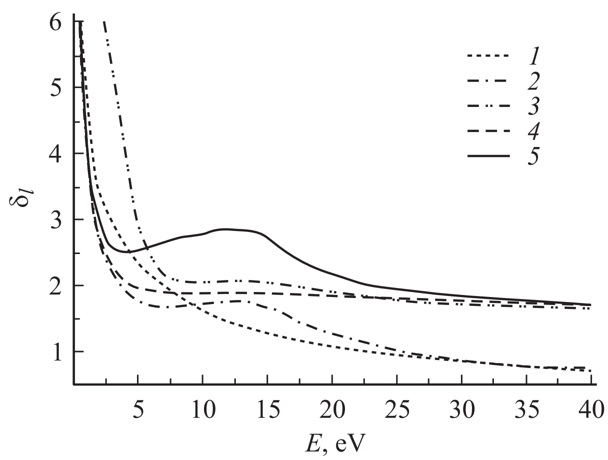


Рис. 2. Зависимости фазы рассеяния от энергии для парциальной d-волны в различных приближениях. Модельные расчеты: *1* — кулоновское поле отталкивания, *2* — равномерно заряженный шар. Расчеты рассеяния на ОИ Li^-: *3* — приближение Хартри, *4* — приближение Хартри–Фока, *5* — метод уравнения Дайсона.

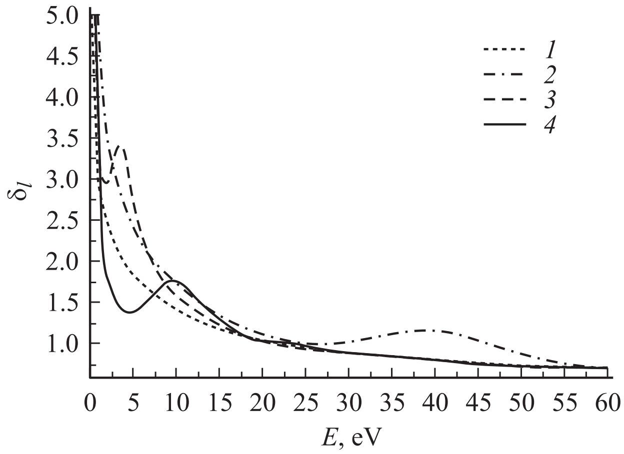


Рис. 3. Модельные вычисления фазы рассеяния для p-волны. *1* — кулоновское поле отталкивания. Зависимость фазы от радиуса равномерно заряженного шара ($R = 1.89$ a.u.): *2* — рассеянияе на шаре радиуса $R/2$, *3* — радиуса $2R$, *4* — радиуса R.

Учет данной поправки к хартриевской фазе, не изменяя общего характера ее поведения, дает при больших энергиях более быстрый выход на кулоновскую фазу.

Вполне также очевидно, что особенности в поведении p- и d-фаз происходят из-за дифракции электронных волн на пространственной структуре ОИ. Для того чтобы глубже понять физическую причину появления скачков в фазах рассеяния, были решены простейшие модельные задачи: рассеяние на равномерно заряженном шаре и сфере. Расчеты показали, что в p- и d-волнах также наблюдается немонотонное поведение фаз со скачками порядка $\pi/4$ и $\pi/6$ соответственно (рис. 1, 2). Рассматривая поведение этих фаз в зависимости от радиуса равномерно заряженного шара и сферы, можно получить зависимость положения этой особенности от радиуса рассеивающего поля (рис. 3). Причем при увеличении радиуса эта особенность смещается в сторону бо́льших энергий, а при уменьшении радиуса модельного потенциала — смещается в сторону меньших энергий. При стремлении радиуса поля R к нулю фаза рассеяния переходит в кулоновскую. Таким образом, результаты модельных расчетов подтверждают дифракционный характер особенности в поведении фаз рассеяния.

Кроме того, в работе были получены фазы упругого рассеяния с использованием следующего локального параметрического потенциала, учитывающего поляризацию остова налетающим электроном:

$$V_{\text{pol}} = -\frac{\alpha}{(r^2 + r_0^2)^2}, \tag{14}$$

где α — дипольная поляризуемость, r_0 — радиус действия потенциала.

Параметры подбирались таким образом, чтобы поведение p-фазы наилучшим образом совпадало с поведением фазы в динамическом потенциале. При этом дипольная поляризуемость в вычислениях оказалась близкой к дипольной поляризуемости атома Li $\alpha = 162$ a.u., а параметр $r_0 = 5.2$ a.u. Результаты вычисления фазы с использованием параметрического потенциала (14) представлены на рис. 1 (кривая *4*).

Результаты вычислений фазы рассеяния p- и d-волн в рамках уравнения Дайсона, т.е. с учетом динамической поляризации остова налетающим электроном, также представлены на рис. 1, 2. Видно, что учет поляризационного потенциала существенно изменяет поведение парциальных фаз рассеяния. Если для p-волны (рис. 1) его учет просто усиливает скачок фазы до величины порядка $\pi/2$, то для парциальной d-волны (рис. 2) скачок фазы, достигающий величины $\pi/3$ при энергии порядка 13.6 eV, получен практически только за счет влияния многоэлектронных эффектов. Однако для парциальных волн рассеяния высшей мультипольности влияние поляризационного потенциала быстро ослабевает с ростом l.

Вычисление парциальных и полного сечений проводились по формуле (1). Скачки фазы в p-волне практически не сказываются на парциальном сечении рассеяния, однако меньший скачок фазы в d-волне заметно изменяет свое парциальное сечение рассеяния выше энергии 2.7 eV. На рис. 4 для сравнения показано парциальное сечение рассеяния d-волны, полученное в различных приближениях. Видно, что сечение, полученное с учетом многоэлектронных эффектов, имеет дополнительный интерференционный минимум при энергии ~ 2.7 eV, при которой фаза d-волны приближается к значению π. Аналогичная интерференционная структура проявляется и в полном сечении упругого рассеяния электронов на ОИ лития (рис. 5). Наибольшее отличие сечения, полученного по методу уравнения Дайсона, от хартри-фоковского наблюдается как раз при энергиях налетающих электронов $\sim 2.7-20$ eV. Такое поведение свидетельствует о том, что при этих энергиях налетающего электрона существенными становятся эффекты, связанные с динамической поляризацией остова [11].

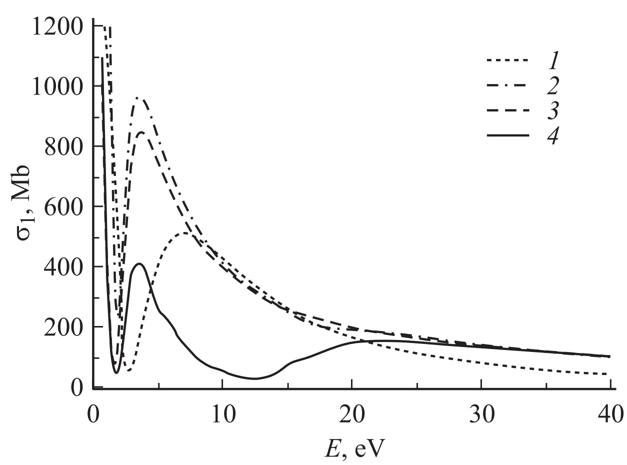


Рис. 4. Зависимость парциального сечения рассеяния от энергии для d-волны в различных приближениях. Модельные расчеты: *1* — кулоновское поле отталкивания, *2* — равномерно заряженный шар. Расчеты рассеяния на ОИ Li^-: *3* — приближение Хартри–Фока, *4* — учет поляризации в рамках метода уравнения Дайсона.

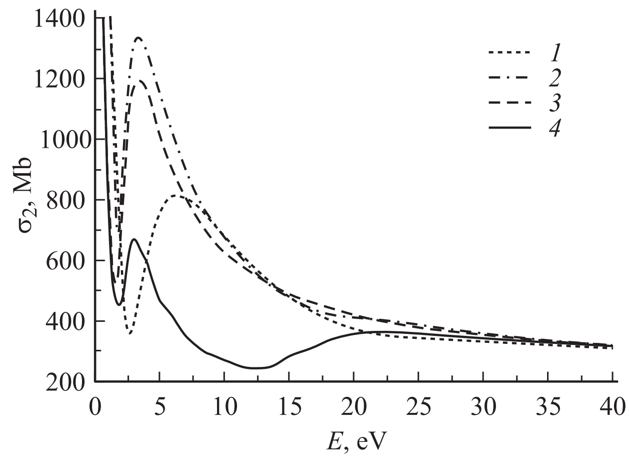


Рис. 5. Зависимость полного сечения упругого рассеяния электронов на ОИ лития от энергии: *1* — кулоновское поле отталкивания, *2* — равномерно заряженный шар, *3* — приближение Хартри–Фока, *4* — учет поляризации в рамках метода уравнения Дайсона.

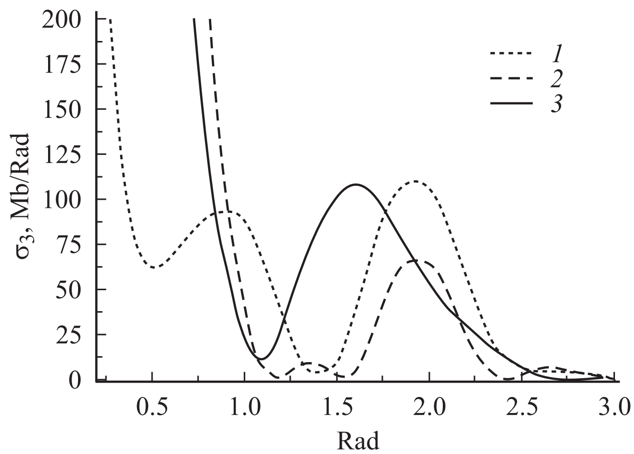


Рис. 6. Дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов на ОИ при энергии электронов $E = 5$ (*1*), 15.5 (*2*), 36 eV (*3*).

Очевидно, что особенности в поведении фаз рассеянных волн должны проявиться сильнее для дифференциального сечения упругого рассеяния [6]

$$d\sigma = 2\pi \sin\theta |f(\theta)|^2 d\theta, \tag{15}$$

где амплитуда рассеяния электронов на угол θ записывается обычным образом

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0} (2l+1)\big(\exp(2i\delta_l) - 1\big) P_l(\cos\theta). \tag{16}$$

Амплитуда рассеяния электронов максимальна при $\theta = 0$ и спадает с увеличением θ, меняя при этом знак, так что в дифференциальном сечении проявляются дифракционные максимумы и минимумы.

Результаты расчетов дифференциального сечения упругого рассеяния с учетом многоэлектронных эффектов представлены на рис. 6. Основные особенности в дифракционной картине проявляются при тех же энергиях (на рис. 6 при 3.5 и 15.5 eV), при которых наблюдается немонотонность в поведении в p- и d-волн. Интенсивность дифракционных максимумов второго порядка оказывается больше интенсивности первого максимума при этих энергиях электронов. Расчеты показывают [12], что учет динамической поляризации усиливает разницу в интенсивности максимумов первого и второго порядка. При малых энергиях ($E < 2.7$ eV) и энергиях выше 34 eV интенсивности максимума второго и последующих порядков всегда меньше интенсивности первого максимума.

Заключение

Упругое рассеяние электронов на отрицательных ионах является еще малоизученной областью физики столкновений. Однако результаты исследований фотоотрыва электронов от отрицательных ионов и результаты по рассеянию электронов, полученные в настоящей работе, обнаруживают интересные эффекты. В частности, они показывают, что структурные особенности отрицательного иона приводят к немонотонности в поведении фаз p- и d-парциальных волн, которые являются следствием дифракции электронных волн на объеме конечного радиуса. Эти особенности не проявляются в рассеянии сферически симметричной s-волны. Расчеты показывают важность учета многоэлектронных корреляций в описании упругого рассеяния медленных электронов, в частности динамической поляризации электронов остова налетающей частицей. Возникновение дифракции электронов при рассеянии на отрицательно заряженных ионах приводит к существенным качественным изменениям в характеристиках рассеяния. Полученные результаты могут быть применены для изучения процессов рассеяния на других отрицательных ионах и различных отрицательно заряженных кластерах, в том числе и фуллеренов.

Эта работа выполнялась при поддержке гранта Министерства образования и науки (грант № E02-3.2-267), Швейцарского национального научного фонда (грант SNSF 7IP 062585) и INTAS (грант № 03-51-6170).

Авторы благодарны Р.Г. Полозкову, А.Н. Ипатову, Б.Д. Агапьеву и А.В. Королю за постоянные консультации при выполнении численных расчетов и полезные обсуждения.

Список литературы

[1] *Buckman S. Clark C.W.* // Rev. Mod. Phys. 1994. Vol. 66 (2), P. 539–655.

[2] *Ivanov V.K.* // Rad. Phys. and Chem. 2004. Vol. 70 (1–3), P. 345–370.

[3] *Хартри Д.* Расчеты атомных структур. М.: ИЛ, 1960. 165 с.

[4] *Gribakin G.F., Gul'tsev B.V., Ivanov V.K., Kuchiev M.Yu.* // J. Phys. B. 1990. Vol. 23 (24). P. 4505–4519.

[5] *Амусья М.Я., Чернышева Л.В.* Автоматизированная система исследования структуры атомов. Л.: Наука, 1983. 182 с.

[6] *Mott N.F., Massey H.S.W.* The Theory of Atomic Collisions. Oxford, 1965. 759 p.

[7] *Бабиков В.В.* Фазовые уравнения в квантовой механике. М.: Наука, 1967. 256 с.

[8] *Друкарев Г.Ф.* Столкновение электронов с атомами и молекулами. М.: Наука, 1978. 255 с.

[9] *Цюлике Л.* Квантовая химия. М.: Мир, 1976. 860 с.

[10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974. 754 с.

[11] *Semenikhina V.V., Ivanov V.K., Ipatov A.N., Lapkin C.V.* // Proc. SPIE. 2003. Vol. 5127. P. 41–43.

[12] *Semenikhina V.V., Ivanov V.K., Lapkin C.V.* // Proc. PSIE. 2004. Vol. 5400. P. 46–50.